

PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE

Myon-Lebensdauer

Martin Mücke

Matthias Kreier

24. Januar 2003

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Auswertung	
2.1 Zeiteichung und Linearitätsmessung	4
2.2 Bestimmung der mittleren Lebensdauer freier Myonen	5
2.2.1 Graphische Methode	6
2.2.2 Mittelwert	7
2.2.3 χ^2 -Anpassungstest	7
2.2.4 Zusammenfassung	8
2.3 Bestimmung der Masse der W-Bosonen	9
2.4 Beantwortung der Fragen	9
A Meßprotokoll	

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die mittlere Lebensdauer freier Myonen der kosmischen Strahlung bestimmt werden sowie indirekt die Masse der W-Bosonen.

Die theoretischen Grundlagen (Standardmodell der Elementarteilchenphysik, Leptonenfamilien, etc.) sind unserer Ansicht nach in der Versuchsbeschreibung leicht verständlich und ausreichend dargelegt, so daß an dieser Stelle auf eine Wiederholung verzichtet werden kann.

Erwähnenswert ist vielleicht, daß von der Teilchenschauer ([1] Abbildung 3), die durch Wechselwirkung von kosmischen Teilchen mit der Atmosphäre entstehen, nur Myonen den Erdboden erreichen. Dies liegt in ihrer hinreichend langen Lebensdauer von $\sim 1 \mu\text{s}$ begründet. Gleichzeitig besitzen sie im Gegensatz zu Neutrinos noch eine ausreichend 'große' Wechselwirkungswahrscheinlichkeit. Daher nennt man sie gemäß [2], Seite 69 traditionell „the 'penetrating component' of cosmic rays“, sie sind auch noch in mehreren Tausend Metern Tiefe nachweisbar und liefern das dominante Signal.

Wir weisen kosmische Myonen mit 3 Szintillatoren nach, an die 3 Photomultiplier (PM) angeschlossen sind. Diese sind selbstverständlich lichtdicht verpackt, damit ist uns die exakte Lage der Plastikszintillatoren allerdings auch unbekannt. Das ist deshalb von Interesse, weil von uns ein bestimmter Energiebereich untersucht werden soll, zu diesem Zweck ist oberhalb der Meßanordnung ein Bleiabsorber (siehe [1] Abbildung 1) angebracht. Durch dieses ΔE von ca. 0,3 GeV (für Myonen) sollen Myonen mit einer Energie von ca. 0,6 GeV selektiert und von uns detektiert werden (siehe [1] Abbildung 4). Der Versuchsaufbau scheint nicht ausreichend gegen schräg einfallende Myonen abgeschirmt zu sein. Es ergibt sich zwar durch die Anordnung der 3 Szintillatoren bereits ein gewisses Zenithfenster, da nur gleichzeitige Ereignisse in allen 3 PM zur Auswertung gelangen. Allerdings hat die Intensitätsverteilung kosmischer Myonen gemäß [2] Abbildung 6.5 auf Seite 83 unter einem Winkel von 25° ein Maximum.

Während des Versuches kam die Frage nach der hauptsächlichen Quelle kosmischer Strahlung und im Speziellen der Myonen auf. Vornehmlich werden Myonen von relativistischen Protonen in der oberen Atmosphäre erzeugt. Diese Protonen machen 90% der kosmischen Strahlungspartikel aus. Wäre ihr Ursprung die Sonne, würde sich eine starke Tageszeitabhängigkeit unserer Meßdaten ergeben. Tatsächlich gibt es eine leichte solche Abhängigkeit, allerdings genau entgegengesetzt (allerdings nicht von uns gemessen, sondern nach [2] Kapitel 1.1). Der Sonnenwind enthält nur wenig hochenergetische Protonen und α -Teilchen, diese schirmen die hauptsächlich aus unserer Galaxis stammende kosmische Strahlung ab.

