

# Versuch D3

## „Holographie und Kohärenzoptik“

Matthias Kreier  
Martin Mücke

31. Dezember 2002

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1	Michelson-Interferometer . . . . .	2
1.2	Holographie . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>3</b>
2.1	Michelson-Interferometer . . . . .	3
2.2	Holographische und hologramminterferometrische Experimente . . . . .	4
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>6</b>

### Literatur

[1] Wernicke/Osten: 'Holografische Interferometrie'. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1982

# 1 Einleitung

## 1.1 Michelson-Interferometer

Um Interferenzerscheinungen bei der Überlagerung von Lichtwellen zu erhalten, muss das verwendete Licht kohärent sein, d.h. zwischen den beteiligten Teilwellen besteht eine räumlich bzw. zeitlich konstante Phasenbeziehung. Solche Wellenzüge können durch eine Teilung der Wellenfront (z.B. Young'scher Doppelspaltversuch) oder durch Teilung der Amplitude erzeugt werden, wie dies bei dem von uns aufzubauenden Michelson-Interferometer (Abb. 1, Anhang) der Fall ist. Dabei werden die Teilwellen wieder vereinigt, nachdem sie verschiedene Wege durchlaufen haben und demnach eine Phasendifferenz zwischen beiden besteht. Überschreitet die optische Wegdifferenz jedoch die Länge  $l_c$ , so kann keine Interferenz mehr beobachtet werden. Der größte Gangunterschied, bei dem noch Interferenz auftritt, heißt *Kohärenzlänge*. Diese lässt sich sehr einfach mit dem Michelson-Interferometer bestimmen.

## 1.2 Holographie

Die Holographie ist als ein Verfahren entwickelt worden, dass eine vollständige Speicherung der im Wellenfeld enthaltenen Information (Phasen- und Amplitudenverteilung) ermöglicht. Danach wird zunächst das vom Gegenstand kommende Wellenfeld (Objektwelle) mit einer Referenzwelle überlagert. Das in der Ebene der Photoplatte verursachte Interferenzbild wird als komplizierte Schwärzungsverteilung auf der Photoplatte gespeichert. Diese als *Hologramm* bezeichnete Verteilung ist nicht identisch mit dem Bild des Gegenstandes, enthält aber alle notwendigen Informationen zu dessen räumlicher Rekonstruktion. Beleuchtet man das Hologramm an dieser Stelle nur mit der Referenzwelle, so wird diese infolge der Schwärzungsverteilung auf der Photoplatte an ihr gebeugt und liefert ein Bild des Gegenstandes.

Ein möglicher Versuchsaufbau zur Aufnahme eines Hologramms ist in Abb. 2 dargestellt. Das Licht eines Lasers wird beim Durchgang durch ein  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen linear polarisiert und trifft auf einen Strahlteiler, der es in zwei zueinander senkrecht polarisierte Teilstrahlen aufspaltet. Damit diese beiden Strahlen wieder interferieren können, muss die Polarisation einer der beiden Strahlen um  $90^\circ$  mit Hilfe eines zweiten  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchens gedreht werden. Während der eine aufgeweitete Lichtstrahl auf das Objekt trifft und von diesem in Richtung Photoplatte reflektiert wird, durchläuft der andere eine spezielle Linse mit Blende, die es ermöglicht, Störungen und Ungleichmäßigkeiten der Referenzwelle (z.B. Beugungsreflexe) herauszufiltern. Mit dem steuerbaren Verschluss ist es möglich, die Belichtungszeit der Photoplatte vorzugeben.

Als eine mögliche Anwendung der holographischer Methoden sollte die Durchbiegung einer Platte ermittelt werden. Dazu wird das Objekt wie gewünscht präpariert und die davon ausgehende Objektwelle mit der durch die Referenzwelle rekonstruierten, ursprünglichen Objektwelle überlagert. Durch Auswertung des daraus resultierenden Interferenzbildes können Veränderungen des Objekts in der Größenordnung der Lichtwellenlänge gemessen werden.

## 2 Versuchsdurchführung

### 2.1 Michelson-Interferometer

#### Empfindlichkeit des Aufbaus

Bezüglich der Empfindlichkeit des Aufbaus gegenüber verschiedenen äußeren Einflüssen haben wir folgende Beobachtungen machen können:

1. Mechanische Erschütterungen bewirken kurzzeitige, aber deutlich erkennbare Verschiebungen im Interferenzbild. Dazu zählen neben den vom Straßenverkehr verursachten Gebäudeschwingungen auch Erschütterungen, die durch Berühren der Anordnung entstehen.
2. Die lokal begrenzte Änderung des Brechungsindex von Luft durch thermische Einflüsse (z.B. Feuerzeug) führt zu einer veränderten Lichtlaufzeit und beeinflusst damit das Interferenzbild.
3. Auch akustische Geräusche führen zu lokal variierenden Brechungsindizes und haben einen, wenn auch geringen, Einfluss auf die Versuchsanordnung.

