

# Comptonscattering of $^{137}\text{Ba}$ excited state photons in Aluminium

J. Marschner, J. Kluge

Department of Physics, Humboldt-Universität zu Berlin, Germany

Emails: [jmarsch@physik.hu-berlin.de](mailto:jmarsch@physik.hu-berlin.de)

[julien@physik.hu-berlin.de](mailto:julien@physik.hu-berlin.de)

12. Februar 2018

## Zusammenfassung

One of the three dominant particle-matter interactions is the Compton effect. In this experiment, it was determined how a  $^{137}\text{Cs}$ -induced decay chain emits a photon with an energy of approximately 662 keV which then interacts with an aluminium target. Furthermore the used detector was calibrated and the energy resolution was calculated. Corrections for the results were explored and finally a Compton cross section was measured which gave the result of  $\sigma_{cs} = (256 \pm 6)$  mb.

Eine der drei dominanten Wechselwirkungen von Teilchen mit Materie ist der Comptoneffekt. In diesem Versuch wurde untersucht, wie von einer  $^{137}\text{Cs}$ -ausgelösten Zerfallsreihe ein Photon der Energie von ca. 662 keV in Comptonstreuung mit einem Aluminiumtarget wechselwirkt. Es wurde der dazugehörige Detektor kalibriert, in seiner Energieauflösung bestimmt, Korrekturen berechnet und schlussendlich der Compton Wirkungsquerschnitt bestimmt. Es wurde ein ~~effektiver Querschnitt~~, von  $\sigma_{cs} = (256 \pm 6)$  mb gemessen.

## 1 Physikalischer Hintergrund

Der Compton-Effekt stellt einen wichtigen Aspekt der Wechselwirkung von Strahlung mit Materie dar. Bei der Compton-Streuung wechselwirken monochromatische Photonen mit den Elektronen in einem Streukörper. Man kann beobachten, dass die auslaufenden Photonen nach der Streuung eine größere Wellenlänge besitzen, deren Größe abhängig vom Streuwinkel ist. Dies lässt sich nur dann erklären, wenn man annimmt, dass Licht einen Teilchencharakter besitzt, da der Compton-Effekt nicht durch ein Wellenbild erklärt werden kann. Nimmt man den Teilchencharakter von Licht an, erklärt sich der Compton-Effekt durch einen Energieübertrag des Photons an das Elektron im Streukörper. Würde man von einem Wellenbild

ausgehen, wären die Vorwärts- und Rückwärtstreuung gleichberechtigt. Bei hohen Photonenenergien lässt sich jedoch beobachten, dass die Rückwärtstreuung weniger intensiv ist. Eine ausführlichere Erklärung kann [1] entnommen werden.

## 2 Versuchsaufbau und Durchführung

Der grobe Versuchsaufbau besteht aus einer Probenhalterung mit anliegendem Kollimator. Dieser ist so ausgerichtet, dass auf einen Detektor gezielt wird. In Strahlrichtung ist ebenfalls eine Vorrichtung zum aufsetzen eines Aluminiumblockes befestigt, mit welchem später der Compton-Effekt erzeugt wird. Der Detektor ist

ein Natriumiodid-Szintillator mit einem angeschlossenen Photomultiplier. Dieser wird erst vorverstärkt um ein gut elektrisch leitbares Signal zu erzeugen, welches anschließend an einen Hauptverstärker geschickt wird um dann von einem multi-channel analyzer aufgenommen zu werden.

Für die Versuchsdurchführung wurde die drei radioaktive Präparate  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{22}\text{Na}$  und  $^{137}\text{Cs}$  benutzt. Diese Referenzquellen wurden am 01.11.1996 in ihrer Aktivität vermessen und können über ihre Halbwertszeiten[1] auf das Versuchsdatum umgerechnet werden. Die berechneten Werte für die Aktivität und Äquivalenzdosisleistungen für 80 kg auf 12 h sind in Tabelle 1 im Anhang vermerkt.

Zu Beginn wurden alle Präparate vor einen Messingkollimator gespannt, welcher die austretenden Photonen im falschen Winkel zum Detektor blockt und im richtigen Winkel zu einen schwach divergierenden Strahl fokussiert. Die  $^{22}\text{Na}$  Probe wurde ohne Kollimator vermessen, da die Aktivität bereits zu schwach war um mit Kollimator genug Photonen in Richtung Detektor zu schicken (siehe oben). Diese Vorgehensweise sorgte zwar wieder für einen signifikanten Photopeak, ~~aber dieser muss später in der Auswertung besonders betrachtet werden.~~ Im Anschluss wurde eine Messung ohne Probe gestartet, um das Hintergrundspektrum für die Möglichkeit einer späteren Korrektur aufzunehmen.

