

Zum SOA-Rauschen

H-J. Wünsche

FHI HHI

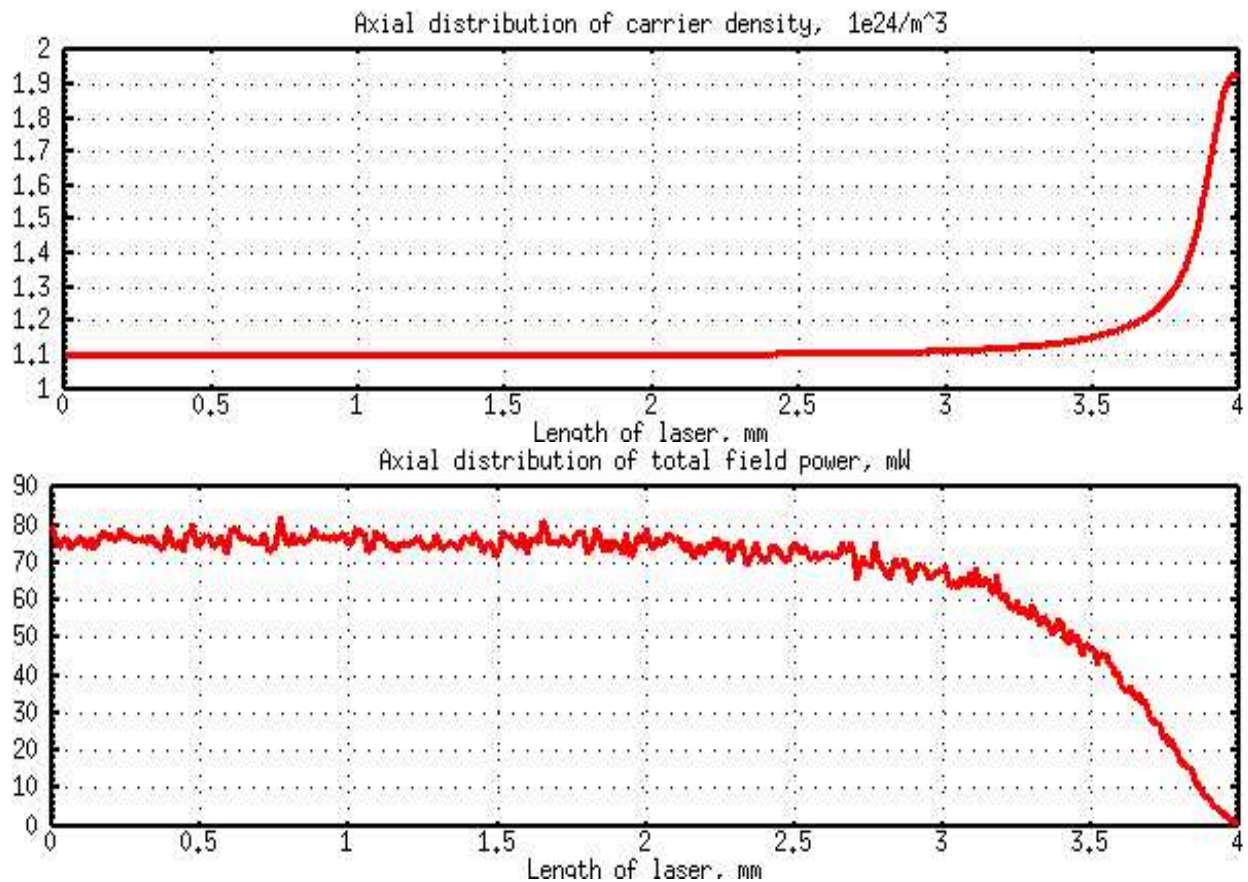
(Dated: January 28, 2004)

I. MOTIVATION

Nach Jurais talk spielte gestern die Frage nach der Rauschzahl der langen SOAs eine grosse Rolle. Irgendwie wurde erwartet, dass die mit der Länge gewaltig in die Höhe geht. Ich denke, dass der gesättigte hintere Teil des SOA kaum viel Rauschen beiträgt, weil dort eben die Nettoverstärkung null ist. Gero hat mir netterweise erklärt, was die Ingenieure unter Rauschzahl verstehen: Zunahme des Rausch-Signal-Verhältnisses in dB. Am einfachsten im Spektrum zu sehen als Verringerung des Abstands zwischen Signalpeak und Rauschuntergrund.

