
INSTITUT FÜR PHYSIK
HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN



Physikalisches Einführungspraktikum
Versuchsprotokoll
T4 – Zustandsgleichung idealer Gase

Betreuer: Dipl.-Phys. J. Lienemann

Raum 3'16, NEW 14, Versuchsplatz 2

Benjamin Maier, 529225
Versuchspartner: Tobias Perna, 528983

22.4.2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
1.1	Versuchsbeschreibung und Motivation	3
1.2	Physikalische Grundlagen	3
2	Messwerte und Auswertung	3
2.1	Bestimmung des Spannungskoeffizienten	3
2.2	Errechnung der Zimmertemperatur	5
2.3	Kontrollwerte	6
3	Ergebnisdiskussion	7
3.1	Diskussion der zu ermittelnden Größen	7
3.2	Diskussion der Zusatzmessungen	7
3.3	Fazit	7
4	Quellen	7
5	Anhang	7

1 Einführung

1.1 Versuchsbeschreibung und Motivation

Im zu bearbeitenden Versuch sollte mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase und einem Gasthermometer der Spannungskoeffizient γ der thermodynamischen Zustandsgleichung $p_t V_t = p_0 V_0 (1 + \gamma t)$ bestimmt, sowie dann daraus die Zimmertemperatur ermittelt werden. Dabei wurde der Kolben eines Gasthermometers verschiedenen Temperaturen ausgesetzt, sodass das im Kolben befindliche Gas durch eine Kapillare Druck auf eine Quecksilbersäule ausübte, die durch eine U-förmige Kapillare zwei Pegelstände anzeigte. Der linke Pegel wurde dabei immer auf eine konstante Marke eingestellt, um das Volumen bei verschiedenen Messungen konstant zu halten, was ermöglicht, es ganz aus der Zustandsgleichung zu kürzen. Gemessen wurde dann schließlich der Höhenunterschied beider Pegel sowie der äußere Luftdruck, um daraus den Druck des Gases im Kolben ermitteln zu können. Eine genauere Versuchsbeschreibung findet sich in [1], auf den Seiten 71 bis 75.

1.2 Physikalische Grundlagen

Wichtig für diesen Versuch ist das sich aus der thermodynamischen Zustandsgleichung ergebende Gesetz von Gay-Lussac (s.[1], S.72), das für isochore Zustandsänderungen

$$p_t = p_0(1 + \gamma t) \quad (1)$$

lautet, wobei t in $^{\circ}\text{C}$ die momentane Temperatur des Gases im Kolben ist, p_t in Pa dessen Druck zur Temperatur t , p_0 der Druck bei $t = 0^{\circ}\text{C}$ und γ der Spannungskoeffizient in $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Weiterhin ist für die Umrechnung des Pegelunterschiedes Δh_t (gemessen in mm) in den ausgeübten Druck p_t folgende, aus [1], S.74 reproduzierte Formel

$$p_t = \Delta h \cdot 133,3 \frac{\text{Pa}}{\text{mm}} + p_a = p' + p_a \quad (2)$$

wichtig, wobei p_a den äußeren Luftdruck in Pa angibt und p' der Druck der Quecksilbersäulendifferenz ist.

Um eine genaue, vom momentanen Luftdruck abhängige Siedetemperatur von Wasser zu erhalten, verwendet man die aus [1], S.75 entnommene empirische Formel

$$\frac{t_s}{^{\circ}\text{C}} = 100 + 2,81 \cdot 10^{-4} \left(\frac{p_a}{\text{Pa}} - 10,13 \cdot 10^4 \right). \quad (3)$$

2 Messwerte und Auswertung

2.1 Bestimmung des Spannungskoeffizienten

Um den Spannungskoeffizienten verlässlich ermitteln zu können waren zwei Fixpunkte nötig, deren Temperatur bekannt war. Deswegen wurden erst zehn Messungen durchgeführt, bei denen sich der Kolben in Eiswasser befand, das Gas also per Definitionem $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$ besitzen sollte. Als Vergleichswert maßen wir mit einem Digitalthermometer GTH 175/Pt den Wert $t_0 = (0,1 \pm 0,2)^{\circ}\text{C}$. Danach erhitzen wir den in Wasser befindlichen Kolben bis zum Siedepunkt, maßen die Vergleichstemperatur $t_s = (100,1 \pm 0,6)^{\circ}\text{C}$ und nahmen wiederum zehn Messwerte auf.