Schlussendlich wurde die Vermessung der Compton-Streuung durchgeführt, indem zwischen den Kollimator und den Detektor ein Aluminiumblock aufgestellt wurde. Die fokussierten Photonen werde durch Wechselwirkung mit den Elektronen im Aluminium gestreut, so dass man dies in der Verringerung des Photopeaks messen kann.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Energiekalibrierung

Zur konkreten Auswertbarkeit der Daten muss der Detektor kalibriert werden. Das bedeutet, dass die Channel des Analyzers in Energien umrechenbar sind und somit eine lineare Beziehung

zwischen Channel  $K_{nr}$  und Photonenenergie  $E_\gamma$  existiert mit

$$K_{nr} = \alpha E_\gamma + K_0 \quad (1)$$

Da die  $E_\gamma$  aus dem Script bereits bekannt sind, müssen nur noch die Kanalnummern der Photopeaks bestimmt werden. Die drei Messungen ohne die Korrektur ist dem Anhang Abbildung 7 zu entnehmen. Für eine bessere Modulierung des Fits wurde die Anpassung mit Hintergrundkorrektur gewählt. Dabei kann der Peak als einfache skalierte Gauss-Funktion mit Offset betrachtet werden. Die Unsicherheiten wurden dabei mit  $\sqrt{N}/T$  bestimmt. Es ist anzumerken, dass noch ein restlicher Hintergrund übrig bleibt. Diese wurde empirisch angepasst mit  $B \exp(-F \cdot x) + C_0$ .

Somit ergibt sich erst für  $^{133}\text{Ba}$  und  $^{22}\text{Na}$  die Fitfunktion

$$\frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right) + B \exp(-F \cdot x) + C_0 \quad (2)$$

Für  $^{137}\text{Cs}$  ist allerdings bereits in der Kalibrierung ein Zweitpeak zu erkennen. Um die daraus folgende Schiefelage des Photopeaks zu korrigieren wird auch der zweite Peak gefittet und somit ergibt sich:

$$\frac{A_1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}\right) + C_0 \quad (3)$$

$$+ \frac{A_2}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right) + B \exp(-F \cdot x)$$

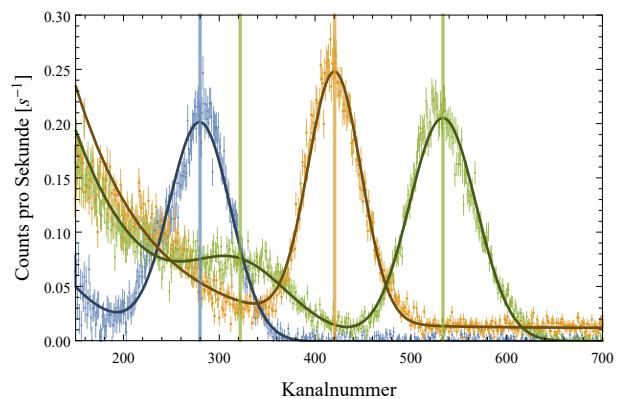


Abbildung 1: Kalibrierungskurven ohne Hintergrund und Fit

compton-kante

Wie in Abbildung 1 zu sehen konvergieren alle Fits und auch der zweite  $^{137}\text{Cs}$ -Peak ist sehr gut und leicht zu erkennen. Die so bestimmten  $\mu$  der jeweiligen Peaks entsprechen den jeweiligen Kanalnummern  $K_{nr}$  von Gleichung 1. Diese kann nun linear regressiert werden.

unsicherheiten über die Standardabweichung abschätzen anstatt der Unsicherheit von  $\mu$

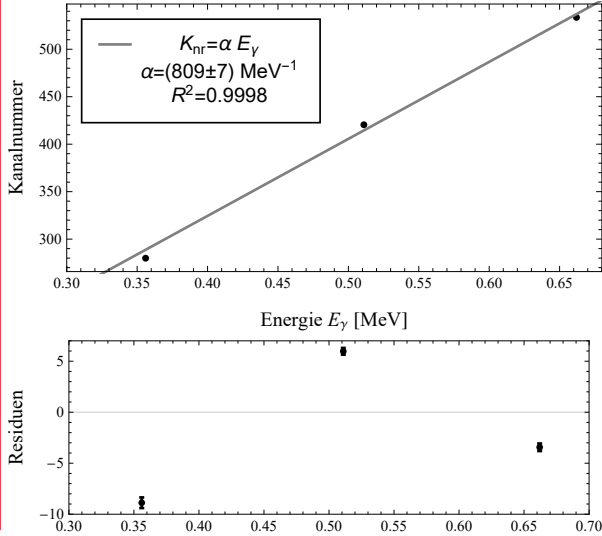


Abbildung 2: Kalibrierung Kanalnummer zu Energie

Es ergibt sich sehr schnell nach erster Rechnung, dass  $K_0$  statistisch nicht signifikant ist, mit einem p-Wert von lediglich  $p = 0.94$ . Somit wird der Fit mit  $K_0 \equiv 0$  wiederholt. Es ergibt sich ein Umrechnungsfaktor von

$$\frac{1}{\alpha} = (1.233 \pm 0.012) \text{ keV/Kanal} \quad (4)$$

Dadurch kann nun auch die Energie des Zweitpeaks des  $^{137}\text{Cs}$ -Spektrums bestimmt werden zu

$$E_2 = (397 \pm 6) \text{ keV} \quad (5)$$

Es kann außerdem die Signifikanz dieses Peaks ausgerechnet werden um auszuschließen, dass es sich hierbei um ein zufälliges Phänomen handelt. Es ergibt sich eine statistische Sicherheit von circa  $5.2\sigma$ . Es kann also mit großer Sicherheit von der Relevanz dieses Peaks ausgegangen werden.

### 3.2 Energieauflösung

Um die Energieauflösung des Detektors bei bestimmten Energien zu bestimmen, die *full width*

*half maximum* (volle Breite, halbes Maximum) kurz  $FWHM = H$  aus. Dazu rechnet man entweder aus den vorherigen berechneten Standardabweichungen nach  $H = 2\sqrt{2\log 2} \cdot \sigma(E)$  um oder fittet erneut mit einer Gauss-Kurve mit der gleichen eingesetzten Identität. Daraus ergibt sich dann:

$$n = \sqrt{\frac{\log 2}{\pi \cdot H}} 2^{1 - \frac{4(x-\mu)^2}{H^2}} \quad (6)$$

Während bei  $^{22}\text{Na}$  und den beiden  $^{137}\text{Cs}$ -Fits der Fitbereich einfach auf den Peak eingeschränkt werden konnte und so keine Korrektur des verbleibenden Hintergrunds oder Offsets nötig war (siehe Anhang Abbildung 8 und 9), fiel hier ein weiterer Nebenpeak im Bariumspektrum auf der für die Energieauflösung ebenfalls betrachtet werden muss, um eine nicht verfälschte Breite zu berechnen. Dieser Peak ist gut in Abbildung 3 zu erkennen.

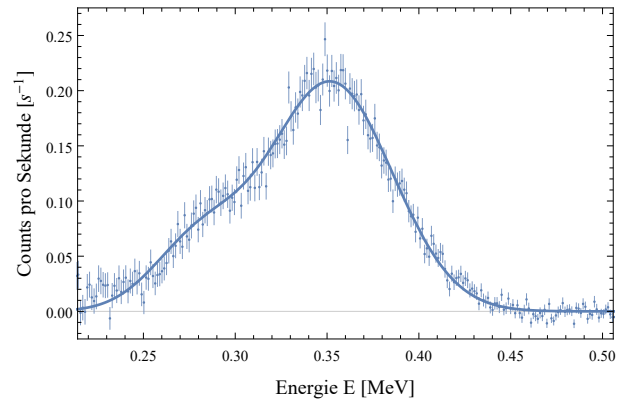


Abbildung 3: Photopeak des  $^{133}\text{Ba}$ Spektrums mit sichtbarem Nebenpeak bei ca  $(285.6 \pm 2.9) \text{ keV}$

