
EP12 - Elektronen in Feldern

Wichtige Grundbegriffe:

- Lorentzkraft
- Coulombkraft
- elektrisches und magnetisches Feld
- spezifische Ladung
- Kondensator
- Helmholtzspulen

Physikalische Grundlagen Die spezifische Ladung q/m geladener Teilchen mit der Masse m und der Ladung q kann aus der Untersuchung ihrer Ablenkung beim Durchlaufen elektrischer und magnetischer Felder \vec{E} bzw. \vec{B} bestimmt werden. Bei diesem Versuch wird die Ablenkung von Elektronen mit Ladung $q = e$ in einer Vakuumröhre (Abb. 1) untersucht. Das elektrische Feld wird durch einen Plattenkondensator innerhalb der Röhre und das magnetische Feld durch ein Helmholtzspulenpaar außerhalb der Röhre erzeugt.

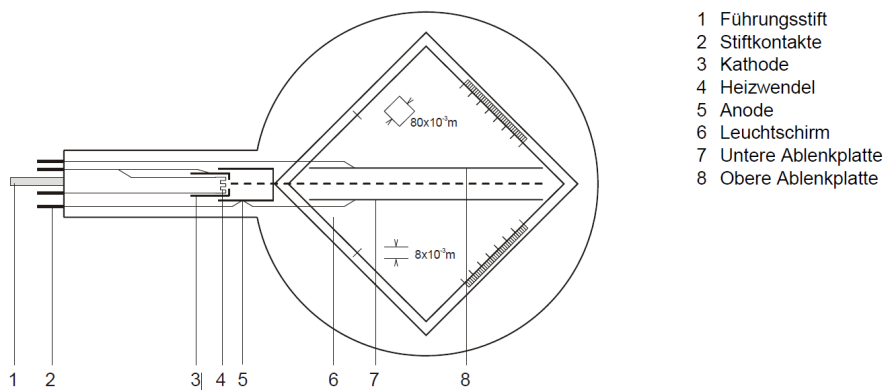


Abbildung 1: Aufbau der Vakuumröhre für diesen Versuch.

Die Elektronen selbst, werden durch eine Heizwendel freigesetzt. Dabei wird ein Draht elektrisch auf so hohe Temperaturen geheizt, dass Leitungselektronen im Metal allein durch thermische Energie die Austrittsarbeit des Materials überwinden können. Durch eine angelegte Beschleunigungsspannung U_{acc} werden diese nun in einem elektrischen Feld $|E_{acc}| = U_{acc}/l$ der Länge l vorbeschleunigt. Dabei ergibt sich ein Energiezuwachs von

$$E_v = \int d\vec{s} \cdot \vec{E}q = e \int_0^l ds \frac{U_{acc}}{l} = e \cdot U_{acc} \quad (1)$$

Setzt man diesen Energiezuwachs gleich der kinetischen Energie,

$$\frac{m}{2}v^2 = e \cdot U_{acc} \quad (2)$$

kann man nach der Geschwindigkeit der Elektronen lösen:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_{acc}} \quad (3)$$

Die beschleunigten Elektronen treten nach der Beschleunigung in die große Röhrenkammer ein. Dort befindet sich ein angewinkelter Fluoreszenzschirm. Dieser sendet beim Auftreffen der

Elektronen sichtbares Licht aus und macht so den Elektronenstrahl sichtbar. Wird nun am Plattenkondensator eine Ablenkspannung, oder an den Helmholtzspulen ein elektrischer Strom angelegt, bewegen sich die Elektronen nun durch die respektiven Felder. Die Ablenkungen sind durch jeweils die Coulombkraft und die Lorentzkraft beschrieben

$$\vec{F}_{coulomb} = q \cdot \vec{E} \quad (4)$$

$$\vec{F}_{lorentz} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (5)$$

Im Versuch sind der Plattenkondensator und das Helmholtzspulenpaar so angeordnet, dass die Ablenkung parallel zum Schirm geschieht. Dadurch reduzieren sich die Gleichung in skalare Form:

$$F_{coulomb} = q E \quad (6)$$

$$F_{lorentz} = q v B \quad (7)$$

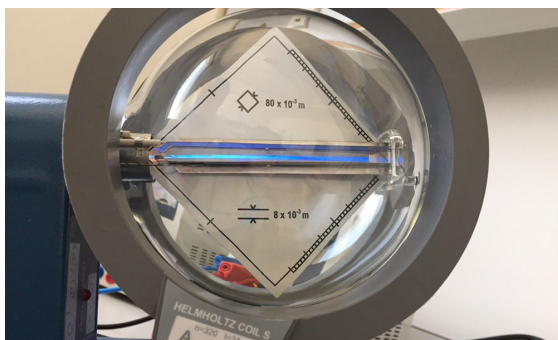
Das elektrische Feld E kann dabei, wie bereits beschrieben, sehr einfach durch

