

Der statische Auftrieb

Der Schweredruck

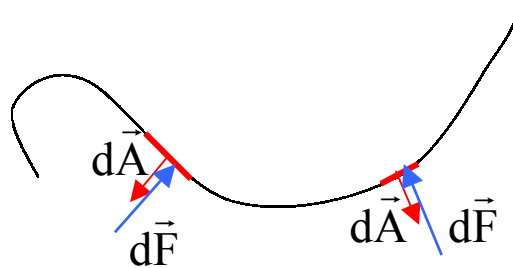
Eine Flüssigkeitssäule mit der Höhe z und dem Querschnitt A hat das Gewicht

$$G_{\text{Fl}} = g\rho_{\text{Fl}}zA$$

Entsprechend übt sie auf ihren Boden den *Schweredruck*

$$p = g\rho_{\text{Fl}}z$$

aus.



Die auf ein Flächenelement $d\vec{A}$ eines Körpers wirkende Kraft $d\vec{F}$ ergibt sich zu

$$d\vec{F} = p d\vec{A} = g\rho_{\text{FL}}z d\vec{A}$$

Die gesamte auf einen Körper infolge des Schweredruckes wirkende Kraft erhält man durch Integration über die gesamte Oberfläche zu

$$\vec{F} = \oint p d\vec{A}$$

Die Auftriebskraft

Der resultierende Betrag der in z-Richtung \vec{k} wirkenden Kraft heißt Auftriebskraft. Man erhält ihn mittels

$$F_A(z) = \vec{k} * \vec{F} = \oint p(z) \vec{k} d\vec{A} = \oint g \rho_{Fl} z \vec{k} d\vec{A} .$$

Durch Anwendung des Gauß'schen Satzes für ein beliebiges Vektorfeld \vec{B}

$$\oint \vec{B} d\vec{A} = \int_{V_K} \text{div} \vec{B} dV ,$$

wobei V_K das von der Oberfläche A eingeschlossene Volumen ist, ergibt sich mittels Substitution von \vec{B} durch $z\vec{k}$ (\vec{k} : Einheitsvektor in z-Richtung)

$$\oint z\vec{k} d\vec{A} = \int_{V_K} \text{div}(z\vec{k}) dV = \int_{V_K} dV = V_K$$

Mit dieser Identität folgt für die Auftriebskraft:

$$F_A = g \rho_{Fl} V_K$$

Für die x- und y- Komponente der Kraft erhält man den Betrag Null. Dies folgt aus $\text{div}(z\vec{i}) = \text{div}(z\vec{j}) = 0$.

Die Auftriebskraft ist dem Betrag nach gleich dem Gewicht der Flüssigkeit vom Volumen V_K . Dies entspricht der Aussage des **Archimedischen Prinzips**:

Der Auftrieb ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge.