

Physik in der Praxis:

Fortgeschrittenen-Praktikum

2. Versuch:

Compton-Streuung

Durchführung	28.04.2011
Abgabe am	09.05.2011
Versuchsbetreuer	Dr. Andrei Nikiforov
Bearbeiter	Lucas Hackl Benjamin Maier

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
1.1	Photoelektrische Absorption	3
1.2	Thomson-Streuung	3
1.3	Compton-Streuung	3
1.4	Paarbildung	3
2	Versuchsaufbau	3
3	Versuchsdurchführung	4
3.1	Dosisabschätzung der Photonenquelle	4
3.2	Zeitlicher Verlauf der Detektorsignale	5
3.3	Energiekalibrierung und -auflösung des NaI-Zählers	5
3.4	Interpretation des Energiespektrums von ^{137}Cs	7
3.5	Messung des totalen Compton-Wirkungsquerschnitts für ^{137}Cs	8
4	Zusammenfassung	9

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	3
2	Erwartung des Spektrums	4
3	Zeitlicher Signalverlauf	5
4	Lineare Energiekalibrierung	6
5	Relative Energieauflösung	7
6	Cs-Spektrum	8
7	^{137}Cs -Spektrum mit und ohne Target	9
8	Totaler Wirkungsquerschnitt	9

Verwendete Messgeräte

Szintillationsdetektor mit Photomultiplier und Vorverstärker
 Hauptverstärker zur Signalverarbeitung
 Digitaloszilloskop

Abstract

Im Rahmen dieses Experiments untersuchten wir Compton-Streuung an einem Aluminiumtarget. Hierbei konzentrierten wir unsere Betrachtungen vor allem auf die Funktionsweise des Szintillatormaterials, in dem zum Nachweis unterschiedliche Streuprozesse ablaufen. Eingesetzt wurden radioaktive Proben, bei deren β -Zerfall auch γ -Quanten frei werden: ^{22}Na , ^{133}Ba und ^{137}Cs . Bei den Wechselwirkungen zwischen Photonen und Elektronen bzw. Materie wurden neben der Compton-Streuung vor allem noch die photoelektrische Absorption (es tritt auch Thomson-Streuung auf) beachtet, während Paarbildung für unsere Energieskala weniger relevant schien. Nachdem im ersten Schritt eine Energiekalibrierung des Detektors durchgeführt wurde, ermittelten wir im zweiten Schritt den totalen Wirkungsquerschnitt der ^{137}Cs -Quelle bei Streuung an Aluminium.

1 Einführung

γ -Strahlung entsteht neben α - und β -Strahlung bei radioaktiven Prozessen. Es handelt sich um hochenergetische elektromagnetische Strahlung ab etwa 200 keV. Gefährlich ist γ -Strahlung durch ihre ionisierende Wirkung in biologischem Gewebe und die Schwierigkeit sie abzuschirmen: Während sich α - und β -Strahlung vergleichsweise leicht mithilfe von Materie abschirmen lassen, wird γ -Strahlung durch Materie nur langsam abgeschwächt, was durch Wechselwirkungen der Strahlung mit dem Material geschieht.

1.1 Photoelektrische Absorption

Bei der photoelektrischen Absorption wird ein Photon bei Wechselwirkung mit einem Elektron vollständig absorbiert und gibt seine gesamte Energie

$$E_{ph} = h\nu$$

an das Elektron ab. Genügt die Energie des Photons um die Bindungsenergie E_B zu überwinden, so wird es mit der kinetischen Energie

$$E_{kin} = h\nu - E_B$$

herausgelöst. Historisch wurde dies als Photoeffekt bekannt, der erst mittels der Quantenmechanik erklärbar wurde. Die entstehende Lücke in der Atomschale bzw. in den Bändern eines Festkörpers wird durch energetisch höher liegende Elektronen gefüllt, wobei die Differenzenergie wieder in Form eines Photons frei wird.

1.2 Thomson-Streuung

Die Thomson-Streuung lässt sich als niedrigenergetischer Grenzfall der Compton-Streuung begreifen, bei der die Streuung elastisch stattfindet: Ohne Energieübertrag auf das Elektron streut ein Photon als elektromagnetische Welle am elektrischen Feld eines Elektrons. Zur Bestimmung des Wirkungsquerschnitts lässt sich die Klein-Nishina-Formel, welche die quantenelektrodynamische Beschreibung der Compton-Streuung darstellt, verwenden.

1.3 Compton-Streuung

Die Compton-Streuung ist eine inelastische Streuung zwischen einem Photon einer Energie E_0 und einem ruhenden Elektron der Masse m_e . Abhängig vom Streuwinkel θ gilt für die Wellenlänge des gestreuten Photons:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

Dabei bezeichnet man den Faktor $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ als Compton-Wellenlänge. Bemerkenswert ist die fehlende Symmetrie entlang Richtungsachse: Vorwärts- und Rückwärtsrichtung unterscheiden sich, was klassisch nicht erklärbar ist. Der maximale Energieübertrag findet bei Rückstreuung statt und die resultierende Energie wird als Compton-Kante bezeichnet.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt nimmt nach Klein und Nishina die folgende Gestalt an:

$$\frac{d\sigma}{d\Sigma} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{E'}{E_0} \right)^2 \left(\frac{E'}{E_0} + \frac{E_0}{E'} - \sin^2 \theta \right)$$

Dabei bezeichnet E' die Energie des Photons nach der Wechselwirkung, welche sich direkt in Abhängigkeit zur neuen Wellenlänge bestimmen lässt, und $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ den klassischen Elektronenradius.