Auch diese Gauss-Kurve ist mir mehr als  $5\sigma$  signifikant und führt zu einer Verkleinerung der Energieauflösung von fast 25%. Man kann nun den Verlauf der Energieauflösung in Abhängigkeit der Energie darstellen. Unter naiver Betrachtung könnte man durch Ausnutzen der oben genutzten Formel

$$A(E) = \frac{H}{E} \quad (7)$$

und der Betrachtung der statistischen Unsicher-

heiten auf eine Abhängigkeit der Form

$$A(E) \propto \frac{2\sqrt{2\log 2}}{\sqrt{E}} \quad (8)$$

kommen. Diese ignoriert allerdings diverse Effekte innerhalb des Detektors. Deshalb kann man wie in der Arbeit von *E. Bissaldi et. al.* [2] eine empirische Korrekturformel höherer Ordnung der Form

$$A(E) = \frac{1}{k \cdot E} \sqrt{a^2 + b^2 \cdot E + c^2 \cdot E^2} \quad (9)$$

ableiten. Diese Gleichung beachtet Effekte durch: lokale Fluktuationen innerhalb des Detektors; nicht gleichmäßige Bestrahlung; Beiträge nichtlinearer Art des NaI Szintillators; drifts des Photomultiplier; und Temperaturdrifts. Da aber nur vier Punkte zur Regression bereitstehen kann kein Modell mit vier Parametern angenommen werden. Es wurden deshalb alle Parameterkonfigurationen durchgetestet um zu sehen, welcher Parameter am häufigsten insignifikant abschneidet. Es stellt sich heraus, dass die höchste Ordnung, also der  $c$  Parameter am wenigsten zum Ergebnis beiträgt und wurde somit in der Regression  $c \equiv 0$  gesetzt. Es ergibt sich der Plot in Abbildung 4.

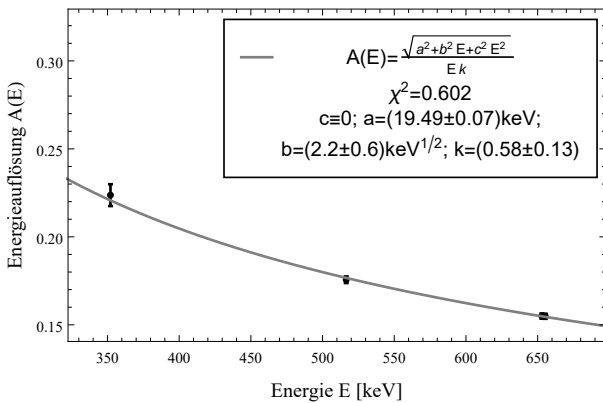


Abbildung 4: Fit der Energieauflösung von der  $^{133}\text{Ba}$ , der  $^{22}\text{Na}$  und den beiden  $^{137}\text{Cs}$  Proben nach Gleichung (9)

In Hinsicht auf die wenigen Punkte kann aber anhand des  $\chi^2$  Tests von einer verhältnismäßig guten Anpassung ausgegangen werden. Das Modell ist hierbei also gut anwendbar.

### 3.3 Compton Wirkungsquerschnitt

Für den Compton-Wirkungsquerschnitt gilt nach Vorlesung (*Lohse, 2017*), dass

$$\sigma_{cs} = \frac{m}{\rho x Z} \log \frac{A_0}{A_x} \quad (10)$$

Wir nehmen nun an, dass die Anzahl der Ereignisse proportional mit der Fläche unter den Peak mit  $N_x \propto A_x$  und ohne Compton-Streuung  $N_0 \propto A_0$ . Für  $N$  gilt mit Integration der Formel 6:

$$N = -\frac{A}{2} \operatorname{erf} \left( \frac{2[\mu - x] \sqrt{\log 2}}{H} \right) \Big|_{x=x_0}^{x_1} \quad (11)$$

Man berechnet damit den Wirkungsquerschnitt zu:

$$\sigma_{cs} = (256 \pm 6) \text{ mb} \quad (12)$$

Dabei fällt auf, dass fast 50% der Unsicherheit nur durch die Längenmessung des Aluminiumblockes entsteht und die beiden nächsten Unsicherheiten erst die der Integration entsprechen (beide etwa 20%). Der Rest entfällt nahezu vollständig auf die Dichte während die Elektronenmasse einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Unsicherheit hat. Eine sofortige Verbesserung der Präzision und Genauigkeit des Ergebnisses ließe sich also unter der simplen Verwendung eines Messschiebers erreichen. Hierbei ist allerdings auch zu betrachten, dass ein Anwinkeln des Blockes zu einer ähnlich starken Beeinflussung führen würde. Es empfiehlt sich also eine Vorrichtung zur genauen Ausrichtung des Blockes.