#### Bestimmung der Kohärenzlänge, spektralen Bandbreite und Frequenzbandbreite eines Lasers

Ausgehend von einer annähernd äquidistanten Stellung der beiden Spiegel vom Strahlteiler, die zugleich maximalen Kontrast bedeutet, haben wir den beweglichen Spiegel solange verschoben, bis kein Interferenzmuster mehr zu erkennen war. Diese Änderung des Lichtweges, gleichbedeutend mit der Wegdifferenz der beiden Teilstrahlen, entspricht der gesuchten Kohärenzlänge der verwendeten Laser. Ist  $l_i$  der Abstand der beiden Spiegel vom Strahlteiler, so erhalten wir

$$l_c = 2(l_2 - l_1) \quad (1)$$

Die Frequenzbandbreite des Lasers ist weiterhin gegeben durch

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi\tau_c} = \frac{c}{2\pi l_c}, \quad (2)$$

so dass die spektrale Bandbreite des Lasers  $\Delta\lambda$  bestimmt werden kann aus der Relation

$$\begin{aligned} d\lambda &= \frac{c}{f^2} df = \frac{\lambda^2}{c} df \\ \implies \Delta\lambda &= \frac{\lambda^2}{c} \Delta f = \frac{\lambda^2}{2\pi l_c}. \end{aligned} \quad (3)$$

	$\lambda / \text{nm}$	$l_c / \text{cm}$	$\Delta f / \text{MHz}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
He-Ne	632,8	57,4	83	$1,1 \cdot 10^{-4}$
Ar <sup>+</sup>	488	18,6	257	$2,0 \cdot 10^{-4}$
Nd:YAG	532	112,2	43	$0,4 \cdot 10^{-4}$

**Tabelle 1:** Wellenlängen, Kohärenzlängen, Frequenzbandbreiten und spektrale Bandbreiten der drei verwendeten Laser

## 2.2 Holographische und hologramminterferometrische Experimente

### Aufnahme eines Hologramms

Für die Herstellung eines Hologramms benutzten wir den in Kap.1.2 erläuterten und in Abb.2 dargestellten Versuchsaufbau. Nach Ausschalten sämtlicher äußerer Lichtquellen wurde die Photoplatte in die kinematische Halterung eingesetzt, welche die Photoplatte bezüglich ihrer 6 Freiheitsgrade fixiert, und anschließend 26 s lang mit dem Licht des He-Ne-Lasers belichtet. Als die Photoplatte entwickelt war, konnte diese in der Halterung repositioniert werden und bei nachfolgender Beleuchtung mit der Referenzwelle war ein räumliches Bild deutlich erkennbar.

### Bestimmung der Durchbiegung der Platte

Die Kreisplatte, von der wir das Hologramm erzeugt haben, wurde nun mit Hilfe einer Mikrometerschraube leicht verbogen. Der Vergleich dieses Bildes mit dem ursprünglichen Zustand der Kreisplatte, der in dem Hologramm gespeichert ist, ermöglicht die Berechnung der Durchbiegung. Dazu blendet man die Objektwelle wieder ein und beobachtet ein Interferenzbild, das durch deutliche Interferenzringe gekennzeichnet ist. Dieses Bild haben wir mit einer CCD-Kamera auf einem Bildschirm dargestellt und konnten so die Zahl der Interferenzordnungen bestimmen. Den Winkel  $\frac{\alpha}{2}$ , unter dem die Objektwelle auf das Hologramm fällt, war auf dem optischen Versuchstisch leicht zu berechnen. Anhand der angegebenen Beziehung erhalten wir als Durchbiegung der Platte

$$w = \frac{N \cdot \lambda}{2 \cos(\frac{\alpha}{2})} = \frac{6 \cdot 632,8 \text{ nm}}{2 \cos(15,5^\circ)} = 1,97 \mu\text{m} . \quad (4)$$