$$E = \frac{U}{d} \quad (8)$$

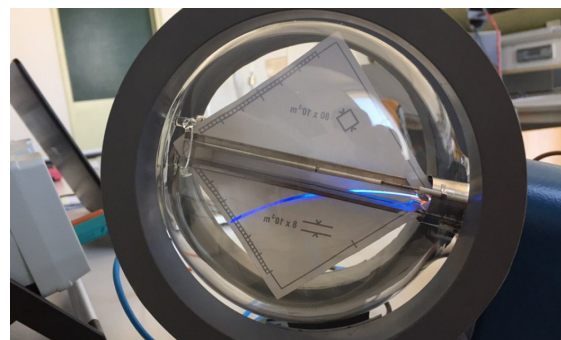
ausgerechnet werden. Dabei ist U die angelegte Ablenkspannung und d der Abstand der Kondensatorplatten. Das magnetische Feld B ist dagegen berechenbar mit

$$B = \frac{k}{2} I \quad (9)$$

Hierbei ist I der gesamt angelegte Strom an den Spulen und k ein Kalibrierungsfaktor. Dieser ist im Datenblatt gegeben mit circa $k = 2.1 \text{ mT/A}$ (in Parallelschaltung) wird aber mit bereitgestellten Daten neu ausgewertet.



(a) Nicht abgelenkter Elektronenstrahl



(b) Abgelenkter Elektronenstrahl

Abbildung 2: Abgelenkter und freier Elektronenstrahl im Versuchsaufbau.

Versuchsdurchführung Ziel des Versuchs ist es, die spezifische Ladung des Elektrons e/m_e zu messen. Es existieren mehrer Methoden das zu realisieren. **Sucht euch eine der beiden gleich vorgestellten Methoden aus. (Wien Filter, Radiusmethode).**

1. Die erste Methode, auch Wienfilter genannt, bestimmt das Verhältnis von elektrischen Feld zu magnetischen Feldes, bei dem sich die beiden Ablenkungen gegenseitig aufheben.

Die Elektronen also einen gerade Strahl, kräftefrei, fliegen. In Kräftefreier Bahn muss daher gelten:

$$e E + e v B = 0 \quad (10)$$

und damit

$$v = \left| \frac{E}{B} \right| \quad (11)$$

setzt man für v nun Gleichung 3 ein, erhält man ein Ausdruck für die spezifische Ladung

$$\frac{e}{m_e} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{U_{acc} \cdot B^2} \quad (12)$$

Für eine eventuelle Auswertung mit einer Regression lohnt es sich die Gleichung umzuschreiben:

$$E(B) = 2 \frac{e}{m_e} U_{acc} B = v B \quad (13)$$

Führt man auchßerdem ein, dass ein residuales Biasfeld in E und B existiert, kann man einen Kompensationsparameter E_0 einführen:

$$E(B) = 2 \frac{e}{m_e} U_{acc} B + E_0 = v B + E_0 \quad (14)$$

2. Für die zweite Methode, bestimmen wir den Krümmungsradius der Flugbahn der Elektronen im Magnetfeld. Freie Elektronen im Magnetfeld erfahren keine Änderung der kinetischen Energie. Lediglich eine induzierte Richtungsänderung. Das führt zu geschlossenen Kreisbahnen deren Radius durch die Stärke des Feldes bestimmt ist. Auf einer solchen Kreisbahn befindet sich das Elektron im Kräftegleichgewicht mit der Lorentzkraft und der Zentripetalkraft

$$e v B = m \frac{v^2}{r} \quad (15)$$

durch einsetzen der Gleichung 3 lässt sich erneut nach der spezifischen Ladung lösen

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 U_{acc}}{(B \cdot r)^2} \quad (16)$$

Für eine spätere Anpassung durch Regression schreiben wir um:

$$r(B) = \sqrt{\frac{2 U_{acc}}{\frac{e}{m_e}} \frac{1}{B}} \quad (17)$$

Der Radius r lässt sich durch geometrische Betrachtungen herleiten (siehe Abb. 3). Dazu muss lediglich die Länge der Skale k und der Abstand des Schnittpunkts des Strahls mit der entgegengerichteten Kante f bekannt sein.

$$r = \frac{k^2 + f^2}{\sqrt{2} (k - f)} \quad (18)$$

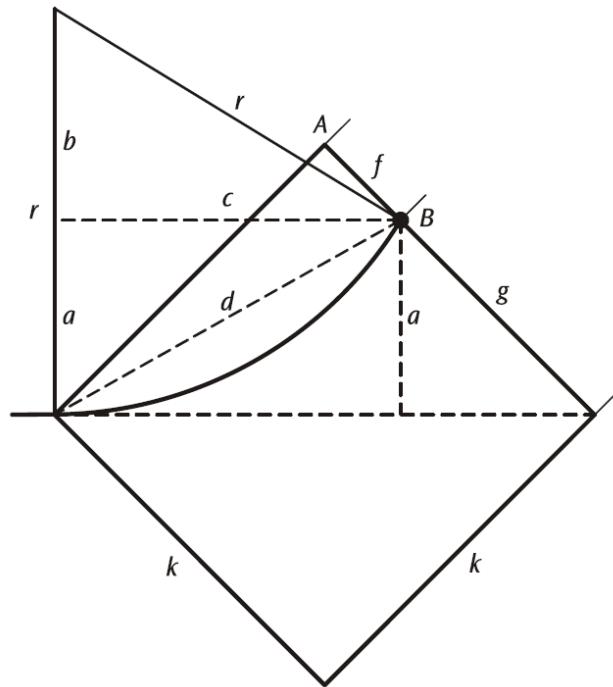


Abbildung 3: Darstellung zur Berechnung des Krümmungsradius r der Elektronenbahn aus dem Abstand f zwischen dem Austrittspunkt B und dem Eckpunkt A

Aufgaben

1. **Aufbau** des Stromkreises
2. Berechnung der Magnetfeldkalibrierung
3. **Bestimmung der spezifischen Ladung** durch Wienfiltermethode bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen und Magnetfeldstärken oder durch Radiusvermessung der Ablenkung im Magnetfeld bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Versuchshinweise

Für **Aufgabe 1** wird der Stromkreis nach dem oben (auch siehe Abbildung 4) angegeben Schema aufgebaut wenn das nicht bereits vor Betreten des Raumes geschehen ist. Dabei muss der Strom ausgeschaltet sein. **Die Inbetriebnahme erfolgt erst nach Bestätigung des Versuchsleiters!!!**

Für **Aufgabe 2** können die Daten der Tabelle 1 entnommen werden. Der Zusammenhang ist linear $B(I) = k I$. Dabei kann ebenfalls ein Hysteresebiasfeld eingeführt werden welches dann den Zusammenhang ändert auf $B(I) = k I + B_0$. Es ist darauf zu achten, dass die Daten in Paralleler Spielenschaltung gemacht wurden. Für Reihenschaltung ist der Effektivwert $k_{eff} = 2k$. Für **Aufgabe 3 - Wien Filter** wird für drei Beschleunigungsspannungen (es bieten sich 3 kV, 4 kV und 5 kV) die Versuchsreihe des Wienfilters durchgeführt. Dabei wird das magnetfeld schrittweise erhöht und das elektrische Feld so dazu angepasst, dass der Strahl nach seiner gesamten Bahn wieder in nicht ausgelenkter Positions sitzt. Leichte Ablenkungen auf der Bahn sind normal und Gegenstand der Diskussion und Auswertung. **ACHTUNG: Das Helmholtzspulenpaar darf nur für wenige Minuten über einen Ampere betrieben werden und benötigt eine gewisse Abklingzeit nach einer Messung oberhalb dieses Limits!!!** Die Berechnung sollte über eine lineare/linearisierte Regression über die Formel 12 geschehen. Für

Aufgabe 3 - Radiusmethode wird für drei verschiedene Beschleunigungsspannungen das Magnetfeld schrittweise verstärkt. Es bietet sich eine Schrittweite an, sodass der Elektronenstrahl 5 mm pro Schritt wandert. Durch geometrische Gründe ist der Strahl erst ab einer gewissen Ablenkung an der Kante sichtbar. Die Auswertung kann direkt über Einzelberechnungen und Mittelung der Formel 16 oder Regression (Formel 17) erfolgen.