Das Verfahren zur Messwertaufnahme bestand in der Einstellung des Pegels der linken Quecksilbersäule auf eine festgelegte Marke $h_1 = 300 \text{ mm}$ und der Messung des rechten Pegels h_2 , woraus sich $\Delta h = h_2 - h_1$ ermitteln ließ. Die Formel für den systematischen Fehler e_s ergibt aus [2], S.17, Tabelle 5 zu $e_{s,h_1} = 200 \mu\text{m} + 10^{-3} \cdot h_1 = 0,3 \text{ mm}$, bzw. $e_{s,h_2} = 200 \mu\text{m} + 10^{-3} \cdot \bar{h}_2$, welche sich dann zum systematischen Fehler von Δh addieren. In den folgenden Tabellen ist die Auswertung der Messungen dargestellt.

i	$h_{0,2,i}$ in mm	$\Delta h_{0,i}$ in mm
1	252	-48
2	255	-45
3	254	-46
4	257	-43
5	260	-40
6	253	-47
7	253	-47
8	256	-44
9	258	-42
10	255	-45
Mittelwert		$\Delta \bar{h}_0 = -44.7$ mm
Standardabweichung		$\sigma_{\Delta h,0} = 2.5$ mm
Vertrauensbereich		$e_{z,0} = 0.8$ mm
Systematischer Fehler		$e_{s,0} = 0.6$ mm
Messunsicherheit		$u_{\Delta h,0} = 1.4$ mm
Endergebnis		$\Delta h_0 = (-45 \pm 2)$ mm

Tabelle 1: Messungen für Eiswasser

i	$h_{s,2,i}$ in mm	$\Delta h_{s,i}$ in mm
1	506	206
2	489	189
3	516	216
4	510	210
5	513	213
6	501	201
7	511	211
8	512	212
9	508	208
10	514	214
Mittelwert		$\Delta \bar{h}_s = 208$ mm
Standardabweichung		$\sigma_{\Delta h,s} = 7.9$ mm
Vertrauensbereich		$e_{z,s} = 2.5$ mm
Systematischer Fehler		$e_{s,s} = 0.8$ mm
Messunsicherheit		$u_{\Delta h,s} = 3.3$ mm
Endergebnis		$\Delta h_s = (208 \pm 4)$ mm

Tabelle 2: Messungen für siedendes Wasser

Die Umrechnung der Höhenunterschiede in Druck ergibt nach Formel (2)

$$\bar{p}_0 = 957 \text{ hPa, und}$$

$$\bar{p}_s = 1294 \text{ hPa.}$$

Als äußerer Luftdruck wurde hier der mit einem Barometer gemessene Wert $p_a = 1017$ hPa verwendet. Die Unsicherheiten der Drücke ergeben sich aus dem prozentualen Teil der Höhenunsicherheiten, sowie der Unsicherheit des äußeren Luftdrucks, die $u_{p,a} = 1$ hPa beträgt, und die sich zu den prozentualen Unsicherheiten addiert:

$$u_{p,0} = p' \cdot \frac{u_{\Delta h,0}}{\Delta \bar{h}_0} + u_{p,a} = 3 \text{ hPa und}$$

$$u_{p,s} = p' \cdot \frac{u_{\Delta h,s}}{\Delta \bar{h}_s} + u_{p,a} = 6 \text{ hPa,}$$

sodass sich schließlich die Drücke

$$p_0 = (957 \pm 3) \text{ hPa und}$$

$$p_s = (1294 \pm 6) \text{ hPa}$$

ergeben. Für die Ermittlung von γ ist allerdings noch die vom äußeren Luftdruck abhängige Siedetemperatur des Wasser vonnöten. Diese und ihre Unsicherheit ergeben sich aus Formel (3):

$$u_{t,s} = 2.81 \cdot 10^{-4} \cdot u_{p,a} \frac{\text{°C}}{\text{Pa}}$$

$$= 0.03 \text{ °C}$$

$$t_s = (100.11 \pm 0.03) \text{ °C.}$$

Nun kann aus Formel (1) der Spannungskoeffizient errechnet werden (mit $t = t_s$ und $p_t = p_s$). Für dessen Unsicherheit muss beachtet werden, dass die Größen t_s und p_s , sowie t_s und p_0 korrelieren, sodass das Fehlerfortpflanzungsgesetz für korrelierende Größen benutzt werden muss. Als kovariante Messunsicherheit wählte ich aufgrund der Schwarzschen Ungleichung ($|u_{xy}| \leq u_x \cdot u_y$) den Wert $u_{p_0,t_s} = u_{p,0} \cdot u_{t,s}$, bzw. $u_{p_s,t_s} = u_{p,s} \cdot u_{t,s}$. So ergibt sich

