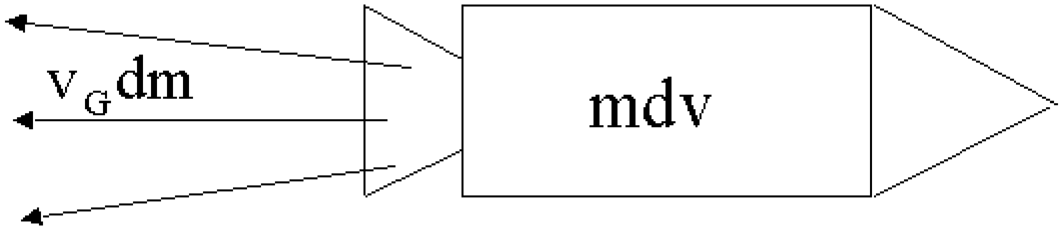
Die Raketengleichung



Wir begeben uns in das Schwerpunktsystem der Rakete. Im Schwerpunktsystem ist der Gesamtimpuls gleich Null und damit auch jede Gesamtimpulsänderung:

$$d(mv) = 0 = mdv + vdm$$

Verlässt eine Gasmasse dm die Rakete mit der Geschwindigkeit $-v_G$, so ändert sich der Impuls der Rakete um den Betrag mdv. Alle Geschwindigkeiten gelten bezüglich der Lage des Schwerpunktes der Rakete (zum Startzeitpunkt), der unverändert bleibt. Mit

$$vdm = -v_G dm = mdv$$

erhält man nach Trennung der Variablen

$$\frac{dm}{m} = -\frac{dv}{v_G}$$

Nach der Integration

$$\int_{m_0}^{m_E} \frac{dm}{m} = -v_G \int_{v_0}^{v_E} dv$$

erhält man durch Einsetzen der Grenzen:

$$v_G \ln \frac{m_0}{m_E} = v_E - v_0$$

Für einen Raketenwagen (horizontale Bewegung) kann hieraus die Endgeschwindigkeit aus dem Massenverhältnis m_0 (Ausgangsmasse zu m_E (Endmasse) berechnet werden, wenn die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und die Ausströmgeschwindigkeit der Gase bekannt sind.
Bei vertikalem Start im Schwerefeld der Erde muss noch der freie Fall im Schwerefeld berücksichtigt werden. Ist T die Flugzeit bei konstantem g (geringe Flughöhe), so erhält man für v_E:

$$v_E = v_G \ln \frac{m_0}{m_E} + v_0 - gT$$