

Übungsblatt 4

Abgabe Mittwoch 06.06.2018 - Besprechung 11.06.18

H8 - Inversionskurve des van der Waals-Gases

Bestimmen Sie die Inversionskurve für das van der Waals-Gas im (p, V) -Diagramm, d.h. finden Sie die Werte, an denen der Joule-Thomson-Koeffizient

$$K_{JT} = \frac{1}{C_p} \left(T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V \right)$$

verschwindet.

H9 - Spezifische Wärmen

Nach dem sogenannten Debye'schen Gesetz gilt für die spezifische Wärme C_V von Kristallen bei Temperaturen in der Nähe von $T = 0$

$$C_V = \alpha(V) T^3.$$

Man zeige, dass die Differenz $C_p - C_V$ unter diesen Umständen sogar schneller als T^4 gegen Null geht.

Hinweis: Benutzen Sie die Darstellungen von C_p und C_V durch die Ableitungen der Entropie, den 3. Hauptsatz und die Existenz einer Zustandsgröße $G(T, p)$ mit $dG = -SdT + Vdp$.

H10 - Maxwell-Relation und Gibbs-Duhem-Beziehung

Weisen Sie folgende Beziehung nach:

$$\left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{T, V} = - \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T, N} \frac{N^2}{V^2}$$

Benutzen Sie dazu die Gibb'sche Fundamentalgleichung für die freie Enthalpie G inklusive des Arbeitsdifferentials und die sich daraus ableitenden Relationen (Maxwell und Gibbs-Duhem-Beziehung).

H11 - Beziehung zwischen Wärmekapazitäten

Weisen Sie folgende Beziehung nach

$$(C_p - C_V) \frac{\partial^2 T}{\partial p \partial V} + \left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p - \left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_V = 1.$$

Hinweis: Es gibt mehrere Wege. Versuchen Sie den Folgenden: Fangen Sie mit den Definitionen $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ und $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$ an, und benutzen Sie die Definition von H . Da die kalorische Zustandsgleichung $U(T, V)$ feststeht und die thermische Zustandsgleichung den Zusammenhang zwischen p, T und V angibt, kann die Kenntnis von U als Funktion $U(p, V)$ vorausgesetzt werden. Bei den Umformungen kann die Methode der Funktionaldeterminanten sehr hilfreich sein.