Für die computerunterstützte Berechnung mit Hilfe der Phasen-Schiebe-Methode mussten 3 um  $\frac{2}{3}\pi$  phasenverschobene Interferogramme eingelesen werden. Dabei war die Phasenverschiebung der Referenzwelle durch einen Spiegel regelbar, dessen Ausrichtung mit einem Piezokristall gesteuert werden konnte. Die dazu erforderlichen Spannungen ergaben sich, indem wir die am Kristall anliegende Spannung soweit erhöht haben, bis das Phasenbild bei  $U_{2\pi}$  identisch mit dem für  $U = 0V$  war. Durch Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Phasenverschiebung konnte nun  $U_i$  bestimmt werden aus

$$U_i = \frac{i-1}{3} U_{2\pi} , \quad i = 1, 2, 3 . \quad (5)$$

Die Phase  $\delta$  entlang einer Geraden wird vom Computer nach der im nächsten Abschnitt hergeleiteten Beziehung

$$\delta = \arctan\left[\sqrt{3} \frac{I_3 - I_2}{2I_1 - I_2 - I_3}\right]$$

berechnet. Daraus kann dann weiterhin die Durchbiegung bestimmt werden, die wir nur aus der vom Rechner ausgegebenen Bilddatei (Abb. 4) abzulesen brauchen:

$$w = 1,39 \mu\text{m} .$$

Es wird deutlich, dass beide Verfahren zur Berechnung der Durchbiegung unterschiedliche Ergebnisse produzieren, die aber zumindest die gleiche Größenordnung besitzen. Allerdings ist anzunehmen, dass die Phasen-Schiebe-Methode etwas genauer ist als die geometrische Berechnung, da sie eine bessere Auswertung der Interferogramme gestattet.

## Herleitung der Beziehung zur Berechnung des Phasenbildes

Für die computerunterstützte Auswertung von Interferogrammen mit Hilfe der Phasen-Schiebe-Methode bietet es sich an, eine vereinfachte Formel für die Intensitätsverteilung zu verwenden, in der additive bzw. multiplikative Störterme in den Funktionen  $a$  und  $b$  zusammengefasst sind. Wir erhalten für jeden Punkt im Interferogramm

$$I_n(x, y, t) = a(x, y, t) + b(x, y, t) \cos[\delta(x, y) + \Phi_n(x, y, t)], \quad (6)$$

wobei  $\Phi_n$  die Verschiebung der Referenzphase ist, die durch Verstellen eines Spiegels erreicht werden kann. Die Messung der Intensität bei vorgegebener Verschiebung

$$\Phi_n = (n - 1) \frac{2\pi}{3}, \quad n = 1, 2, 3$$

liefert ein Gleichungssystem aus drei Gleichungen für drei Unbekannte:

$$\begin{aligned} I_1 &= a + b \cos(\delta + 0) \\ I_2 &= a + b \cos(\delta + \frac{2\pi}{3}) \\ I_3 &= a + b \cos(\delta + \frac{4\pi}{3}) \end{aligned} \quad (7)$$

Die Anwendung des trigonometrischen Additionstheorems für die Kosinusfunktion

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

führt mit

$$\begin{aligned} \sin \frac{2\pi}{3} &= \frac{1}{2}\sqrt{3} & \cos \frac{2\pi}{3} &= -\frac{1}{2} \\ \sin \frac{4\pi}{3} &= -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \cos \frac{4\pi}{3} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

auf folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} I_1 &= a + b (\cos \delta) \\ I_2 &= a + b \left(-\frac{1}{2} \cos \delta + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \delta\right) \\ I_3 &= a + b \left(-\frac{1}{2} \cos \delta - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \delta\right) \end{aligned} \quad (8)$$

Bildet man  $I_3 - I_2$  und  $I_2 + I_3$ , so folgt daraus

$$\begin{aligned} I_1 &= a + b \cos \delta \\ I_2 + I_3 &= 2a - b \cos \delta \\ I_3 - I_2 &= \sqrt{3} b \sin \delta \end{aligned} \quad (9)$$

Die Funktion  $a$  lässt sich durch Bildung des Terms  $2I_1 - (I_2 + I_3)$  eliminieren und man erhält

$$\begin{aligned} 2I_1 - (I_2 + I_3) &= 3b \cos \delta \\ I_3 - I_2 &= \sqrt{3} b \sin \delta \end{aligned} \quad (10)$$