1.4 Paarbildung

Bei der Wechselwirkung eines Photons mit dem elektromagnetischen Feld eines Atomkerns im Festkörper kann es zur Bildung eines Elektron-Positron-Paares kommen: Das Photon gibt seine gesamte Energie an die beiden neu entstandenen Teilchen ab, wozu es mindestens die zugehörige Ruheenergie der beiden Teilchen $2m_e c^2$ aufbringen muss – bei höheren Energie wird die Energiedifferenz in kinetische Energie der entstandenen Teilchen umgewandelt:

$$E_{kin} = E_{e^+} + E_{e^-} = h\nu - 2m_e c^2$$

Durch Wechselwirkungen mit dem umgebenden Material verliert das Positron jedoch sehr schnell seine Energie, sodass es bei größeren Streutargets vor Verlassen des Materials wieder mit einem Elektron annihiliert.

2 Versuchsaufbau

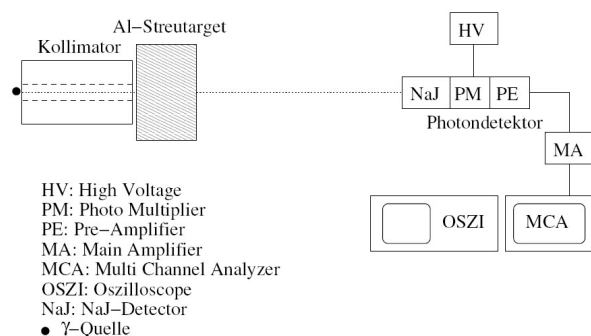


Abbildung 1: Versuchsaufbau, aus [1]

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, befindet sich zwischen der Photonenquelle, welche von Hand in die

Aperatur eingesetzt wird, ein Kollimator, der die Strahlung bündelt. Das Aluminiumtarget lässt sich optional einsetzen und kommt im Folgenden nur bei einem Teil der Messungen zum Einsatz. Der Photonen-detektor ist an Hochspannung angeschlossen und besteht selbst aus mehreren Komponenten:

1. Im ersten Schritt wird als Szintillatormaterial NaI(Tl) eingesetzt: Die Thallium-Dotierung erzeugt sogenannte Aktivator-Zentren: Die γ -Photonen sorgen durch Anregung für die Bildung eines Elektron-Loch-Paares, welche erst an jenen Aktivator-Zentren über mehrere Energiezwischenstufen abgeregt werden, bei denen Photonen niedriger Energie frei werden, für die das Material durchsichtig ist. Bei einer direkten Annihilation des Elektron-Loch-Paares würde wieder ein γ -Photon gleicher Energie entstehen, das genügend Energie besäße, um ein anderes Elektron-Loch-Paar anzuregen – für diese ist das Material folglich nicht durchsichtig.
2. Dem Szintillator ist im zweiten Schritt ein Photomultiplier nachgeschaltet, der aus den einfallenden Photonen mittels der photoelektrischen Absorption einen messbaren elektrischen Strom erzeugt. Würde man die γ -Photonen direkt auf den Photomultiplier lenken, würden aufgrund der höheren Energie neben der photoelektrischen Absorption auch noch andere Wechselwirkungen eine Rolle spielen und der gemessene Strom abweichen. Aus diesem Grund ist die Umwandlung der γ -Photonen in Photonen niedrigerer Energie, bei denen der Photomultiplier korrekt arbeitet, die wichtigste Funktion des Szintillators.
3. Die anschließenden Funktionen des Vorverstärkers und Hauptverstärkers dienen der Verstärkung und Verarbeitung, woran sich die Digitalisierung des elektrischen Signals anschließt. Durch Integration und Mittelung der Photostrome lässt sich die Energie der einfallenden γ -Photonen feststellen, wobei im Detektor eine zur Energie proportionale Klasseneinteilung stattfindet, welche im Rahmen des Experiments noch normiert werden muss.

Abhängig von der Größe des Szintillatormaterials kann ein Teil der einfallenden Energie über Streuungen entkommen. Ab einer gewissen Größe wird näherungsweise die gesamte einfallende Energie durch innere Wechselwirkungen und die Aktivator-Zentren zu messbaren Anregungszuständen umgewandelt, sodass sich bei der Messung ein δ -Peak an der Energie

der einfallenden Strahlung findet. Bei kleinerer Größe des Szintillatormaterials führen Thomson-Streuung, Compton-Streuung, Paarbildung und die sogenannte Rückstreuung (back scattering) zu charakteristischen Peaks im gemessenen Energiespektrum.