Zu den Quellen der kosmischen Strahlung gibt es allerdings immer noch einige Fragen, daher wird in [2] gesagt: „The answer to the question of the origin of cosmic rays is not yet fully known.“ Es ist zumindest klar, das fast alles von außerhalb unseres Sonnensystems stammt. Die energiereichsten kosmischen Strahlungen sind bedingt durch die Größe der Milchstraße offenbar sogar extragalaktischen Ursprungs.

2 Auswertung

Am 13. Januar 2003 haben wir um 17:30 Uhr damit begonnen, unsere Meßreihe aufzunehmen. Die Messung lief über Nacht weiter bis zum 14. Januar 2004 um 10:30 Uhr. In diesem Zeitraum von 17 Stunden haben wir 970 Ereignisse gemessen, die sich einem Myonenzerfall zuordnen lassen. Diese Daten werden im folgenden ausgewertet.

2.1 Zeiteichung und Linearitätsmessung

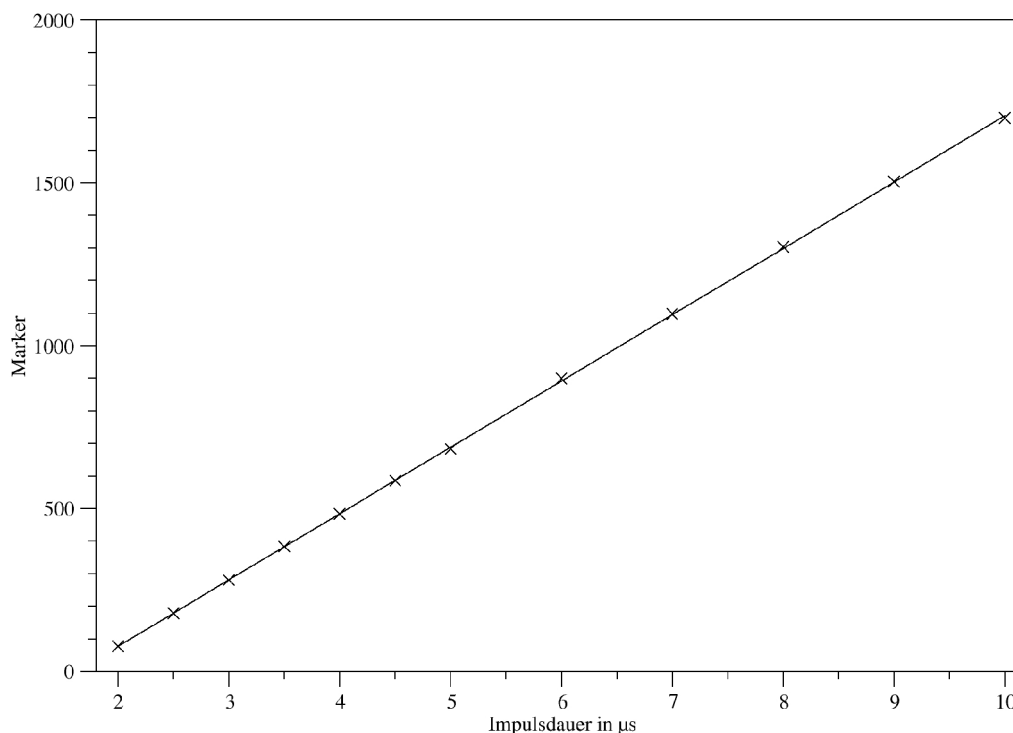
Zu Beginn haben wir uns mit der Anlage vertraut gemacht. Im Skript zum F-Praktikumsversuch I3 wird zur Funktionsweise der Photomultiplier (PM) auf Seite 7 gesagt, daß sie eine Rauschrate im kHz-Bereich besitzen. Diese „Rauschimpulse“ werden ebenso wie durch Photonen ausgelöste Impulse zunächst verstärkt und danach durch einen Diskriminator in NIM-konforme 50 ns Signale umgewandelt. Diese lassen sich dann einfach mit weiteren standardisierten Geräten weiterverarbeiten, wie zum Beispiel einer 3-fach Koinzidenz (in der Logik ein UND-Gatter) oder einem Zählbaustein. Mit letzterem haben wir die Zahl der durch das Eigenrauschen der PM erzeugte „Rauschimpulsrate“ auf 800 Ereignisse pro Sekunde bestimmen können. Im Vergleich zu 1 – 2 durch Myonen verursachten Impulsen ist dies eine überdimensional starke Einflußgröße. In die weitere Auswertung wird daher eine Betrachtung dieser Rauschimpulse mit einfließen.