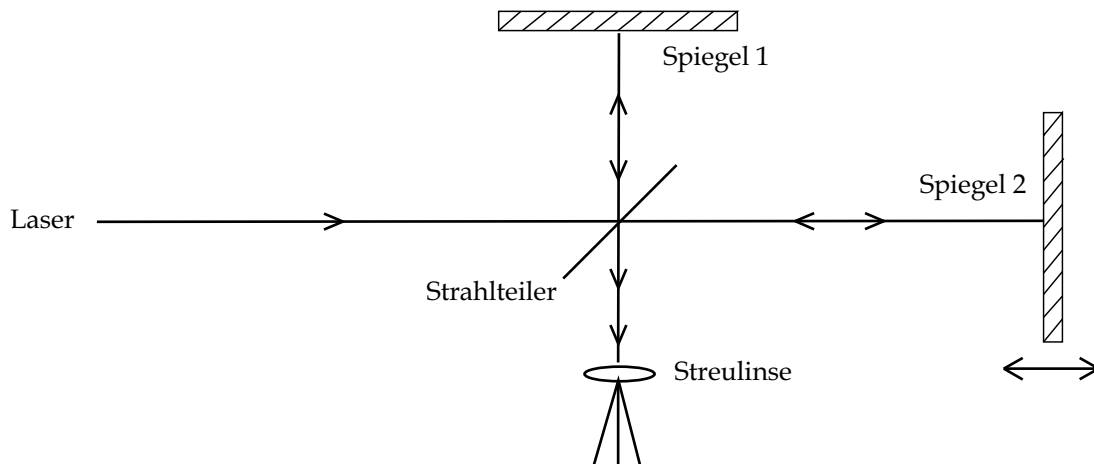
Division beider Gleichungen ergibt letztendlich

$$\tan \delta = \sqrt{3} \frac{I_3 - I_2}{2I_1 - I_2 - I_3}, \quad (11)$$

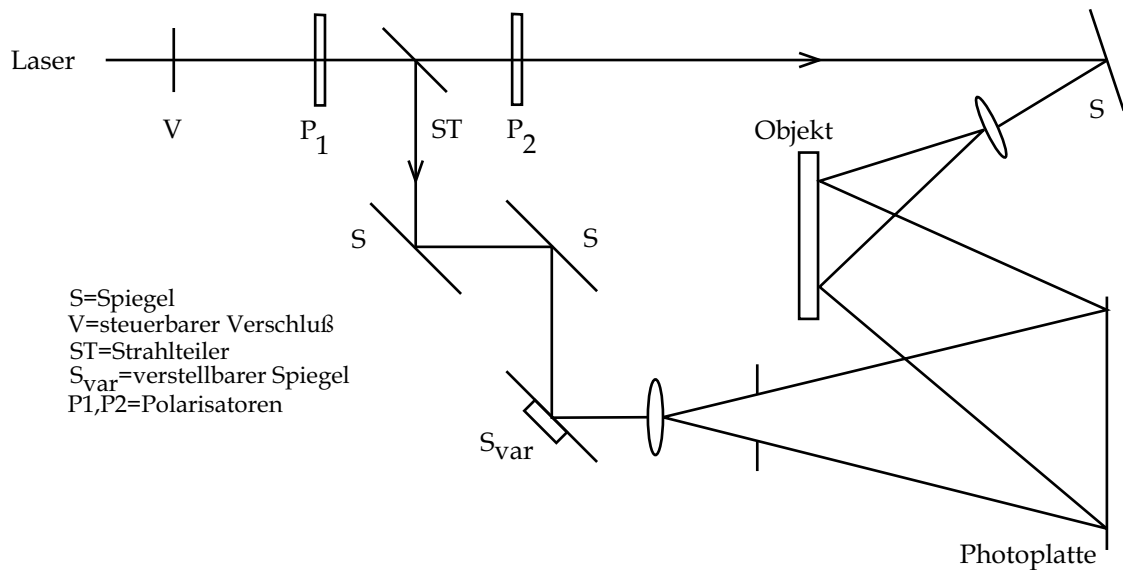
und für die Phase die gesuchte Relation

$$\delta = \arctan\left[\sqrt{3} \frac{I_3 - I_2}{2I_1 - I_2 - I_3}\right]. \quad (12)$$