$$u_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial p_0} \cdot u_{p,0}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial t_s} \cdot u_{t,s}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial p_s} \cdot u_{p,s}\right)^2 + 2 \cdot \left|\frac{\partial\gamma}{\partial p_s} \frac{\partial\gamma}{\partial t_s} \cdot u_{t,s} u_{p,s}\right| + 2 \cdot \left|\frac{\partial\gamma}{\partial p_0} \frac{\partial\gamma}{\partial t_s} \cdot u_{t,s} u_{p,0}\right|}$$

$$= 0.58 \cdot 10^{-5} \text{ °C}^{-1}, \text{ womit}$$

$$\gamma = (351 \pm 6) \frac{10^{-5}}{\text{°C}}$$

folgt.

2.2 Errechnung der Zimmertemperatur

Hierfür war außer der Messung bei Eiswasser logischerweise noch eine Messung bei Zimmertemperatur erforderlich, deren Auswertung Tabelle 3 präsentiert.

i	$h_{Zi,2,i}$ in mm	$\Delta h_{Zi,i}$ in mm
1	318	18
2	316	16
3	318	18
4	316	16
5	315	15
6	323	23
7	317	17
8	321	21
9	323	23
10	324	24
Mittelwert		$\Delta \bar{h}_{Zi} = 19.1 \text{ mm}$
Standardabweichung		$\sigma_{\Delta h, Zi} = 3.4 \text{ mm}$
Vertrauensbereich		$e_{z, Zi} = 1.1 \text{ mm}$
Systematischer Fehler		$e_{s, Zi} = 0.62 \text{ mm}$
Messunsicherheit		$u_{\Delta h, Zi} = 1.7 \text{ mm}$
Endergebnis		$\Delta h_{Zi} = (19 \pm 2) \text{ mm}$

Tabelle 3: Messungen bei Zimmertemperatur

Auch hier erfolgt wie im ersten Teil des Versuches durch (2) eine Umrechnung in Druck, sodass man schließlich als Druck des Gases bei Zimmertemperatur den Wert

$$p_{Zi} = (1042 \pm 2) \text{ hPa}$$

erhält. Damit kann dann wiederum aus dem Gesetz von Gay-Lussac (1) der Wert für die Zimmertemperatur bestimmt werden:

$$t_{Zi} = 25.3^\circ\text{C}.$$

Aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für korrelierende Größen (hier korrelieren γ und p_0) errechnet sich dessen Unsicherheit

$$\begin{aligned}
 u_{t,Zi} &= \sqrt{\left(\frac{\partial t_{Zi}}{\partial p_t} u_{p,t}\right)^2 + \left(\frac{\partial t_{Zi}}{\partial \gamma} \cdot u_\gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial t_{Zi}}{\partial p_0} \cdot u_{p,0}\right)^2 + 2 \cdot \left|\frac{\partial t_{Zi}}{\partial \gamma} \frac{\partial t_{Zi}}{\partial p_0} \cdot u_{p,0} u_\gamma\right|} \\
 &= 1.6^\circ\text{C}, \text{ womit das Endergebnis} \\
 t_{Zi} &= (25 \pm 2)^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

beträgt.

2.3 Kontrollwerte

Zur Kontrolle der Messmethode wurden dann nochmals je drei Messwerte aufgenommen, als das Thermometer $t_{90} = (90.0 \pm 0.6)^\circ\text{C}$ und $t_{85} = (85.0 \pm 0.6)^\circ\text{C}$ anzeigte. Als zufällige Fehler einer Höhenmessung wurden hier $e_{z,h1,h2} = \frac{1}{2}$ Skalenteil = 0.5 mm gewählt, die sich dann für den zufälligen Fehler des Höhenunterschiedes zu $e_z = 1$ mm addieren. In Tabelle 4 erfolgt die Auswertung der Kontrollwerte.

i	$h_{2,i,t90}$	$\Delta h_{i,t90}$	$h_{2,i,t85}$	$\Delta h_{i,t85}$
1	449	149	430	130
2	448	148	431	131
3	445	145	429	129
Mittelwert	$\Delta \bar{h}_{t90} = 147.3$ mm		$\Delta \bar{h}_{t85} = 130$ mm	
Systematischer Fehler	$e_s = 0.75$ mm		$e_s = 0.73$ mm	
Unsicherheit	$u = 1.75$ mm		$u = 1.73$ mm	
Druck des Gases	$p_{t90} = (1213 \pm 4)$ hPa		$p_{t85} = (1190 \pm 4)$ hPa	
Errechnete Temperatur	$t_{90} = (76 \pm 3)^\circ\text{C}$		$t_{85} = (69 \pm 3)^\circ\text{C}$	

