EP SS19 - Gruppe 1 - Tag 2

Aufgabe 1

Folgende Längen wurden mit einem Zollstock gemessen: 179.9 cm, 179.7 cm, 178.9 cm, 179.6 cm, 179.1 cm, 179.0 cm, 179.9 cm

a) Was ist der Ablesefehler eines Zollstocks?
0.5 mm

b) Berechne die Standardabweichung und den Vertrauensbereich ($t \approx 1$).
$\sigma \approx 0.431498\,\mathrm{cm}$ und $\overline{s} = 0.163091\,\mathrm{cm}$

c) Berechne die Messungenauigkeit des Zollstocks mit $0.6\,\mathrm{mm} + 0.4\,{}^{\mathrm{mm}}/_{\mathrm{m}} \cdot \bar{l}$.
0.131777 cm

d) Berechne den vollständigen Messwert mit Unsicherheit in der Form $l = (\bar{l} \pm u_l)\ \mathrm{m}$
$l = (179.443 \pm 0.215555)\ \mathrm{cm} = (1.7944 \pm 0.022)\ \mathrm{m}$

e) Wieso werden Einheiten (hier m für Meter) in Formeln nicht kursiv geschrieben?
Weil Einheiten sonst nicht von Variablen zu unterscheiden wären.

Aufgabe 2

Folgender Ausschnitt lässt sich in einem Paper[1] über den Quanten-Zeno-Effekt lesen:

> [...] We started by cooling and trapping approximately 3×10^5 sodium atoms in a magneto-optical trap, followed by a stage of molasses cooling. After this stage the distribution had a typical Gaussian width of $\sigma_x = 0.3\,\mathrm{mm}$ in position and $\sigma_v = 6\,v_{rec}$ in velocity, where $v_{rec} = 3\,{}^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{s}}$ is the single-photon recoil velocity. [...]

a) Wie viele Natriumatome befinden sich im $2\sigma_x$-Intervall?
$P(2) \cdot n \approx 286350$

b) Wie viele Natriumatome sind schneller als $v_0 + 1\sigma_v$ und wie schnell sind diese wenn $v_0 \approx 75\,v_{rec}$ ist?
$(1 - p(1))/2 \cdot n \approx 47597$
$v > v_0 + 1\sigma_v = v_{rec}\,(75 + 6) \approx 243\,{}^{\mathrm{cm}}/_{\mathrm{s}}$

c) Der Anfangszustand der Natriumatomwolke sei wie oben beschrieben. Wenn wir nun die Zeitentwicklung nach der Geschwindigkeitsverteilung betrachten, wie wird sich die Ortsverteilung nach einer ungefähren Zeit $\frac{\sigma_x}{v_0} \ll \Delta t$ verändern?
Sie bleibt eine Normalverteilung, wird breiter $\sigma_x < \sigma_x'$ und der Mittelpunkt verschiebt sich mit $c_0 + v_0\,\Delta t$.

[1] M. C. Fischer, B. Gutiérrez-Medina, and M. G. Raizen, *Observation of the Quantum Zeno and Anti-ZenoEffects in an Unstable System*, Phys. Rev. Lett. **87**, 4 (2001)

Aufgabe 3

Zwischen den Jahren 1969 und 1971 haben die Apollomissionen 11, 14 und 15 unter dem Projektnamen *Lunar Laser Ranging experiment* einen Retroreflektor auf dem Mond platziert. Dieser kann einstrahlendes Licht wieder zur ausgehenden Quelle zurückreflektieren. Diese Vorrichtung erlaubt demnach mit sehr starken Laserpulsen und unter sehr genauer Zeitmessung die Entfernung Erde-Mond d_{em} zu bestimmen. Praktisch benutzt man hier nur die Formel für Geschwindigkeit

$$v = c = \frac{s}{t} = \frac{2\, d_{em}}{t} \tag{1}$$

Um auf Centimeterauflösung messen zu können, müssen aber diverse Effekte berücksichtigt werden. Wir modellieren hier zwei Störungen auf primitve Art und Weise. Zum einen, ist die zurückgestrahlte Lichtleistung die die Erde und die Messstation erreicht nurnoch sehr schwach. Sie muss daher mit empfindlichen Detektoren gemessen werden, sogenannte *Photomultiplier tubes* oder kurz PMTs. Diese brauchen eine gewisse Zeit ein eingestrahltes Photon in ein brauchbar messbares Signal umzuwandeln. Demnach ist die gemessene Zeit t leicht zu lang und muss mit der mittleren Messzeit des Detektors t_{det} korrigiert werden. Zum anderen bewegt sich das Licht eine kurze Zeit durch die Erdatmosphäre. Da elektromagnetische Wellen sich im Medium langsamer bewegen als durchs Vakuum, muss das mit den Brechungsindex der Luft n über einen bestimmten Bruchteil α der Flugzeit korrigiert werden. Löst man die Gleichung nun nach dem Abstand erhält man:

$$d_{em} = \frac{c}{2}\left(\alpha + [1-\alpha]\,\frac{1}{n}\right)(t - t_{det}) \tag{2}$$

Folgende Werte sind bekannt

$$\begin{aligned} \alpha &= (0.00005 \pm 0.00001) \\ n &= 1.0028761(3) \\ t_{det} &= (10.0 \pm 0.3)\ \mu\text{s} \end{aligned}$$

a) Sie finden auf der Webseite eine Datei namens *LLR.csv*. Laden sie diese herunter und laden sie die Datenpunkte zum auswerten in ihr Program.

b) Die Datei *LLR.csv* enthält 100 Messungen der Flugzeit der Laserpulse in Sekunden. Berechnen sie Mittelwert $\bar{t}$, Standardabweichung σ_t, Vertrauensbereich $\bar{s}_t$ und nehmen sie eine systematische Unsicherheit der Zeitmessung von $10^{-8} + 10^{-7} \cdot \bar{t}$ an um die Gesamtunsicherheit u zu berechnen. Berechnen sie den vollen Messwert und geben Sie ihn unter Rundung an.
$\bar{t} = 2.5721291482521327$
$\sigma_t = 1.5108619886005313 \cdot 10^{-6}$
$\bar{s}_t = 1.5108619886005315 \cdot 10^{-7}$
$u = 3.0696869764744127 \cdot 10^{-7}$
$t = (2.5721291 \pm 0.0000004)$ s

c) Berechnen die den Erde-Mond Abstand d_{em} nach Formel (2). Berechnen sie Außerdem die Unsicherheit von d_{em} unter Gaußscher Fehlerfortpflanzung. Geben Sie das Ergebnis in gerundeter Form an.
$d_{em} = (3.8444531 \pm 0.0000014) \cdot 10^{8}\,\text{m}$

d) Nehmen sie an, dass α und n vollständig Antikorreliert zueinander sind. Bestimmen sie die Kovarianz und berechnen sie die Unsicherheit neu mit korrelierter Fehlerfortpflanzung.
$d_{em} = (3.8444531 \pm 0.0000015) \cdot 10^8\,\mathrm{m}$