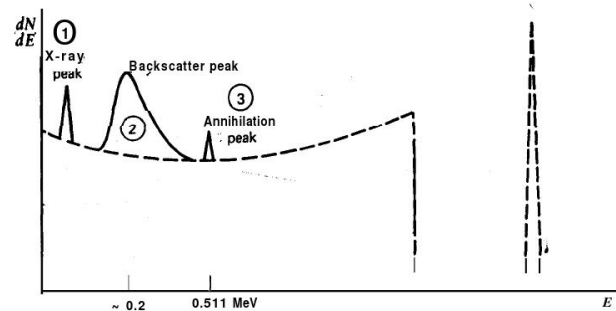


Abbildung 2: Erwartung des Spektrums, aus [2]

Wie in Abbildung 2 zu sehen, treten bei einem realen Detektor mittlerer bis kleiner Größe charakteristischer Effekte auf: Während (1) und vor allem (3) im vorliegenden Versuch eine geringere Rolle spielen, sollten die Rückstreuung durchaus eine Rolle spielen: Durch Streuung am den Szintillator umgebenden Material findet eine Konzentration von Photonen im unteren Energiebereich statt. Dies liegt daran, dass bei großen Winkeln (nahe 180°) die gestreuten Photonen nur fast unabhängig von der einfallenden Energie mit etwa $(0,2 - 0,3)$ MeV auftreten. Hiermit erklärt sich der Begriff Rückstreuung und der bei (2) eingezeichnete Peak.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Dosisabschätzung der Photonenquelle

Als Äquivalentdosis biologisch gefährlicher Strahlung bezeichnet man die Energie pro Masse, die von einer radioaktiven Quelle auf einen Körper übertragen wird, multipliziert mit einem Qualitätsfaktor, welcher der stochastischen Gefährlichkeit der Strahlung Rechnung trägt. Für Photonen ist dieser Qualitätsfaktor 1, sodass sich der Begriff Äquivalentdosis auch als Umrechnung in die Wirkung von elektromagnetischer Strahlung verstehen lässt – dies jedoch nur näherungsweise. Für einen Körper der Masse M auf den Strahlung der Energie E mit dem Strahlungsgewichtungsfaktor w_R (hier: $w_\gamma = 1$) trifft, gilt für die Äquivalentdosis:

$$H = w_R \frac{E}{M}$$

Die Aktivität $A(t)$ einer Probe entspricht der Geschwindigkeit des Zerfalls $N(t)$ gemäß:

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_H}}$$

Dabei bezeichnet T_H die Halbwertszeit, also die Zeit, in der die Hälfte einer Probe durch Radioaktivität zerfällt. Zur Berechnung integrieren wir, erhalten wieder das Zerfallsgesetz und multiplizieren mit der Energie eines einzelnen Photons E_γ , wobei sich für die Anfangsmenge $N(0)$ eine Abhängigkeit von der Anfangsaktivität $A(0)$ ergibt:

$$E(t) = (N(0) - N(t)) E_\gamma = A(0) \frac{T_H}{\ln 2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T_H}} \right) E_\gamma$$

Eine Taylorreihenentwicklung für $t \ll T_H$ liefert die vernünftige Näherung

$$E(t) = A(0) t E_\gamma$$

mit der Annahme konstanter Aktivität über den Zeitraum. Die einzelnen Äquivalentdosen sind der Tabelle 1 zu entnehmen. Insgesamt erhalten wir für $t = 12\text{h}$:

$$H = 20.3 \mu\text{Sv}$$

Bei einer durchschnittlichen Gesamtstrahlenbelastung pro Jahr^[3] von $H = 2,1\text{mSv}$ entspricht die hier berechnete Maximalbelastung etwa 1% der durchschnittlichen jährlichen Belastung.

3.2 Zeitlicher Verlauf der Detektorsignale

Um die Auswirkungen der Verstärker auf das Signal zu analysieren, stellen wir den zeitlichen Verlauf des Signals von Vor- und Hauptverstärker gleichzeitig auf dem Oszilloskop dar. Dabei wurde zunächst das Vorverstärker-Signal auf Channel 1 getriggert, während zugleich das Hauptverstärker-Signal auf Channel 2 dargestellt wurde.

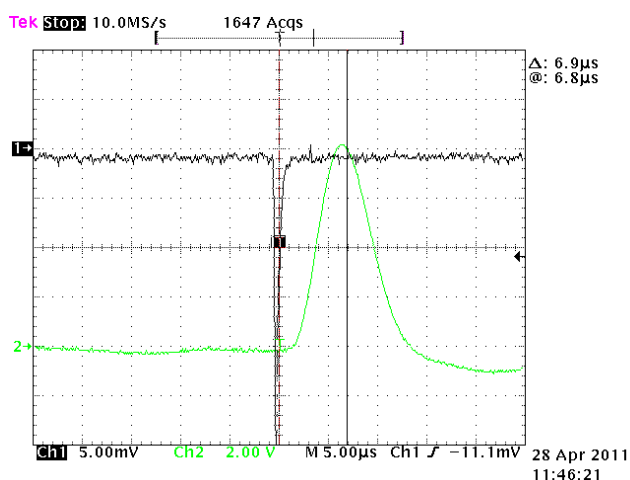


Abbildung 3: Zeitlicher Signalverlauf

Wie Abbildung 3 zu entnehmen, wird das Signal des Vorverstärkers auf etwa 8V verstärkt. Bedingt durch die Integrationszeit des Vorverstärkers, der elektrische