Nach dem Script lässt sich auch eine Formel für den Wirkungsquerschnitt darstellen. Dort kann als Nachweis der Richtigkeit des Ergebnisses unser Punkt eingetragen und verglichen werden:

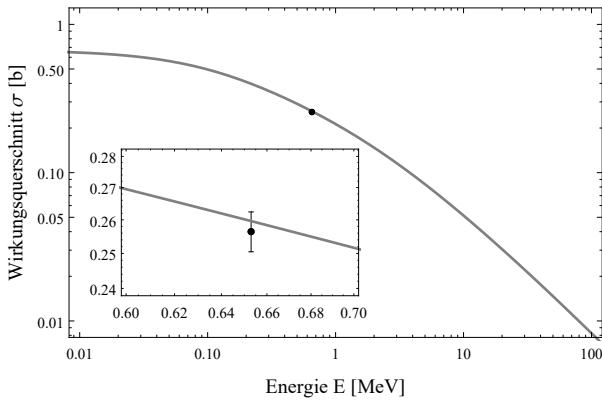


Abbildung 5: Compton Wirkungsquerschnitt

Es zeigt sich, dass unser ermittelter Wert gut innerhalb seiner Fehlergrenzen in der Erwartung liegt.

### 3.4 Ergebnis- und Energiekorrekturen

Für die Betrachtung der kinetischen Energie der Elektronen wird das bohrsche Atommodell herangezogen, dort gilt:

$$T_{e,Al} = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (13)$$

Mit dem Radius  $r = 0.143\text{nm}$  aus Quelle[3] berechnet sich schnell, dass

$$\Delta E \approx 65\text{eV} \quad (14)$$

und ist somit sehr gut vernachlässigbar.

Die Korrektur durch die Linienbreite wurde mit der heisenbergschen Unschärferelation  $\Delta E \geq \frac{\hbar}{2}\Delta t$  und den angegeben[1] 150s berechnet. Es ergibt sich

$$\Delta E \approx 2.2 \cdot 10^{-18}\text{eV} \quad (15)$$

was somit nicht betrachtet werden muss.

Die Verzögerung durch die Signalverstärkung, siehe Abbildung 6,  $\Delta\tau \approx 5.5\mu\text{s}$  und die damit einhergehende Totzeit des Detektors lag in jeder Messreihe meist weit unter einem Prozent und kann daher hier vernachlässigt werden, weil die erreichten Unsicherheiten mindestens doppelt so groß waren.

falsch, das wird bis zum Ende des Nachverstärkten Peaks gemessen also mehr als nur 5.5 mus. Aber wir haben das nicht nachgerechnet. Das gab den einzigen halben Punkt Abzug.

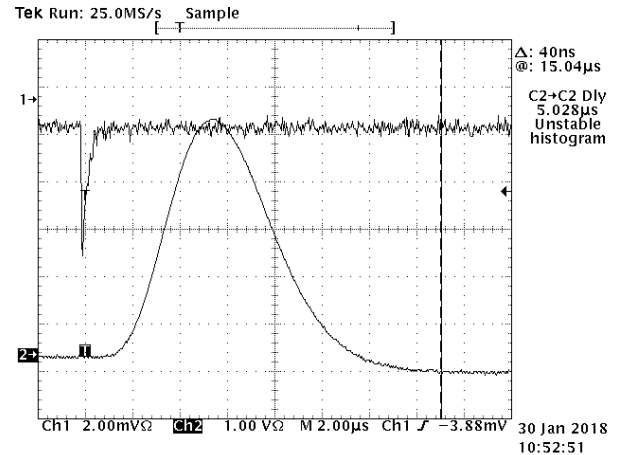


Abbildung 6: Aufnahme des Oszilloskops mit dem Vorverstärkten Signal als Trigger und den großen hauptverstärkten Signal

Dadurch, dass der Strahl nicht perfekt gebündelt wurde und auch vorwärts gestreute Photonen durch die große Öffnung des Detektors kommen, muss eine Raumwinkelkorrektur vorgenommen werden. Nach Vermessung lässt sich eine Anwinkelung von circa  $1.8^\circ$  berechnen. Für eine gute Überschätzung nehmen wir den doppelten Winkel an und berechnen

$$\Delta\sigma_{cs} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{3.6^\circ} d\theta \sin\theta \frac{d\sigma_{cs}}{d\Omega} \quad (16)$$

$$\frac{d\sigma_{cs}}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 \left(\frac{E_0}{E} + \frac{E}{E_0} - \sin^2\theta\right) \quad (17)$$

Diese Integrationen wurden numerisch gelöst und ergeben eine echte Korrektur des Wirkungsquerschnittes von circa

$$\Delta\sigma_{cs} \approx 1\text{mb} \quad (18)$$

Diese liegt damit noch immer innerhalb des Unsicherheitsintervalls und trägt damit, wie alle anderen Korrekturen nur insignifikant zum Ergebnis und deren Unsicherheit bei.

