Präsenzübung 30.04.2018

P1 - Pfaff'sche Formen

Betrachten Sie die Differentialformen

$$\begin{aligned}\delta U_1 &= \omega_1 = y\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}y,\\ \delta U_2 &= \omega_2 = y\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y,\\ \delta U_3 &= \omega_3 = \frac{y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x - \frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y,\end{aligned}$$

und berechnen Sie die Kreisintegrale $\int_\gamma \omega_i$ über den Einheitskreis

$$\gamma(\tau) = (\cos\tau, \sin\tau).$$

Sind die Formen geschlossen und stellen sie vollständige Differentiale dar?

P2 - Integrierender Faktor

Bestimmen Sie für die Differentialformen

$$\begin{aligned}\omega_1 &= y\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y,\\ \omega_2 &= y\,\mathrm{d}x + x^2\,\mathrm{d}y,\\ \omega_3 &= (x^2 - 3y^2)\,\mathrm{d}x + 2xy\,\mathrm{d}y,\end{aligned}$$

einen integrierenden Faktor, d.h. finden Sie eine Funktion $\mu(x,y)$, sodass $\mu(x,y)\cdot\omega_i$ geschlossen ist.

P3 - Relationen für partielle Ableitungen

Für eine gegebene Funktion $F(x,y)$ betrachten wir eine Kurve $y(x)$, die durch

$$F(x,y) = const.$$

implizit definiert wird. Mit

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_F$$

bezeichnen wir die Ableitung von y nach x bei festgehaltenem F, also die Ableitung der oben beschriebenen Kurve $y(x)$. Zeigen Sie nun, dass gilt

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_F = -\frac{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y}{\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x}.$$