Spannungsimpulse über eine sehr kurze Zeit aufsummiert (und auf diese Weise möglichst die gesamte Photon-Energie eines Streuprozess zu bestimmen, welche an den Aktivatorzentren in mehrere Energieimpulse geringerer Energie aufgeteilt wurde), erkennen wir einen linearen, fast instantanen Anstieg von weniger als einer μs . Die Zeitverzögerung zwischen den Signalen Δt haben wir 6 mal am Oszilloskop durch Verschieben der beiden Messachsen auf dem Bildschirm bestimmt. Durch die Auflösung der Achsen ergibt sich für jeden der beiden Peaks ein systematischer Fehler von $0.04\mu\text{s}$. Weiterhin fällt auf, dass ein systematischer Fehler durch das subjektive Messen des Experimentators auftritt, der sich ebenfalls zu $0.04\mu\text{s}$ abschätzen lässt. Pythagoräische Addition von statistischem Fehler $0.02\mu\text{s}$ und der systematischen Fehler führt schließlich zum Resultat

$$\Delta t = (6.77 \pm 0.07) \mu\text{s}.$$

Diese Zeitverzögerung ist im Wesentlichen durch die inneren Prozesse (Integration und Glättung) im Hauptverstärker bestimmt – Einflüsse der Kabellängen zwischen den Komponenten sind vernachlässigbar und liegen einige Größenordnungen unter dem gemessenen Resultat.

3.3 Energiekalibrierung und -auflösung des NaI-Zählers

Da der Detektor die Energien linear in Klassen zusammenfasst, müssen wir im ersten Schritt eine Energiekalibrierung durchführen: Die späteren Häufigkeiten von Ereignissen bestimmter Energie werden dabei sogenannten Kanälen zugeordnet, die stellvertretend diese Klassen bzw. Energieintervalle darstellen. Zur Kalibrierung benutzen wir dabei die bekannten Photonenenergien unserer drei Proben: Bei Messung dieser Proben erwarten wir einen deutlichen Peak im Bereich ihrer Photonenenergie, sodass wir mit drei Messpunkten eine lineare Kalibrierungskurve bestimmen können, welche die Übersetzung von Kanalnummern in Energiebeträge liefert. Die dabei auftretenden Energien haben wir bereits in Tabelle 1 aufgeführt.

Zur Datenanalyse verwenden wir das Programm ROOT. Durch sogenanntes Rebinning werden die Zählungen einzelner Kanäle in Bins eines Histogramms zusammengefasst. Für die Messung des Natriums werden dabei 16 Kanäle zu einem Bin zusammengefasst, für alle anderen Messungen 8. Aus der Zahl der Ereignisse aus den einzelnen Kanälen werden Mittelwert und Vertrauensbereich gebildet, unter Annahme einer Poissonverteilung.