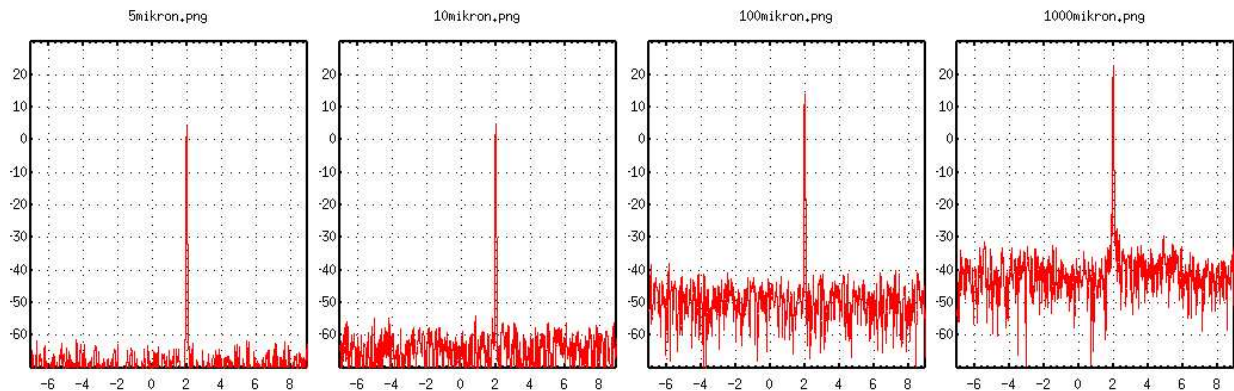
II. SIMULATIONSRECHNUNG

Das habe ich mir gleich mal mit LDSL entsprechende Spektren berechnet. Zunächst die axiale Trägerdichten und Powerverteilungen:



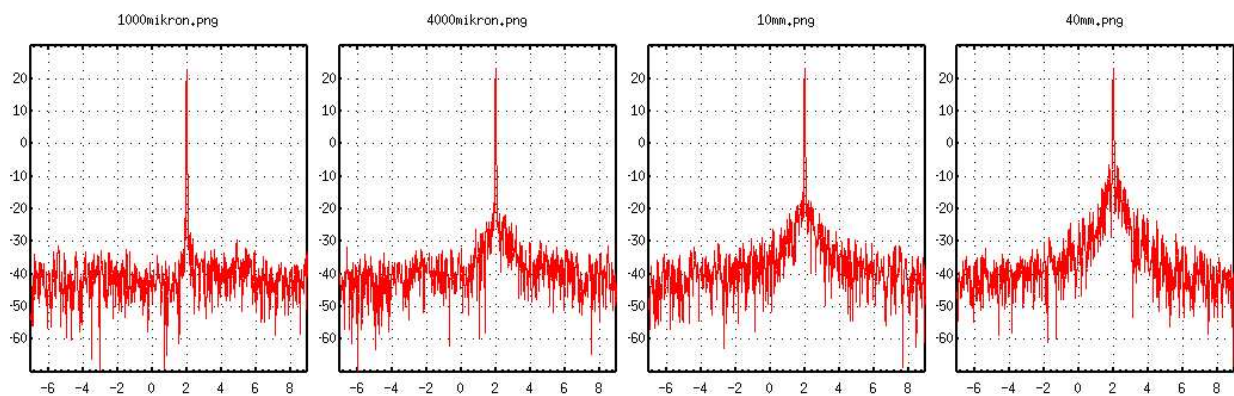
Es wird hier von rechts mit 0.75 mW eingestrahlt (Einkoppelverluste 0), die

Sättigungsintensität liegt bei etwa 75 mW, die Verstärkung ist also etwa hundert. Sättigung wird nach etwa 1 bis 2 mm erreicht, wobei der Übergang sehr verschmiert ist. Und nun die optischen Spektren. Zunächst ihre Entwicklung innerhalb des ersten mm:



Der Signalpeak wächst um etwa 20 dB und es wird weisses Rauschen hinzugefügt (das Inputsignal ist ideal ohne noise). Das SNR bei den dargestellten Längen 5, 10, 100, 1000 μm beträgt etwa 75, 70, 65, 63 dB. Es fällt in den ersten hundert μm mit großer Verstärkung stark ab und beginnt zu sättigen.

