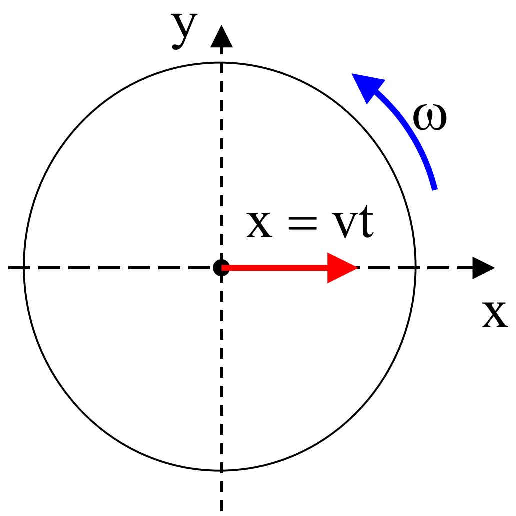
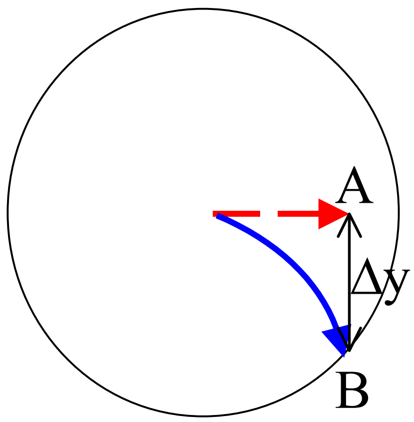
Versuch zur Corioliskraft

Eine Kugel rollt auf einer Schiene in x – Richtung. Relativ zu einem äußeren Beobachter rotiert außerdem eine Scheibe mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} \parallel \vec{k}$.



äußerer Beobachter



Beobachter auf Scheibe

Für einen äußeren Beobachter bewegt sich die Kugel geradlinig gleichförmig nach außen. Ein Beobachter auf der rotierenden Scheibe sieht die Kugel auf sich zurollen, dreht sich aber während der Flugzeit um den Winkel

$$\alpha = \omega t$$

was bezüglich des bewegten Beobachters eine Ablenkung nach rechts (bzw. unten) bedeutet:

$$\Delta y = x\alpha = vt\omega t = v\omega t^2$$

Die quadratische Abhängigkeit des Ortes von der Zeit entspricht einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit der Beschleunigung

$$a_c = 2v\omega$$

Wir betrachten jetzt formal die Bewegung z.B. einer rollenden Kugel im ruhenden Bezugssystem A. Es gelte für das Objekt:

$$\vec{v} = v_0 \vec{i} \qquad \vec{r} = x\vec{i} = v_0 t \vec{i}$$

Von einem Bezugssystem B, welches gegenüber A um den Winkel ϕ verdreht ist, erhalten wir die Koordinaten der Kugel zu

$$x' = x\cos\phi = v_0 t\cos\phi \qquad y' = -x\sin\phi = -v_0 t\sin\phi$$

Rotiert B bezüglich A mit $\Phi = \Omega t$, so gilt

$$x' = v_0 t\cos\Omega t \qquad y' = -v_0 t\sin\Omega t$$

Daraus folgt die Geschwindigkeit zu

$$\dot{x}' = v_0\cos\Omega t + y'\Omega \qquad \dot{y}' = -v_0\sin\Omega t - x'\Omega$$

Die Komponenten der Beschleunigung erhält man durch nochmalige Differentiation:

$$\ddot{x}' = -v_0\Omega\sin\Omega t - v_0\Omega\sin\Omega t - x'\Omega^2 = -2v_0\Omega\sin\Omega t - x'\Omega^2$$

$$\ddot{y}' = -2v_0\Omega\cos\Omega t - y'\Omega^2$$

Mit $\vec{v}_0' = v_0\cos\Omega t\vec{i}' - v_0\sin\Omega t\vec{j}'$ vereinfachen sich die Beziehungen zu

$$\ddot{x}' = 2v_{0y}'\Omega - x'\Omega^2 \qquad \ddot{y}' = -2v_{0x}'\Omega - y'\Omega^2$$

Daraus erhält man die Gesamtbeschleunigung

$$\vec{a}' = -\Omega^2\vec{r}' + 2\vec{v}_0' \times \vec{\Omega}$$