Für die Kalibrierung ist nun die Lage der Photopeaks

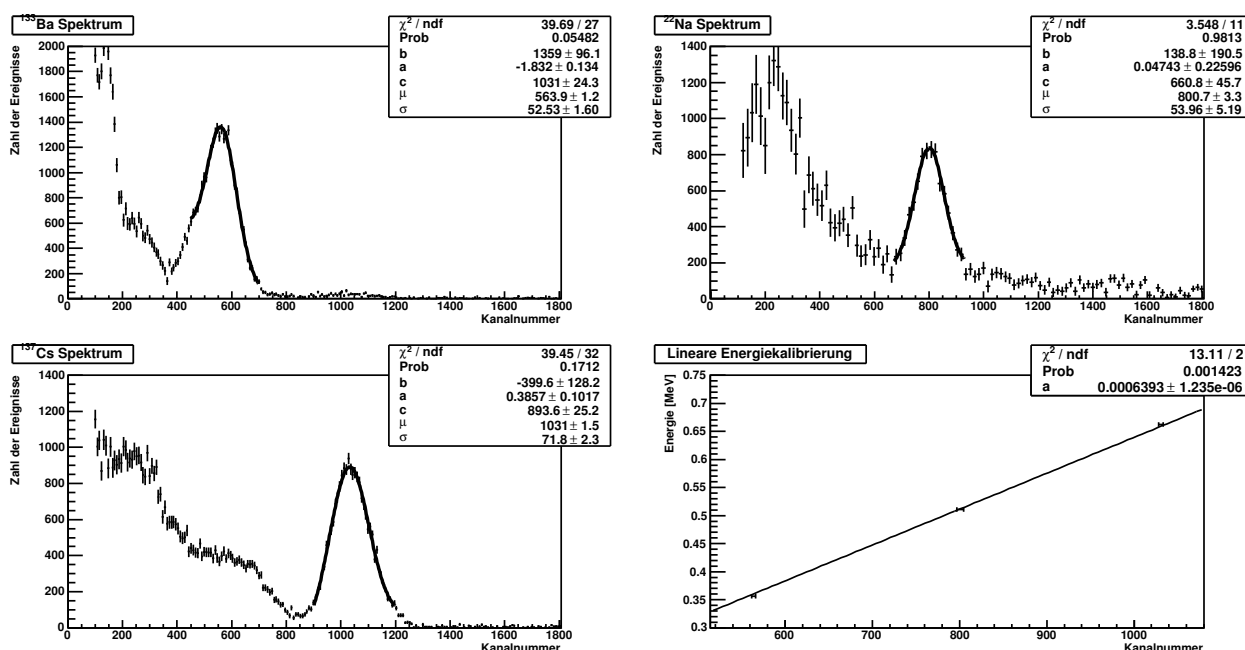


Abbildung 4: Die Spektren der untersuchten Elemente ohne Hintergrund, inklusive Gauß-Fits der Photopeaks und linearem Fit der Energien.

relevant, die wir durch Fitting einer Gaußfunktion mit linearem Untergrund erhalten

$$Z(N) = aN + b + c \exp\left(-\frac{(N-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

wobei Z die Zahl der Ereignisse in Kanal N ist, μ der Mittelwert der Gaußkurve (Kanallage des Photopeaks) und σ die Standardabweichung der Gaußkurve. Die Fits der Photopeaks der einzelnen Elemente sind inklusive Parametern, reduziertem χ^2 und Wahrscheinlichkeit in Abbildung 4 dargestellt und erfüllen mit großzügiger Betrachtung die Voraussage der Fitfunktion.

Zusätzlich zu den statistischen Fehlern der Lage μ aus dem Fit ergibt sich ein systematischer Fehler, der durch die Wahl des Fitbereichs entsteht. Dieser wird nach der Wahl verschiedener Bereiche für alle Messungen auf ± 2 abgeschätzt und für die weitere Betrachtung mit dem statistischen Fehler zusammengefasst. Die oben erwähnte Übertragung der Kanalnummern in Energien lässt sich nun durch eine Fitfunktion

$$E(N) = aN \quad (1)$$

ermitteln. Der lineare Fit ist ebenfalls in Abbildung 4 dargestellt, es ergibt sich der für die Umrechnung nötige Parameter

$$a = (6.93 \pm 0.01) \times 10^{-4} \text{ MeV}.$$

Die geringe Wahrscheinlichkeit liegt dabei daran, dass nur ein Fitparameter für eine geringe Datenmenge mit kleinen Fehlerbalken verwendet wurde. Bei einem affin-linearen Fit stieg die Wahrscheinlichkeit auf rund 90% ohne relevanten Effekt auf die Ergebnisse.

Die relative Energieauflösung des NaI-Zählers bei der Lage eines Photopeaks μ ergibt sich aus der Breite des Gaußfits bei halbem Maximum (FWHM - „Full width at half maximum“, $\text{FWHM} = \sqrt{8 \ln 2} \sigma$) zu

$$A(\mu) = \frac{\sqrt{8 \ln 2} \sigma}{\mu}.$$

Präparat	γ -Energie (MeV)	Aktivität A_0 (kBq)	Halbwertszeit (a)	Aktivität A_1 (kBq)	Kanalnummer N	Äquivalentdosis für Versuch (μSv)
^{133}Ba	0.356	397	10.54	153.1	(564 ± 3)	4.72
^{22}Na	0.511	374	2.60	7.9	(801 ± 4)	0.35
^{137}Cs	0.662	371	30.17	266.0	(1031 ± 3)	15.23

Tabelle 1: Eigenschaften der Präparate bezüglich verschiedener Teile des Experiments, Daten teilweise aus [1]

Nach [2] soll sich für die relative Auflösung ein Zusammenhang

$$A(E) = \frac{\sqrt{aE+b}}{E}$$

einstellen. Nach dem Umrechnen der Lagen als Kanalnummern μ in Energien E gemäß (1) und Bestimmen der relativen Auflösung mithilfe Gauß'scher Fehlerfortpflanzung lässt sich ein Fit dieser Funktion an die Daten aus der Ermittlung der Photopeaks durchführen, der in Abbildung 5 dargestellt ist. Wie man sieht, ist das Ergebnis des Fits nicht wirklich konsistent mit den gemessenen Daten, besonders die Auflösung bei Natrium liegt nicht in der Erwartung. Damit kommen zwei Möglichkeiten in Frage: Entweder unsere Standardabweichung bei Cäsium ist zu groß, sodass die Kurve zu weit nach oben skaliert wird, oder aber die Standardabweichung bei Natrium ist zu klein. Im Vergleich zu den Fits der anderen Größen hat diese im Falle des Natriums auch einen wesentlich größeren Fehler.