## 4 References

- [1] O. Epler and U. Schwanke. “Anleitung zum Versuch Compton-Effekt im Fortgeschrittenen-Praktikum”. In: (2007). URL: <https://www.physik.hu-berlin.de/de/eephys/teaching/lab/compt/compton.pdf>.
- [2] E. Bissaldi et al. “Ground-based calibration and characterization of the Fermi gamma-ray burst monitor detectors”. In: *Experimental Astronomy* 24.1 (May 2009), pp. 47–88. ISSN: 1572-9508. DOI: 10.1007/s10686-008-9135-4. URL: <https://doi.org/10.1007/s10686-008-9135-4>.
- [3] Frank Albert Cotton and Geoffrey Wilkinson. *Advanced inorganic chemistry: a comprehensive text*. Vol. 5. Interscience, 1972, p. 1385. ISBN: 978-0-471-84997-1.

## 5 Anhang

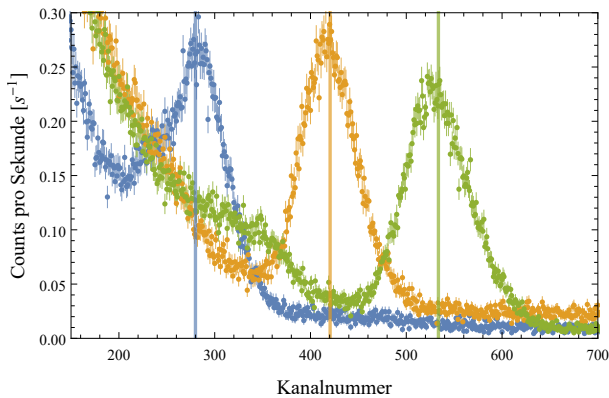


Abbildung 7: Kalibrierungskurven mit Hintergrund

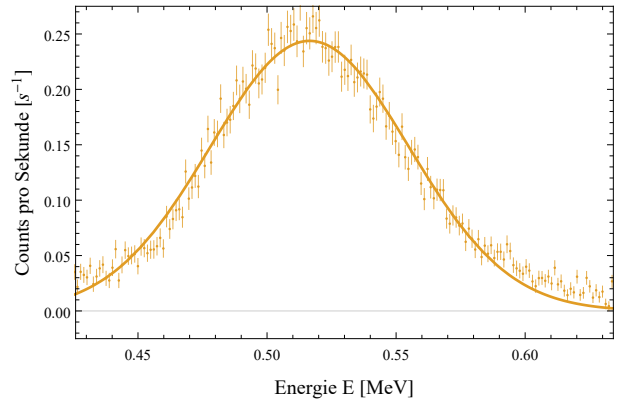


Abbildung 8: Fit nach 6 des Photopeaks von  $^{22}\text{Na}$

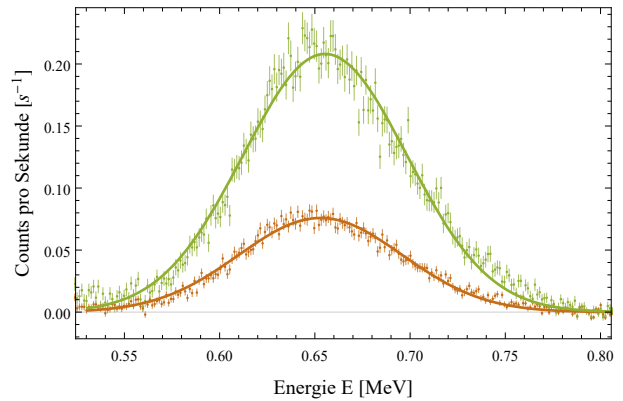


Abbildung 9: Fit nach 6 des Photopeaks von  $^{137}\text{Cs}$

Tabelle 1: Aktivitäten und Äquivalenzdosisleistungen der verwendeten Präparate zum Versuchszeitpunkt

Präparat	Aktivität	Äquivalenzdosisleistung 80 kg auf 12 h
$^{133}\text{Ba}$	$(98 \pm 4) \text{ kBq}$	$(3.0 \pm 0.3) \mu\text{Sv}$
$^{22}\text{Na}$	$(1.30 \pm 0.06) \text{ kBq}$	$(58 \pm 5) \text{ nSv}$
$^{137}\text{Cs}$	$(228 \pm 10) \text{ kBq}$	$(13.0 \pm 1.0) \mu\text{Sv}$