# Optik

## Maxwell-Gleichungen

$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$ ; $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \vec{B}$

Gauß: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Faraday $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \Rightarrow \oint \vec{E} \, d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Ampère $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \partial_t \vec{E} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \cdot I + \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{d}{dt} \iint \vec{E} \cdot d\vec{A}$

## Vektorrelationen

$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \vec{A}) + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$
$= -\Delta \vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$

$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \varphi) = 0$ ; $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \oiint \vec{A} \cdot d\vec{A}$

$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ ; $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \oint \vec{A} \, d\vec{r}$

## Relationen

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$ ; $n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}$ ; $\lambda' = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{c}{f} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$

$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$ ; $\lambda = c/\nu$ ; $v_{gr} = \frac{\partial \omega(k)}{\partial k}$ ; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ; $\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$c = \frac{\omega}{k}$ ; $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$

$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ; $\omega^2 = c^2 \cdot |k|^2$

$\omega = 2\pi \cdot \nu$ ; $v_{ph} = \lambda \cdot \nu = \frac{\omega}{k}$

Wellengleichung: $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = 0$

Ebene Welle: $\vec{E}(r,t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ , $\vec{B} = c \cdot \hat{e}_k \times \vec{E}$

Herleitung: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

## Skin-Effekt

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \nu \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \sigma}}$ ; $\sigma = \frac{n_e \cdot e^2 \cdot \tau}{m}$ ; $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$

## Poyntingvektor (Energiestromdichte)

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = (c^2 \varepsilon_0) \cdot \vec{E} \times \left[ (\hat{e}_k \times \vec{E}) \cdot \frac{1}{c} \right] = \hat{e}_k \left[ c \cdot \varepsilon_0 \cdot |\vec{E}|^2 \right]$

Intensität: $I = \langle S \rangle_t = \langle W \rangle_t \cdot v_{gr} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot c \cdot n \cdot E_0^2$ ; $n = \sqrt{1 + \chi_e}$

Leistung: $P = \iint I \cdot dA$

Puls:

dichte: $\vec{p} = \vec{D} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$

$p = \frac{1}{c} |\vec{S}|$

$p_{St} = \frac{n \cdot \hbar \cdot k}{A} = \frac{I}{c}$

(lokale) Energiedichte:

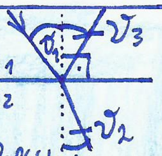
$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 \cdot |\vec{E}|^2 + \frac{1}{\mu_0} |\vec{B}|^2 \right) = \varepsilon_0 \cdot |\vec{E}|^2 \Leftrightarrow w = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}) = \frac{dW}{dV}$

## Polarisation

Polarisation: sei $E_y(\theta) = E_0 \cdot \cos\theta \Rightarrow I_y(\theta) = I_0 \cdot \cos^2(\theta)$

## Brechungsgesetz

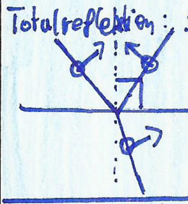
Brechungsgesetz: $\frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{n_2}{n_1}$




Reflektionsgesetz: $\vartheta_1 = \vartheta_3$

Brewsterwinkel: $\tan \Theta_B = \frac{n_2}{n_1}$ (min. Reflektion)

Totalreflektion: $\sin \Theta_{TR} = \frac{n_2}{n_1}$



Kerr-Effekt: $[K] = \frac{m}{V^2}$

$\Delta n = \lambda \cdot K \cdot |E|^2$ ; K: Kerr-Koeffizient

Pockels-Effekt:

$\Delta\phi = 2\pi \cdot n_0^3 \cdot P \cdot \frac{U}{\lambda}$ $[P] = \frac{m}{V}$

P: Pockels-Koeffizient

## Phasenplatten

$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d(n_o - n_e)$

$\frac{\lambda}{2}$-Platte: $\Delta\phi = (2m+1)\pi$ $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\frac{\lambda}{4}$-Platte: $\Delta\phi = (4m+1)\frac{\pi}{2}$ $M = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Eikonalgleichung: $(\vec{\nabla} L(\vec{r}))^2 = (n(\vec{r}))^2$ ; L: Optische-Weglänge

Strahlengleichung: $\frac{d}{ds}\left(n \frac{d\vec{r}}{ds}\right) = \vec{\nabla} n$ ; Fermat-Prinzip $t(x) = \sum_i t_i$

## Linsen

Linsen: dünne Linsen: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ ; dicht: $\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

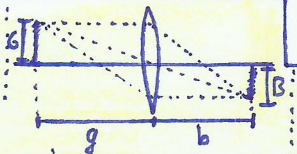



Abbildung: $\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$

Vergrößerung: $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

b: Bildweite ; g: Gegenstandsweite ; B: Bildgröße ; G: Gegenstandsgröße

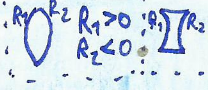
Auge/Lupe: $V = \frac{s_0}{f}$ ; $s_{0,std} = 25\,cm$

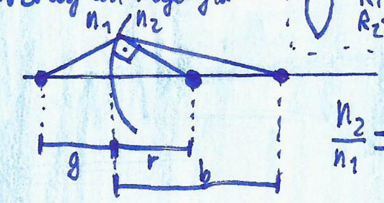
Fernrohr: $V = \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{f_1}{f_2}$ ; $t_{std} = 16\,cm$

Mikroskop: $V = \frac{t}{f_1} \cdot \frac{s_0}{f_2}$

dicke Linse: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1) \cdot d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}\right)$ ; $H_1 = -\frac{(n-1) \cdot f \cdot d}{n \cdot r_2}$ ; $H_2 = -\frac{(n-1) \cdot f \cdot d}{n \cdot r_1}$

## Brechung an Kugelfläche




$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{1}{g} + \frac{1}{r}}{\frac{1}{r} - \frac{1}{b}}$

$b \to \infty$, $g = f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} r$ ; $b = f_2$, $g \to \infty \Rightarrow f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r$

## 2 Kugelflächen

$f_1 = \frac{n_1 r_1 \cdot r_2}{(n_3 - n_2) \cdot r_1 + (n_2 - n_1) \cdot r_2}$

$f_2 = \frac{n_3 \cdot r_1 \cdot r_2}{(n_3 - n_2) \cdot r_1 + (n_2 - n_1) \cdot r_2}$

## Matrizen

$\begin{pmatrix} n_i \beta_i \\ x_i \end{pmatrix} = \hat{M}_{ij} \begin{pmatrix} n_j \beta_j \\ x_j \end{pmatrix}$ ; $f = -\frac{1}{a_{12}}$ ; $D = -a_{12}$ ; $f = \frac{1}{D}$ ; $D_{ij} = \frac{n_i - n_j}{R_{ij}}$ ; $D = D_{32} + D_{21} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

Translation: $T_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_{ij}/n_j & 1 \end{pmatrix}$ ; dünne Linse: $\hat{B}_{321} = \begin{pmatrix} 1 & -(D_{32} + D_{21}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Brechung Grenzfläche: $\hat{B}_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & -D_{ij} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; spiegel: $\hat{R}_{ij} = \begin{pmatrix} -1 & -n_i/f_j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , $f_j = \frac{2}{R_j}$

Auflösung: d: Öffnung

$r \geq 1{,}22 \frac{f \cdot \lambda_0}{n \cdot d} = 1{,}22 \frac{f \cdot \lambda}{d}$

Teleskop: $\alpha \geq 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$

Mikroskop: $s \geq \frac{\lambda}{n \cdot \sin(\alpha)}$

$\alpha$: halber Öffnungswinkel
$n \cdot \sin(\alpha)$ num. Apertur

## Interferenz

Interferenz-Newtonringe: $x_m = \sqrt{(m + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \cdot R}$

Interferenz: $\delta = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - \phi$
Konstruktiv: $\delta = 2m\pi \Rightarrow I = 4 \cdot I_1$
destruktiv: $\delta = (2m+1)\pi \Rightarrow I = 0$

Wien'sches Verschiebungsgesetz: $\lambda_{max} \cdot T = 2{,}8978 \cdot 10^{-3} [m \cdot K]$

Stefan-Boltzmann-Gesetz: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ ; $\sigma = (5{,}670) \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} = \frac{2 \cdot \pi^5 \cdot k_B^4}{15 \cdot h^3 c^2}$ ; $k_B = 1{,}380 \cdot 10^{-23} J/K$

