Der senkrechte Wurf

Beim senkrechten Wurf überlagern sich eine geradlinig gleichförmige Bewegung und eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Die Abwurfgeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 0 sei

$$\vec{v}_0 = v_0 \vec{j}$$

Für die Beschleunigung gilt:

$$\vec{g} = -g\vec{j}$$

Für die zeitabhängige Geschwindigkeit in y-Richtung erhält man somit:

$$v_y(t) = v_0 - gt$$

Nochmalige Integration dieser Gleichung nach der Zeit liefert die Flughöhe des Körpers y(t) bei gegebener Abwurfhöhe y_0:

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2$$

Die Bedingung für das Bahnmaximum lautet:

$$\boxed{v_y(t_{max}) = 0}$$

Aus dieser Bedingung ermittelt man die Zeit bis zum Erreichen des Bahnmaximum:

$$t_{max} = \frac{v_0}{g}$$

Die maximale Flughöhe ergibt sich dann durch Einsetzen in die Beziehung y(t) zu

$$y = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$$

Im weiteren werden wir noch sehen, dass der zweite Summand identisch ist mit dem Verhältnis von kinetischer Energie zu Gewicht des geworfenen Körpers:

$$y = y_0 + \frac{E_{kin}}{G}$$

Die Wurfhöhe lässt sich also nicht nur durch kinematische Größen, wie Geschwindigkeit und Beschleunigung ausdrücken, sondern auch durch dynamische Größen wie Energie und Kraft.

Wir bleiben im eindimensionalen Fall, nehmen aber an, der Körper werde zusätzlich beschleunigt, etwa durch den Antrieb einer Rakete:

$$a(t) = a_R(t) - g$$

Wegen

$$\int_{v_0}^{v} dv = v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

erhalten wir

$$v = v_0 - g(t - t_0) + \int_{t_0}^{t} a_R(t)dt$$

Ist $t_0 = 0$ und $a_R = \text{const.}$, so gilt speziell:

$$v = v_0 + (a_R - g)t$$

Eine Rakete bewege sich momentan mit der Geschwindigkeit v_0. Ist $a_R = g$, so wird die Erdbeschleunigung durch den Antrieb gerade kompensiert und die Rakete bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Ist $a_R > g$, so steigt die Rakete, ist $a_R < g$, so sinkt sie mit verzögerter Beschleunigung.