Nun die Entwicklung im Sättigungsbereich des SOA:



Zwei wichtige Effekte lassen sich hier feststellen:

- Wie vermutet stagniert das SNR, wenn man den Weissrauschpegel hinreichend entfernt von der Signalwellenlänge als Bezugspunkt nimmt. Also: **der gesättigte Teil des SOA fügt kein nennenswertes weisses Zusatzrauschen hinzu.**
- **Es entsteht farbiges Zusatzrauschen um die Signallinie herum.** Nimmt man dies als Bezugspunkt, so reduziert sich das SNR mit zunehmender Länge: 1 mm: 63 dB, 4 mm: 50 dB, 10 mm: 40 dB, 40 mm: 30-35 dB. Das sind aber nur pi-mal-Daumen-Werte.

III. THEORETISCHE BETRACHTUNGEN

Um das zu untersetzen, habe ich mir folgendes überlegt, wie man das im Rahmen unseres traveling-wave-models mit Rauschen theoretisch formulieren kann. Den Rest schreibe ich gleich in (Pidgin-) English, dann ist es leichter wiederzuverwerten und unsere nonGerman Kollegen können es besser lesen.

A. Optical spectrum

Consider the optical amplitude $\mathcal{E}(z, t)$ within the SOA, $|\mathcal{E}|^2 = \text{power}$. Its spectral density is

$$S(z, \nu) = \int d\tau C(z, \tau) \exp(i\omega\tau); \quad C(z, \tau) = \langle \mathcal{E}^*(z, t) \mathcal{E}(z, t + \tau) \rangle; \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (1)$$

$\langle \dots \rangle$: averaging (e.g. over t). Here and in the following, integrations are taken from $-\infty$ to ∞ .

B. Spectrum at input

We suppose, the injected light is an ideal cw-signal with power P_0 and frequency ν_0 superposed with white noise of constant spectral density N_0 . Its optical spectrum is

$$S_0(\nu) = P_0 \delta(\nu - \nu_0) + N_0. \quad (2)$$

Its signal-to-noise ratio is

$$\text{SNR}(0) = \frac{P_0}{N_0 \Delta\nu}, \quad (\Delta\nu : \text{spectral resolution}). \quad (3)$$

Invers Fourier transform of S_0 yields the correlation function at input

$$C(0, \tau) = P_0 \exp(-i\omega_0\tau) + N_0 \delta(\tau). \quad (4)$$

C. Propagation in the SOA

1. Traveling wave equation

The traveling wave equation is

$$-i(\partial_t + \partial_z)\mathcal{E}(z, t) = \beta(z, t)\mathcal{E}(z, t) + s(z, t), \quad \text{B.C.: } \mathcal{E}(0, t) = E_0(t). \quad (5)$$

β : local propagation constant of the internal waveguide, its imaginary part gives (half) the net gain. s : stochastic variable for the spontaneous emission into the guided wave.

Note: the variable z is 'position / group velocity'

2. Spontaneous emission model: white noise

We assume

$$\langle s(z, t) \rangle \equiv 0 \quad \text{and} \quad \langle s^*(z, t) s(z', t') \rangle = \rho(z, t) \delta(z - z') \delta(t - t'). \quad (6)$$

ρ : noise power per spectral interval added per length due to spontaneous emission. It can be estimated by

$$\rho \approx \beta_{sp} \frac{h\nu_0}{e} \frac{I}{L} \frac{1}{\Delta\nu_{sp}}. \quad (7)$$

I/L : injection current per length, $\beta_{sp} \approx 10^{-3} \dots 10^{-2}$: part of the spontaneous emission emitted into the guided wave, $\Delta\nu_{sp}$: effective width of the spontaneous emission spectrum.

