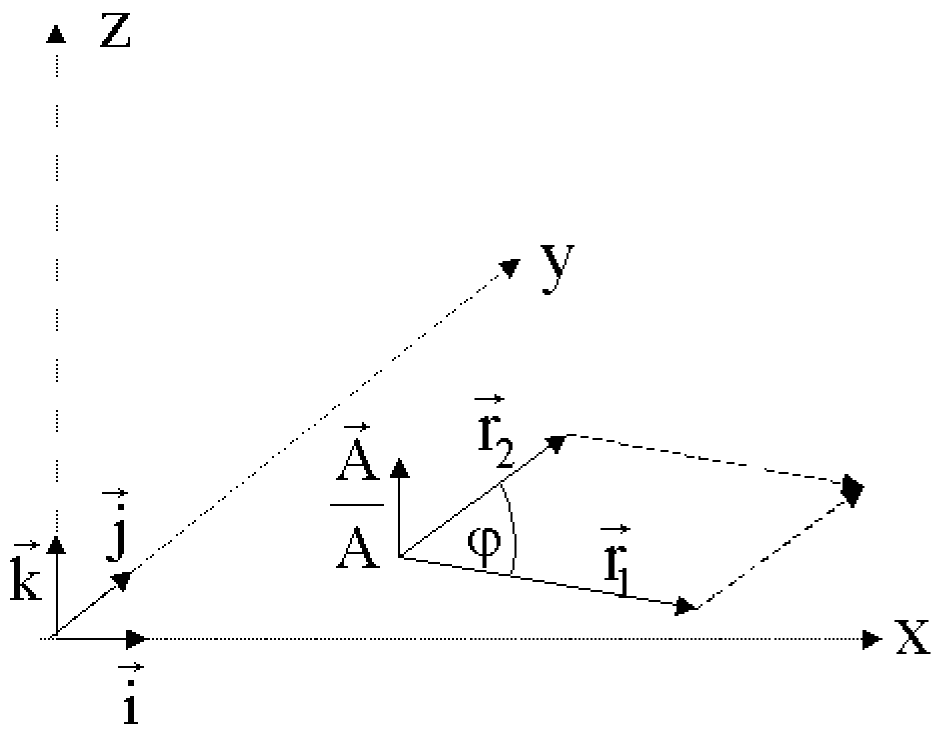
Das Vektorprodukt

Zur geometrischen Bedeutung des Vektorproduktes:



Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier (freier) Ortsvektoren ergibt einen Vektor,

- dessen Betrag der Fläche des von den beiden Vektoren aufgespannten Parallelogramms und
- dessen Richtung der Flächennormale des aufgespannten Parallelogramms entspricht.

$$\vec{A} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2$$

$$A = r_1 r_2 \sin(\varphi)$$

$$\vec{A} \perp \vec{r}_1 \quad \text{und} \quad \vec{A} \perp \vec{r}_2$$

Sind zwei Vektoren $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ in Komponentenschreibweise gegeben, so wird das Vektorprodukt $\vec{A} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2$ folgendermaßen berechnet:

$$\vec{r}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$$

$$\vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} =$$

$$(y_1 z_2 - y_2 z_1)\vec{i} - (x_1 z_2 - x_2 z_1)\vec{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1)\vec{k}$$

Der Betrag des Vektorproduktes ergibt sich dann folgendermaßen:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$A = \sqrt{(y_1 z_2 - y_2 z_2)^2 + (x_1 z_2 - x_2 z_1)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}$$