Übungsblatt 5

Abgabe Mittwoch 20.06.2018 - Besprechung 25.06.18

H12 - Wintervergnügen (2P)

Beim Schlittschuhlaufen gleitet man auf einem Wasserfilm, der zwischen den Kufen und dem Eis entsteht.

1. Nennen Sie mindestens zwei Effekte, die zur Bildung dieses Wasserfilms beitragen.
2. Die Auswirkung einer der beiden Effekte können Sie mit Hilfe der Clausius-Clapeyron-Gleichung abschätzen

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = \frac{q}{T(v_{\mathrm{A}} - v_{\mathrm{B}})} \,. \tag{1}$$

   Quantifizieren Sie hierzu das Verhältnis der Schmelztemperaturen des Eises, $T_{\mathrm{mit}}/T_{\mathrm{ohne}}$, *mit* und *ohne* Eisläufer.

   Nehmen Sie für die Berechnung an, dass der Eisläufer eine Masse von 80kg hat und seine Schlittschuhe jeweils auf einer Länge von 10cm und einer Breite von 4mm auf dem Eis aufliegen.

   Bei 0°C ist $v_{\mathrm{A}} = v_{\mathrm{Wasser}} \approx 18\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{mol}$ und $v_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{Eis}} = 1.1 \cdot v_{\mathrm{Wasser}}$. Die Umwandlungswärme q beträgt $q = 6000$ J/mol.

H13 - Spinodale des van der Waals-Gases (2P)

Berechnen Sie die Spinodale der van der Waals-Gleichung

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \,. \tag{2}$$

Die Spinodale trennt das (meta)stabile vom instabilen Gebiet.

H14 - Dieterici-Gas und Virialentwicklung (3P)

Neben der van der Waals-Gleichung sind viele andere Modelle für die thermische Zustandsgleichung realer Gase untersucht worden. Häufig wird die Zustandsgleichung von Dieterici verwendet

$$p = \frac{nRT}{V - nb} \exp\left(-\frac{na}{RTV}\right) \,. \tag{3}$$

Hierbei sei $n = N/N_{\mathrm{A}}$ die Anzahl der Mole und a, b sowie R seien Konstanten.

1. Bestimmen Sie die kritischen Werte p_c, V_c und T_c und formulieren Sie die Gasgleichung in den reduzierten Variablen $\tilde{p} = p/p_c$, $\tilde{V} = V/V_c$ und $\tilde{T} = T/T_c$.
2. Für kleine Dichten eignet sich zur Beschreibung realer Gase die Entwicklung der thermischen Zustandsgleichung nach Potenzen der Teilchendichte $\rho = N/V$ (Virialentwicklung)

$$p = k_{\mathrm{B}} T \rho \left(1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu \rho^\nu\right) \tag{4}$$

   wobei die Virialkoeffizienten $B_\nu(T)$ die Molekülwechselwirkungen beschreiben. Berechnen Sie die Koeffizienten der Virialentwicklung für das Dieterici-Gas (formale Reihendarstellung) und werten Sie diese für $\nu = 1$ explizit aus. Drücken Sie die Boyle-Temperatur T_{B}, für die $B_1 = 0$ gilt, durch die Konstanten a und b aus.

Übungsblatt 5

Abgabe Mittwoch 20.06.2018 - Besprechung 25.06.18

H15 - Clausius-Clapeyron-Gleichung für Supraleiter (3P)

Eine Substanz geht von einem normal (NL)- in einen supraleitenden (SL) Zustand über. Das kritische Feld H_c bei Temperatur T ist gegeben durch:

$$H_c = H_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right], \qquad \text{mit } H_0, T_0 = const. \tag{5}$$

Leiten Sie zunächst ein Analogon der Clausius-Clapeyron-Gleichung für einen Supraleiter her.
Bestimmen Sie damit, unter Verwendung von Gl. (5), die Temperatur T_1, bei welcher der oben genannte Übergang ohne sprunghafte Änderung der spezifischen Wärme, $c_H = T(\partial S/\partial T)_H$, stattfindet ($T_1 = 0$ ist nicht die einzige Lösung!).
Wie groß ist in diesem Fall die latente Wärme des Übergangs?

Hinweis: Nutzen Sie in Ihrer Herleitung, dass auf der Koexistenzlinie zwischen normal- und supraleitendem Zustand gilt, dass $\mathrm{d}G^{\mathrm{SL}} = \mathrm{d}G^{\mathrm{NL}}$. Beachten Sie zudem, dass innerhalb eines Supraleiters die magnetische Induktion verschwindet (Meissner-Ochsenfeld-Effekt), d.h $\mathbf{B} = \mathbf{M} + \mathbf{H} = 0$ und nehmen Sie für den normalleitenden Zustand $\mathbf{M} = 0$ an.
Im Folgenden können Sie die Felder als homogen und parallel betrachten und das System mit den skaleren Größen H und M beschreiben.