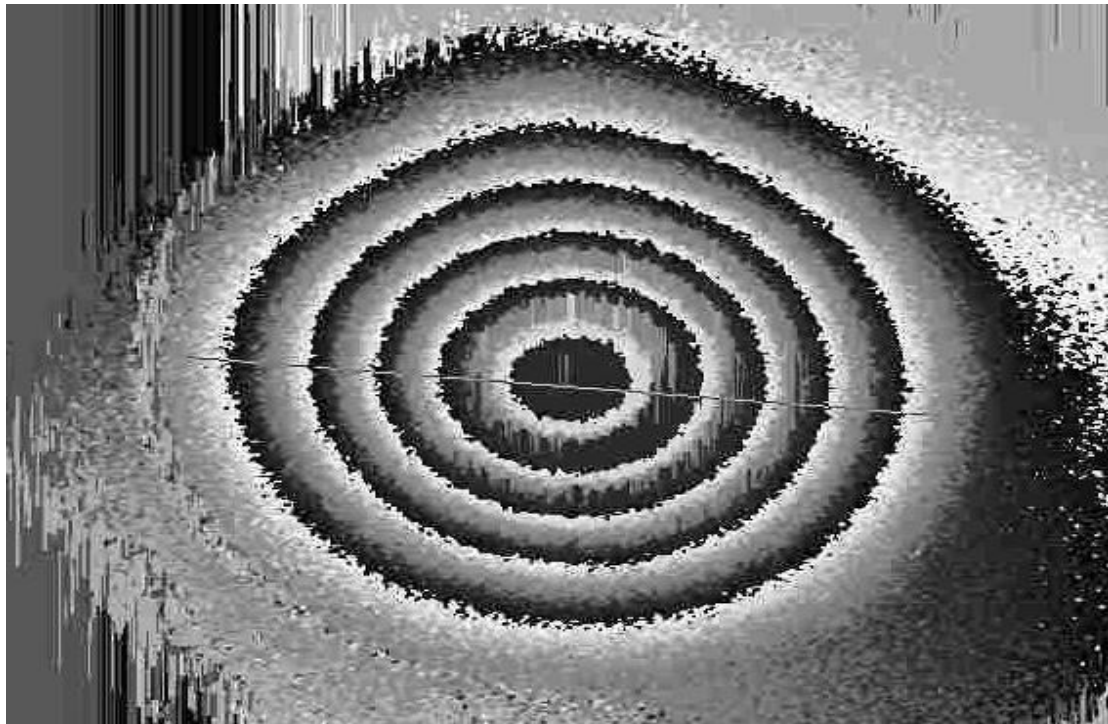
## A Anhang



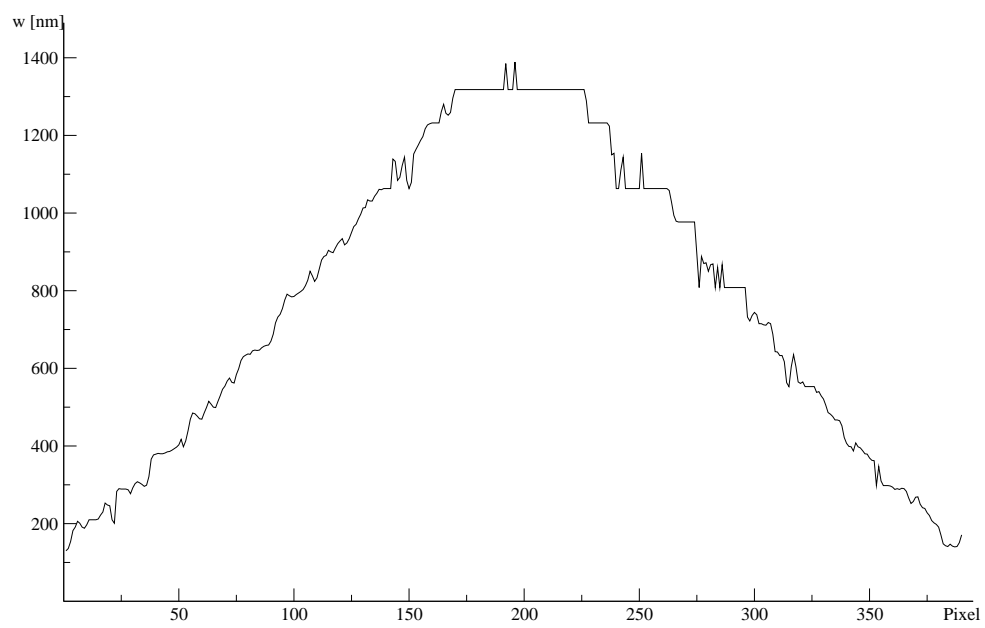
**Abb. 1:** Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers zur Bestimmung der Kohärenzlänge eines Lasers



**Abb. 2:** Versuchsaufbau zur Aufnahme eines Hologramms



**Abb. 3:** Darstellung der Phase, die sich nach Gl. 12 aus den Intensitätsverteilungen der drei Interferogramme ergibt



**Abb. 4:** Vom Computer berechnete Durchbiegung der Kreisplatte entlang der in Abb. 3 eingezeichneten Geraden