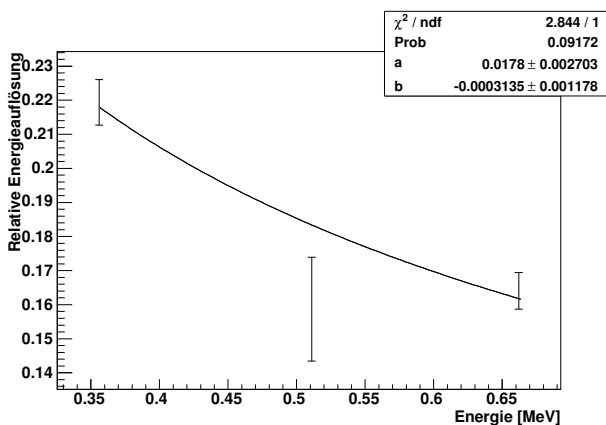


Abbildung 5: Relative Energieauflösung

3.4 Interpretation des Energiespektrums von ^{137}Cs

Anhand der Abbildung 6 kann man sehr gut sehen, wie sich das charakteristische Spektrum nach Abzug der Hintergrundstrahlung einstellt. Deutlich zu erkennen ist der gaußförmige Photopeak bei $E = 0.66 \text{ MeV}$. Die Breite des Peaks liegt mit ca. 0.11 MeV über der Erwartung, die sich aus Betrachtung der Unschärfereleation und der Grundenergie der Elektronen im Target ergibt. Nach der Unschärferelation ergibt sich für eine mittlere Lebensdauer des metastabilen Zustands bei der γ -Emission $\tau = 150 \text{ s} / \ln 2$ [1] eine Energieunschärfe von

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\hbar}{\tau} \\ &= 3 \times 10^{-24} \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Die Größenordnung der Unschärfe aus der kinetischen Energie lässt sich aus dem Grundzustand der Elektronen im Wasserstoff abschätzen und errechnet sich so zu

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} \\ &= 1.4 \times 10^{-5} \text{ MeV}, \end{aligned}$$

wobei a_0 der Bohr'sche Atomradius ist. Die durch diese Effekte auftretende Unschärfe kann die Breite des Photopeaks in der Größenordnung von 10^{-1} MeV also nicht erklären. Die Verbreiterung des Peaks ist hauptsächlich auf die Energieauflösung des Detektors zurückzuführen, die für ^{137}Cs für gewöhnlich in der Größenordnung von 10% liegen soll^[4], jedoch nach unserer Messung ca. 16% beträgt. Wir gehen davon aus, dass diesen Abweichungen technische Ursachen unseres Szintillators (Integrationszeit, innere Streuprozesse, Fehler bei der Dotierung, Verstärker) zugrunde liegen.

Weitere bei dieser Energie ($< 2m_e c^2$) auftretende Effekte im Spektrum sind wie in der Einführung erwähnt die Comptonstreuung (einmalige und zweimalige) und die Rückstreuung (back scattering). Für Comptonstreuung stellt sich eine Maximalenergie der gestreuten Elektronen in Abhängigkeit der Photonenenergie E_0 ein, die nach [1]

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \frac{2E_0\gamma}{1+2\gamma} \\ &= 0.48 \text{ MeV} \end{aligned}$$

beträgt, wobei $\gamma = E_0/m_e c^2$ ist. Diese Kante ist in Abbildung 6 bei $E \approx 0.44 \text{ MeV}$ zu sehen. Die lineare Abnahme der Energie nach der Comptonkante aufgrund zweifacher Comptonstreuung kann vermutet werden, ist aber aufgrund der hohen Energieauflösung nicht sicher zu bestätigen. Der Backscatteringpeak entsteht durch die nahezu gleiche Energie 180° -gestreuter Photonen bei $E \approx 0.2 \text{ MeV}$, was ebenfalls gut zu erkennen ist.