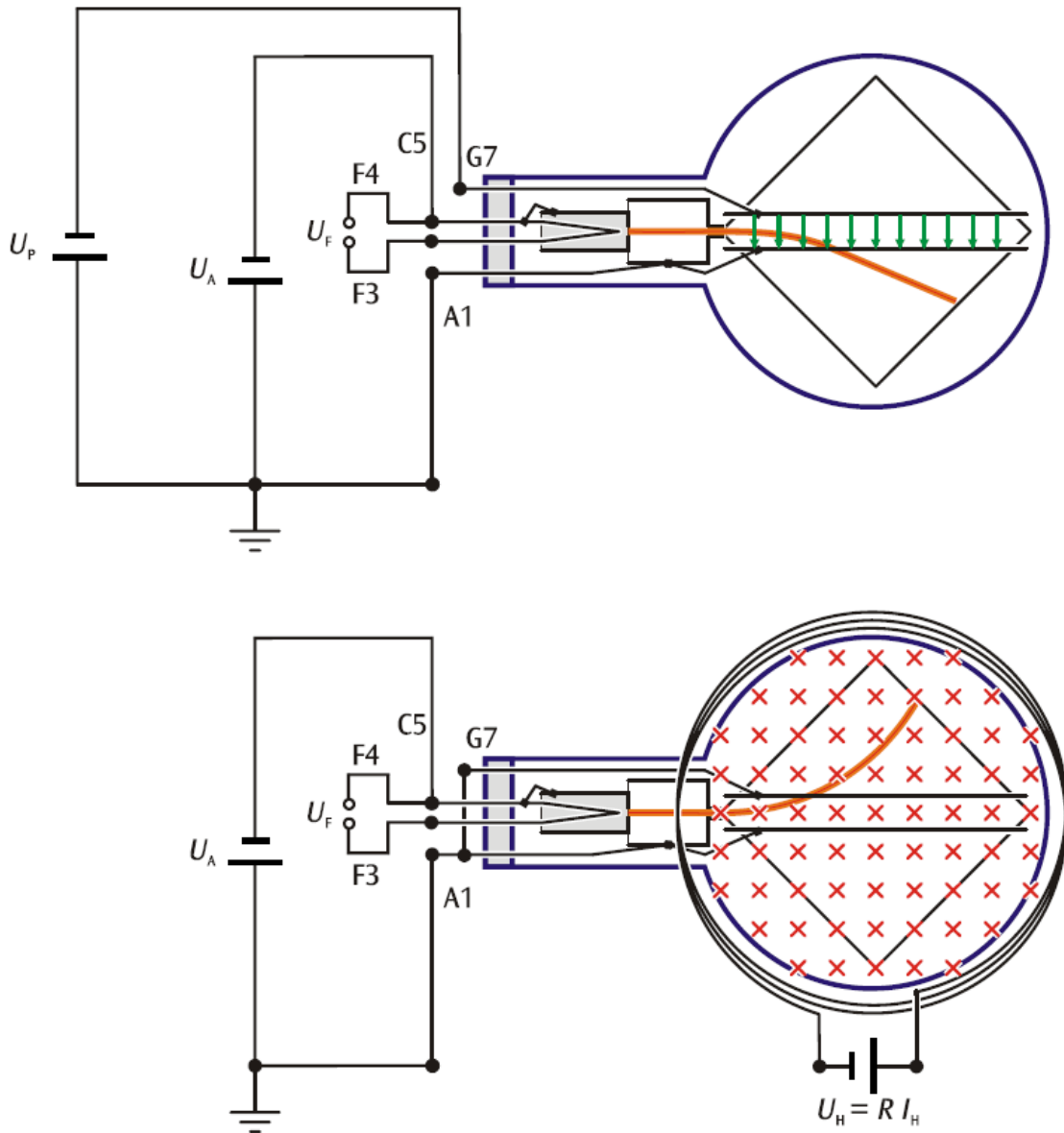


Abbildung 4: Elektrischer Schaltplan für die elektrische Ablenkung und für die Ablenkung über die Magnetspulen.

Tabelle 1: Kalibrierungsdaten in Parallelschaltung für die Umrechnung von Spulenstrom zu Magnetfeld.

$I[\text{A}]$	$B[\text{mT}]$
0.002 ± 0.005	0.00 ± 0.01
0.058 ± 0.006	0.12 ± 0.01
0.099 ± 0.006	0.21 ± 0.01
0.204 ± 0.008	0.44 ± 0.02
0.337 ± 0.010	0.72 ± 0.02
0.401 ± 0.011	0.86 ± 0.03
0.507 ± 0.013	1.09 ± 0.03
0.619 ± 0.014	1.34 ± 0.04
0.705 ± 0.016	1.52 ± 0.04
0.807 ± 0.017	1.74 ± 0.04
0.902 ± 0.019	1.95 ± 0.05
1.005 ± 0.020	2.18 ± 0.05
1.143 ± 0.022	2.47 ± 0.06
1.224 ± 0.023	2.65 ± 0.06
1.342 ± 0.025	2.91 ± 0.07
1.418 ± 0.026	3.07 ± 0.07
1.518 ± 0.028	3.30 ± 0.08
1.588 ± 0.029	3.45 ± 0.08
1.705 ± 0.031	3.69 ± 0.08
1.818 ± 0.032	3.94 ± 0.09
1.920 ± 0.034	4.17 ± 0.09
2.015 ± 0.035	4.36 ± 0.10

Fragen

1. Wieso ist der Elektronenstrahl bei der Kompensation von E & B Feld nicht gerade? Was hat das für ein Einfluss auf die Auswertung dieser Methode.
2. Wie sieht das Feld des Helmholtzspulenpaar aus?
3. Wie würde sich der Versuch ändern, wenn anstelle von Elektronen Protonen eingesetzt werden?
4. Wieso wird ein Vakuum in der Röhre benötigt?