## Gauss-Beam

Taillenradius: $W_0 = \sqrt{\frac{\lambda \cdot z_0}{\pi}}$

Strahlradius: $W(z) = W_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}$

Krümmungsradius: $R(z) = z + \frac{z_0^2}{z}$

Phasenretardierung Gouy-Phase: $\Theta(z) = \arctan \frac{z}{z_0}$

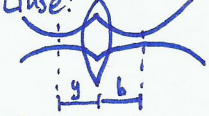
Rayleigh-Länge: $z_0 = \pi \frac{W_0^2}{\lambda}$

Intensität: $I(r) = I_0 \cdot e^{-2r^2/w^2} = \frac{2P}{\pi \cdot w^2} e^{-2r^2/w^2}$

$W(z) = \frac{\lambda \cdot z}{\pi W_0}$ ; $\theta = \frac{\lambda}{\pi \cdot W_0}$

optimale Taille: $W_{0,opt} = \sqrt{\frac{\lambda \cdot z}{\pi}}$

mit Linse:




$(b - f) = M^2 (g - f)$

$z_0' = M^2 \cdot z_0$

$W_0' = M \cdot W_0$

$\theta' = \theta / M$

$M = \frac{f}{\sqrt{(f - g)^2 + z_0^2}}$

Photoeffekt:

$E(\nu) = h \cdot \nu - W_A$ ; $E_{Ph} = h \cdot \nu$

$W_A = \frac{h \cdot c}{\lambda_g}$ ; $p = h/\lambda$

## Detektoren

$U_{out} = S_0 \left( \frac{1}{1 + P_{in}/P_{sat}} \right) P_{in}$

Photodiode: $U_{PD} = I_{PD} \cdot R_L$ ; $I_{ideal} = \frac{P_{in}}{E_{h\nu}} e = \frac{e}{h \cdot \nu} \cdot P_{in} = S_{ideal} \cdot P_{in}$

$I_{real} = S(\lambda) \cdot P_{in}$ ; $S(\lambda) = QE \cdot \frac{e \cdot \lambda}{h \cdot c}$ ; $U = S(\lambda) \cdot P_{in} \cdot R_L$

$f_{-3db} = \frac{1}{2\pi \cdot R_L \cdot C_J}$

## EM in Materie

$n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_1$

$2 \cdot n \cdot \kappa = \varepsilon_2$

$\omega_p^2 = \frac{e^2 \cdot n_e}{\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot \varepsilon_r}$

$I(z) = I_0 \cdot e^{-2\frac{\omega}{c}\kappa \cdot z} \sim |\vec{E}_0|^2$

$\alpha = 2 \frac{\omega}{c} \kappa$

Drude-Formel: $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma \cdot \omega}$

ideales Metall:

$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ , $\varepsilon_2 = 0$

$\Rightarrow \kappa = \sqrt{\frac{-\varepsilon_1 + |\varepsilon_1|}{2}} = \begin{cases} \sqrt{|\varepsilon_1|} , & \omega < \omega_p^* \\ 0 , & \omega > \omega_p^* \end{cases}$

$\omega_p^* = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_\infty}}$

## Konstanten

$c = 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V \cdot m}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

$r_\perp = \frac{n_1 \cdot \cos\theta_1 - n_2 \cdot \cos\theta_2}{n_1 \cdot \cos\theta_1 + n_2 \cdot \cos\theta_2}$ ; $t_\perp = \frac{2 \cdot n_1 \cdot \cos\theta_1}{n_1 \cdot \cos\theta_1 + n_2 \cdot \cos\theta_2}$

$r_\parallel = \frac{n_2 \cdot \cos\theta_1 - n_1 \cdot \cos\theta_2}{n_2 \cdot \cos\theta_1 + n_1 \cdot \cos\theta_2}$ ; $t_\parallel = \frac{2 \cdot n_1 \cdot \cos\theta_1}{n_2 \cdot \cos\theta_1 + n_1 \cdot \cos\theta_2}$

## Compton-Streuung

$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\vartheta) = \lambda_c (1 - \cos\vartheta)$

Interferenz:
konstruktiv: $k \cdot \lambda = \Delta s$
$(2k+1)\frac{\lambda}{2} = \Delta s$ destruktiv

Kramers-Kronig: $n = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$

Planck'sches Strahlungsgesetz: $E = \frac{h \cdot \nu}{e^{h\nu/(k_B T)} - 1}$

$1{,}602 \cdot 10^{-19} C = e$

$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31} kg$