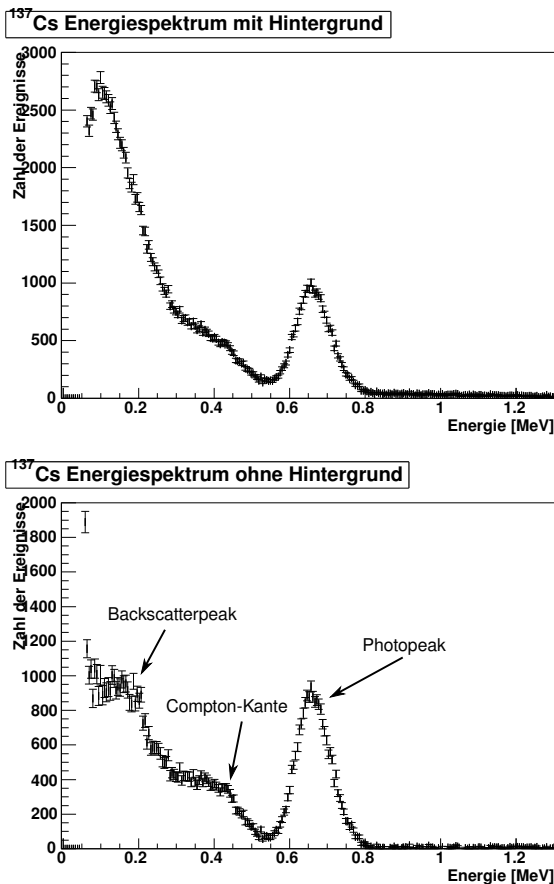


Abbildung 6: Spektrum des ^{137}Cs mit und ohne Hintergrund

3.5 Messung des totalen Compton-Wirkungsquerschnitts für ^{137}Cs

Im letzten Schritt wollen wir den totalen Wirkungsquerschnitt der Streuung von ^{137}Cs -Photonen an einem Aluminiumtarget bestimmen. Dazu vergleichen wir unsere Resultate des Energiespektrums bei der Streuung mit und ohne Aluminiumtarget: Der totale Wirkungsquerschnitt entspricht dem Integral über den differentiellen (dies kann im Energieraum oder im Impulsraum über Raumwinkel durchgeführt werden). Bei unserer Messung bestimmen wir den totalen Wirkungsquerschnitt durch das Verhältnis der um die Untergrundstrahlung bereinigten absoluten Häufigkeiten mit und ohne Aluminiumtarget. Formelmäßig finden wir die folgende Relation für den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma = \frac{M}{\rho N_A d Z_{\text{Proton}}} \ln \left(\frac{Z_0}{Z_{\text{Al}}} \right)$$

Dabei setzen wir die folgenden Größen als gegeben voraus und vernachlässigen eventuelle Unsicherheiten (da klein gegenüber den anderen Effekten, die durch die Messapparatur und den Detektor bedingt sind):

Größe		Wert
Molare Masse	M	26.98 g mol^{-1}
Kernladungszahl	Z_{Proton}	13
Dichte	ρ	2.72 g cm^{-3}
Avogadrozahl	N_A	$6.02214 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Die Dicke des Aluminiumblocks messen wir mittels eines Lineals zu $d = (5.0 \pm 0.1) \text{ cm}$. Die absoluten Häufigkeiten Z_0 (ohne Aluminiumtarget) und Z_{Al} (mit Aluminiumtarget) der Detektionen ergeben sich mittels einer Integration über die gemessenen Ereignispeaks. Hierzu fitten wir jeweils eine Gaußverteilung mit linearem Untergrund an. Dabei folgt:

$$Z = c \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(-\frac{(N - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) dN = c \sigma \sqrt{2\pi}$$

Die dabei zu integrierende Modellfunktion stellt also wie oben eine Gaußverteilung mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ dar – c ist ein weiterer freier Parameter für die Normierung.

Bei unserer Rechnung erhalten wir für den totalen Wirkungsquerschnitt den unkorrigierten Wert

$$\sigma_{\text{-corr}} = (248 \pm 12) \text{ mb.}$$

Allerdings ist zu beachten, dass die Detektorfläche einen endlichen Raumwinkel überdeckt. Entsprechend werden bei der Einführung des Streutargets nicht nur die ungestreuten Photonen (die also an keiner Compton-Wechselwirkung beteiligt waren) gemessen, sondern eben auch die in Vorwärtsrichtung gestreuten Photonen mit hinreichend kleinem Winkel. Für unsere Korrektur nehmen wir vereinfachend an, dass der winkelabhängige differentielle Querschnitt $d\sigma/d\Sigma$ isotrop sei. Bei $\theta = 0$ ist dieser $d\sigma/d\Sigma = r_0^2$, der Raumwinkel des Detektors hat eine Größe $\Delta\Sigma = \pi r^2/l^2$. Hier ist r der Radius des Detektors und l der Abstand zwischen Streuzentrum und Detektor. Gemessen wurden diese Größen mithilfe eines Lineals zu $r = (2.25 \pm 0.05) \text{ cm}$, bzw. $l = (19 \pm 1) \text{ cm}$, wobei das Streuzentrum am Mittelpunkt des Targets vermutet und dessen Unsicherheit auf 1 cm abgeschätzt wurde. Als Korrektur ergibt sich so

$$\Delta\sigma = r_0^2 \frac{\pi r^2}{l^2} = (3.5 \pm 0.4) \text{ mb}$$

Letztlich erhalten wir durch Addition der Werte den korrigierten totalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{corr}} = (251 \pm 12) \text{ mb,}$$

der innerhalb des Vertrauensbereichs mit dem theoretischen Wert von $\sigma = 258 \text{ mb}$ übereinstimmt (siehe Abbildung 8).