Tabelle 4: Auswertung der Kontrollwerte

3 Ergebnisdiskussion

3.1 Diskussion der zu ermittelnden Größen

Die Resultate der Messungen zur Ermittlung des Spannungskoeffizienten γ sowie der Zimmertemperatur t_s lagen im erwarteten Bereich. Der Literaturwert von γ liegt bei $\gamma = \frac{1}{273,15^\circ\text{C}} = 366 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$ ([1], S.71) und weicht damit um nur 4.1% von unserem Resultat ab. Da γ von der Siedetemperatur des Wassers und damit auch vom zum Experiment herrschenden äußeren Luftdruck abhängt, ist eine Abweichung zu erwarten, da der Literaturwert unter Normalbedingungen ermittelt bzw. als unter Normalbedingungen geltend gesetzt wurde.

Auch die errechnete Zimmertemperatur weicht mit 8.8% nicht stark vom zum Vergleich gemessenen Wert von $t = (22.8 \pm 0.5)^\circ\text{C}$ ab. Da sich die Vergleichs- und ermittelten Werte jedoch nicht bzw. nur knapp überlappen, ist davon auszugehen, dass eine nichtbeachtete Fehlerquelle Einfluss auf die Messungen nahm. Beachtet man z.B. die Volumenänderung des verwendeten Glaskolbens, so stellt man fest, dass ein wirklich absolut konstantes Volumen nicht gegeben ist, sondern sich durch Volumenausdehnung aus der Zustandsgleichung idealer Gase ein Faktor $\frac{V_0}{V_{tzi}} < 1$ einstellt, der das Ergebnis der errechneten Zimmertemperatur nach unten korrigiert. Weiterhin nicht beachtet wurde das geringe Volumen der Kapillare, welches das Gas im Kolben mit der Quecksilbersäule in Verbindung brachte. Diese Kapillare wurde während des Experimentes nicht auf die gleiche Temperatur gebracht wie der Glaskolben, sodass sich das in diesem Teil des Volumens befindliche Gas geringfügig anders verhalten haben kann als das im Kolben, zumal auch dieses Gas nicht von konstanter Beschaffenheit ist, sondern sich mit Quecksilberdämpfen aus dem Messröhrchen vermischt.

Zusammenfassend kann jedoch dieser Teil des Versuches als erfolgreich gewertet werden.

3.2 Diskussion der Zusatzmessungen

Anders verhält es sich hier mit den Kontrollwerten. Diese weichen mit 15.6% (t_{90}) und 18.9% (t_{85}) stark von den Vergleichswerten ab, weswegen ich hier größere Fehler in der Durchführung vermute.

Die Vergleichstemperaturen wurden im Kolben umgebenden Wasser gemessen, doch möglicherweise kühlte der Kolben nach oben hin schneller aus, bzw. verlor ohne konstante Energiezufuhr durch den Wasserkocher schneller Wärmeenergie über die Kapillare, sodass das Gas im Kolben kühler war als das Wasser.

Weiterhin war es schwierig, bei einer bestimmten Temperatur schnell genug drei Messwerte aufzunehmen, was dazu führte, dass die Messungen in minimal unterschiedlichen Zuständen des Systems durchgeführt wurden, bzw. womöglich Ungenauigkeiten beim Ablesen der Höhen auftraten.

Als Vergleichs- bzw. *Kontrollwerte* zur Bestätigung der Richtigkeit des Verfahrens sind diese Messungen gescheitert.

3.3 Fazit

Die Kontrollmessungen zur Überprüfung des Verfahrens waren ein Misserfolg, wobei ich aufgrund der Erfolge im ersten Teil des Experimentes dabei nicht das Verfahren an sich, sondern eben nur diese Messungen als gescheitert sehe. Insgesamt stupe ich den Versuch also als erfolgreich ein. Die aus den Aufgaben zu ermittelnden Größen wurden in Relation zu den Vergleichswerten zufriedenstellend ermittelt und auch die Versuchsdurchführung selbst geschah ohne Schwierigkeiten.

4 Quellen

- [1] Skript: "Physikalisches Grundpraktikum Mechanik und Thermodynamik" von Dr. Uwe Müller, Berlin 2005
- [2] Skript: "Physikalisches Grundpraktikum Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik" von Dr. Uwe Müller, Berlin 2007

5 Anhang

- Messdatenprotokoll aus dem Versuch - siehe letztes Blatt