D. Solution of the TWE

First we transform to the relative time $T = t - z$ and take it as a new independent variable, $E(z, T) = \mathcal{E}(z, t - z)$, yielding

$$-iE'(z, T) = \beta(z, T + z)E(z, T) + s(z, T + z), \quad \text{B.C.: } E(0, T) = E_0(T). \quad (8)$$

The formal solution is

$$E(z, T) = i \int_0^z dz' e^{iB(z', T)} s(z', T + z') + e^{iB(z, T)} E_0(T); \quad B(z, T) = \int_0^z dz'' \beta(z'', T + z''). \quad (9)$$

E. Approximation: nonfluctuating propagation parameter

In general, the propagation parameter β fluctuates also in time as a response to the noisy part of the optical wave. This effect has two different sources. 1st, a noisy modulation of the carrier density. 2nd, the direct dependence on optical power via the nonlinear gain saturation. I believe, these effects are responsible for the colored excess noise observed in the numerical calculation described above. Unfortunately, no idea at present, how to calculate analytically the impact of these effects on the optical spectra at output.

Therefore, I neglect them henceforth and assume

$$\beta = \beta(z) \Rightarrow B = B(z), \text{ and } \rho = \rho(z) \text{ independent of time.} \quad (10)$$

F. Spectrum at position $z > 0$

With this formal solution and using the properties (6), one gets for the correlation function

$$C(z, \tau) = \langle E^*(z, T) E(z, T + \tau) \rangle \quad (11)$$

$$= \delta(\tau) \int_0^z dz' G(z') \rho(z') + G(z) C_0(\tau), \quad G(z) = \exp \left(\int_0^z dz g(z) \right). \quad (12)$$

$g = -2\text{Im}\beta$: gain coefficient. Fourier gives the spectrum

$$S(z, \nu) = \int_0^z dz' G(z') \rho(z') + G(z) N_0 + G(z) P_0 \delta(\nu - \nu_0) \quad (13)$$

Three additive contributions: ASE (independent on the input signal), amplified signal noise, and amplified signal. The signal-to-noise ratio is

$$\text{SNR}(z) = \frac{P_0}{N_0 \Delta\nu + \int_0^z G(z, z') \Delta\nu \rho(z')}, \quad G(z, z') = \exp \left(\int_{z'}^z dz g(z) \right). \quad (14)$$

The corresponding noise figure is

$$\text{NF}(z) = 10 \lg \left(1 + \int_0^z dz' G(z, z') \frac{\rho(z')}{N_0} \right). \quad (15)$$

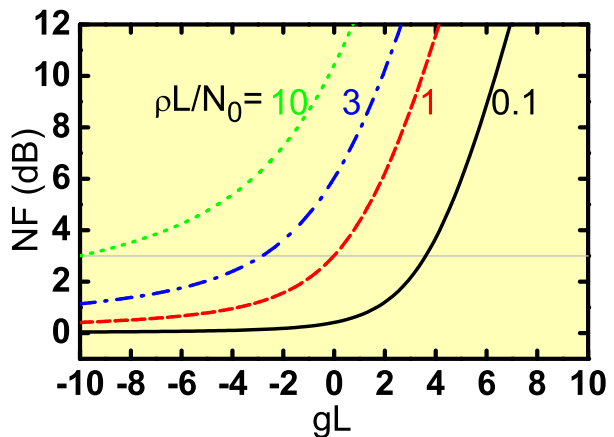
These formulae hold for arbitrary stationary gain distributions $g(z)$ in the SOA. Let us specify these formula for a simple particular case.

G. Homogeneous case ($g(z), \rho(z) = \text{const.}$)

Looking to the output $z = L$, we find

$$\text{NF}(L) = 10 \lg \left(1 + \frac{\rho L}{N_0} \frac{e^{gL} - 1}{gL} \right). \quad (16)$$

Fig. 1: Noise figure NF versus gL . The parameter is the ratio $\rho L/N_0$ between the noise added by spontaneous emission (without amplification) and the noise content of the input signal.



IV. APPLICATION TO THE UL-SOA

Only a first portion of the UL-SOA is amplifying (about 1 mm), whereas the rest is saturated. Let us treat this situation as two different SOAs in sequence.

The first part provides amplification, say by $e^{gL} = 100 = 20$ dB, i.e. $gL \approx 5$. Let the total spontaneous emission added by this section before amplification be $10 \mu\text{W}$. Multiplying with $e^{gL} - 1/gL = 99/5 \approx 20$ yields $200 \mu\text{W}$ ASE at the end of the amplifying part.

The saturated part of the SOA does not further amplify these $200 \mu\text{W}$. It only adds further $10 \mu\text{W}$ spontaneous emission noise per mm. This remains negligible compared to the $200 \mu\text{W}$ noise from the amplifying part as long as the saturated part keeps much smaller than 20 mm.