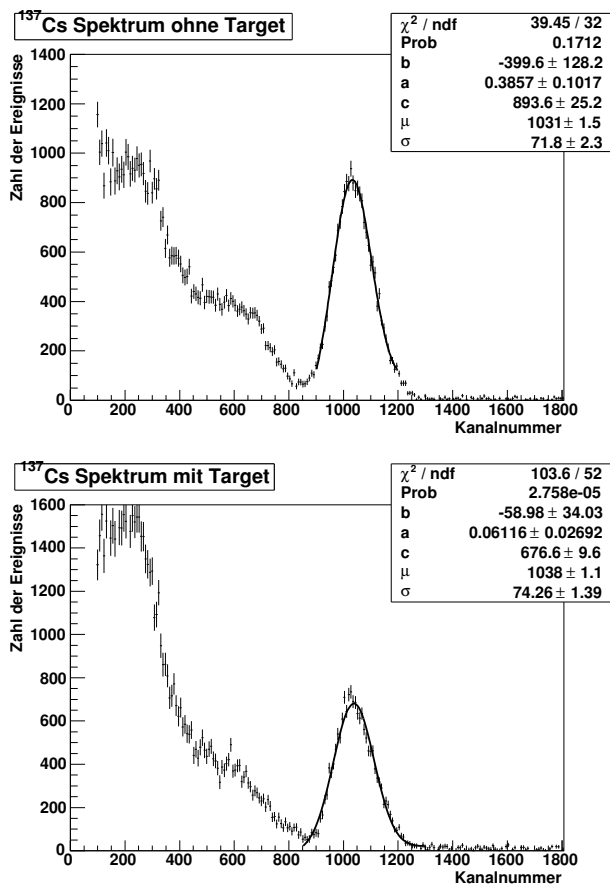


Abbildung 7: ^{137}Cs -Spektrum mit und ohne Target

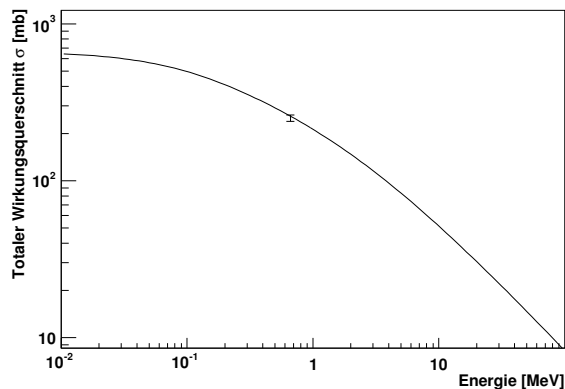


Abbildung 8: Totaler Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung anhand der Messung des ^{137}Cs -Photopeaks mit und ohne Target im Vergleich mit dem theoretischen Verlauf für ^{137}Cs

4 Zusammenfassung

Die Fitfunktion der Photopeaks modelliert die Daten großzügig betrachtet sehr gut, sieht man von der geringen Wahrscheinlichkeit des Cs-Photopeaks mit

Aluminiumtarget ab. Die Hypothese des linearen Untergrunds scheint jedoch nicht der Grund für geringe Wahrscheinlichkeiten zu sein, da Fits mit exponentiell bzw. antiproportional abfallendem Untergrund nicht zu höheren Fitwahrscheinlichkeiten führten. Da jedoch die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts trotz der geringen Fitwahrscheinlichkeit Konsistenz mit dem theoretischen Modell zeigt, kann davon ausgegangen werden, dass das Modell die Daten doch gut approximiert. Genauere Ergebnisse ließen sich vermutlich durch die Verwendung eines Halbleiterdetektors erreichen, welcher eine wesentliche bessere Energieauflösung besitzt als ein Szintillationsdetektor.

Die Kalibrationskurve mit nur drei Datenpunkten erscheint etwas problematisch und bleibt nur solange sinnvoll, wie sicher von einem fast linearen Verlauf ausgegangen werden kann. Versuchsweise entschieden wir uns auch für eine affin-lineare Anpassung ($E(N) = aN + b$). Aufgrund der größeren Anzahl an Freiheitsgraden wurden die Fehler sehr klein und damit die Wahrscheinlichkeit der Verteilung sehr groß 91%. Der ermittelte konstante Term (b) war jedoch in der Größenordnung 0.01 MeV und deshalb für die weiteren Resultate vernachlässigbar (tatsächlich liefert die Rechnung mit dieser leicht veränderten Übertragungsfunktion Werte, die in ihrem Vertrauensbereich mit den von uns angegeben übereinstimmen). Der berechnete totale Wirkungsquerschnitt von $(251 \pm 12) \text{ mb}$ stimmte wie bei der Auswertung erläutert innerhalb seines Vertrauensbereichs mit dem theoretisch vorhergesagten Wert (Klein-Nishina-Formel), sodass hier Theorie und Experiment konsistent auftreten.

Literatur

- [1] Skript - „Anleitung zum Versuch 'Compton-Effekt' im Fortgeschrittenen-Praktikum“ von O. Epler und U. Schwanke, Humboldt-Universität zu Berlin, 10.12.2007
- [2] „Radiation Detection and Measurement“, von Glenn F. Knoll, Kapitel 10
- [3] Bundesamt für Strahlenschutz, Informationen zu Ionisierender Strahlung, http://www.bfs.de/de/ion/faq/faq_istrahlung.html/#5
- [4] „Gammaspektroskopie“ - Wikipedia Foundation, <http://de.wikipedia.org/wiki/Gammaspektroskopie>