Übungsblatt 2

Abgabe Mittwoch 09.05.2018 - Besprechung 14.05.2018

H1 - Van der Vaals Gleichung

Die zur Van der Waals-Zustandsgleichung ($a, b > 0$ und konstant)

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \tag{1}$$

gehörenden Isothermen haben im (V, p)-Diagramm im physikalisch zulässigen Bereich $V > b$ entweder zwei lokale Extrema oder kein lokales Extremum. Die Temperatur, bei der gerade der Übergang zwischen beiden Situationen geschieht, heißt kritische Temperatur T_c. Die zum stationären Punkt der kritischen Isotherme gehörigen Werte von Volumen und Druck seien V_c und p_c.

a) Drücken Sie T_c, V_c und p_c durch a, b und R aus.

b) Diskutieren Sie den qualitativen Verlauf der Isothermenkurven auch im unphysikalischen Bereich $V < b$.

c) Formulieren Sie die Zustandsgleichung unter Benutzung der sogenannten reduzierten Grössen $v = V/V_c$, $\pi = p/p_c$ und $t = T/T_c$.

H2 - Relationen für partielle Ableitungen

Wir betrachten eine Fläche im $\mathbb{R}^3$, die durch die Gleichung

$$f(x, y, z) = 0$$

definiert sei. Zeigen Sie die Relationen

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left(\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z\right)^{-1}, \qquad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1\,.$$

H3 - Euler-Theorem

Eine homogene Funktion ersten Grades hat die Eigenschaft, dass

$$F(\alpha x_1, \alpha x_2, \ldots, \alpha x_n) = \alpha F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

gilt. Zeigen Sie mit der Taylorentwicklung und $\alpha = 1 + \epsilon$, $\epsilon \ll 1$, dass dann folgt:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + \cdots + x_n \frac{\partial F}{\partial x_n}\,.$$