Allgemein ist dieses Rauschen dadurch ausgeblendet, daß nur solche Ereignisse berücksichtigt werden, bei denen alle 3 PM gleichzeitig (im Zeitrahmen von 50 ns) ein Signal liefern. Die Wahrscheinlichkeit, daß zwei Rauschimpulse als zeitgleich ausgewertet werden, liegt für 2 PM über unseren Meßzeitraum von 17 Stunden bei 7 Ereignissen. Der Ausgang der ersten 3-fach Koinzidenz lieferte uns eine Ereignisrate von 1 – 2 Ereignissen pro Sekunde, die Wahrscheinlichkeit, daß diese „zufällig“ durch das Eigenrauschen der PM verursacht wurden, liegt also praktisch bei Null.

Bei der Messung des Myonenzerfalls wird der erste Eingang der 3-fach Koinzidenz jedoch durch einen 12 μ s Impuls gesteuert, es entsteht ein 12 μ s langes Zeitfenster für gleichzeitige Signale von PM2 und PM3. Dieses Fenster öffnet sich durchschnittlich 2 mal pro Sekunde. Hier ist auch schon der Grund erkennbar, warum zwei PM am unteren Szintillator angeschlossen sind. Würde nur ein PM die Ereignisse der Szintillatoren auswerten, so würde das Eigenrauschen des PM alle Messungen überlagern – in einer Minute fallen durchschnittlich 1,152 Rauschereignisse in die Zeitfenster, auf unsere Meßzeit von 17 Stunden hochgerechnet ergibt das 1175 Ereignisse – mehr als unsere tatsächlich gemessenen Ereignisse. Wie bereits erwähnt, ist die Wahrscheinlichkeit einer Gleichzeitigkeit von 2 Rauschereignissen in unserem Meßzeitraum bereits sehr gering, daß diese dann noch eines der Zeitfenster von 12 μ s fallen somit ebenfalls praktisch Null.

Die Eingangsimpedanz des Oszilloskops war bereits auf 50 Ω eingestellt. Für unsere Messung musste nun der Dualtimer konfiguriert werden. Wir haben daher die Vorlaufzeit Δt auf 200 ns eingestellt. Die Zeit des „Ereignisfensters“ für einen Zerfallsblitz im 2. Szintillator wurde auf 12 μ s erweitert, um die volle Bandbreite des time-to-amplitude Konverters (TAC) zu nutzen. Mit dem Oszilloskop haben wir die eingestellten Zeiten überprüft.

In unserer Meßdatei wurden allerdings nicht die Zeiten protokolliert, sondern die der Zeit proportionalen Markerzahlen der Digitalisierungskarte. Diese Markerzahlen bilden den Eingangsspannungsbereich auf 2048 Marker ab, in diesen Bereich fallen die Spannungswerte des TAC. Graphisch sieht dieser Zusammenhang wie folgt aus:



Daher muß eine Zuordnung gefunden werden zwischen der Pulsdauer und dem entsprechenden Markerwert. Wir haben unsere Meßwerte im Meßprotokoll aufgenommen, die lineare Regression liefert uns als Koeffizienten der Funktion $t[\mu\text{s}] = ax + b$ (mit $x = \text{Marker}$) die Werte:

$$a = (4,91 \pm 0,01) \cdot 10^{-3}$$

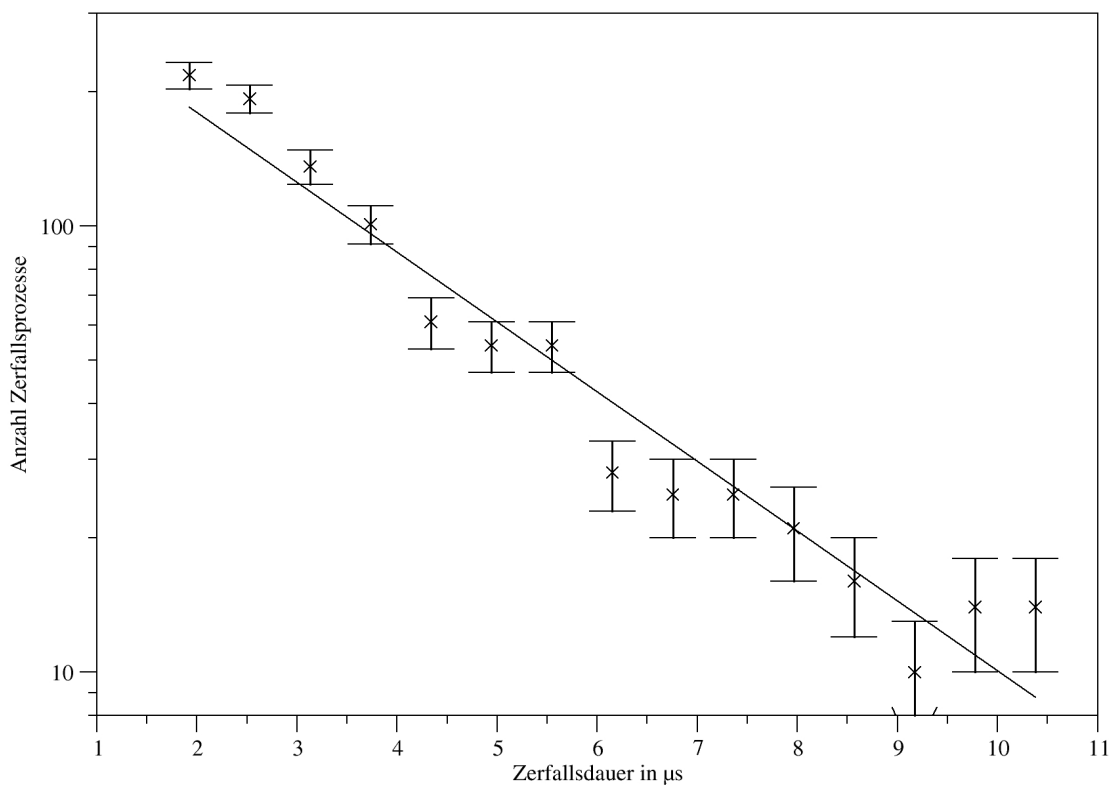
$$b = (1,62 \pm 0,01)$$

2.2 Bestimmung der mittleren Lebensdauer freier Myonen

Somit ist es uns nun möglich, den Markerwerten der Meßdatei entsprechende Zerfallszeiten zuzuordnen. Allerdings erhalten wir nach so kurzer Meßzeit für einzelne Markerwerte nur geringe Ereigniszahlen. Der Markerbereich, in dem wir unsere 970 Ereignisse gemessen haben, liegt zwischen 10 und 1833. Es ist daher notwendig, die Meßdaten in Klassen einzuteilen. Die Klassenanzahl ermitteln wir mit der Faustformel $\text{Klassenanzahl} = 5 \cdot \log(N)$. Demzufolge wurden die Daten in 15 Klassen eingeteilt:

Klassennummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Zahl der Ereignisse	218	193	136	101	61	54	54	28	25	25	21	16	10	14	14
Zeit in Klassenmitte in μs ($\pm 0,03 \mu\text{s}$)	1,92	2,53	3,13	3,74	4,34	4,94	5,55	6,15	6,76	7,39	7,96	8,57	9,17	9,78	10,38

In logarithmischer Darstellung sieht die Häufigkeitsverteilung der Zerfallsereignisse in Abhängigkeit von der Zerfallszeit wie folgt aus:



Wie bereits im Skript auf Seite 10 erwähnt, wird angenommen, daß die gemessenen Zerfallsrate als Funktion der Zeit durch eine Exponentialfunktion gegeben wird:

$$n(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

2.2.1 Graphische Methode

Im Graphen ist bereits ein Geradenausgleich für die Funktion $\ln n(t) = -at + b$ eingezeichnet, sie verläuft auch zu ca. 68% innerhalb der Fehlerbalken. In unserem Fall ist $a = \tau^{-1}$. Der Geradenausgleich liefert:

$$\begin{aligned} a &= -(0,36 \pm 0,02) \\ b &= (5,91 \pm 0,15) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die mittlere Lebensdauer freier Myonen zu:

$$\tau = (2,78 \pm 0,15) \mu\text{s}$$

Dieser Wert scheint etwas zu groß zu sein, besonders wenn wir ihn später mit den Literaturwerten vergleichen. Es wurde allerdings bereits ein zeitunabhängiger Untergrund angesprochen. Ein solcher deutet sich in unserer Messung bereits an, denn die letzten beiden Klassen liefern einen größeren Wert als die davor liegende Klasse, auch unterscheiden sich die letzten 4 Klassen kaum noch. Setzt man den zeitunabhängigen Untergrund mit 6 Ereignissen pro Klasse (für unseren Meßzeitraum von 17 Stunden, also 90 Ereignisse) an, so

erhält man eine mittlere Lebensdauer freier Myonen von $\tau = (2,32 \pm 0,15) \mu\text{s}$. Dieses Ergebnis deckt mit seinem Fehlerbereich den tatsächlichen Wert ab.

2.2.2 Mittelwert

Den Mittelwert unserer Verteilung sowie den entsprechenden Fehler haben wir nach folgenden Formeln bestimmt:

$$t = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{15} N_i t_i \quad \Delta t = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{N} \cdot \sum_i N_i t_i^2 \right) - t^2}$$

Damit erhalten wir $t = (3,86 \pm 0,07) \mu\text{s}$. Daraus gilt es nun, die mittlere Lebensdauer freier Myonen zu bestimmen. Dazu berechnen wir:

$$\langle t \rangle = \frac{\int_0^{\infty} N(t) \cdot t dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{\int_0^{\infty} N_0 \cdot t \cdot e^{-t/\tau} dt}{\int_0^{\infty} N_0 e^{-t/\tau} dt} = \frac{\left[-\tau^2 \cdot e^{-t/\tau} \cdot (t/\tau + 1) \right]_0^{\infty}}{\left[-\tau \cdot e^{-t/\tau} \right]_0^{\infty}} = \tau$$

Also liefert uns die Auswertung des Mittelwertes: $\tau = (3,86 \pm 0,07) \mu\text{s}$

Dieser scheinbar sehr genaue Wert liegt leider sehr weit vom Literaturwert entfernt. Wir haben daher noch die dritte Methode der Auswertung herangezogen.

2.2.3 χ^2 -Anpassungstest

Mit dem Programm Origin 4.1 haben wir einen χ^2 -Anpassungstest mit der Hypothese von Formel (1) durchgeführt. Folgende Ergebnisse wurden ermittelt:

$$\begin{aligned} N_0 &= 530 \pm 40 \\ \tau &= (2,27 \pm 0,12) \mu\text{s} \\ \chi^2 &= 85 \end{aligned}$$

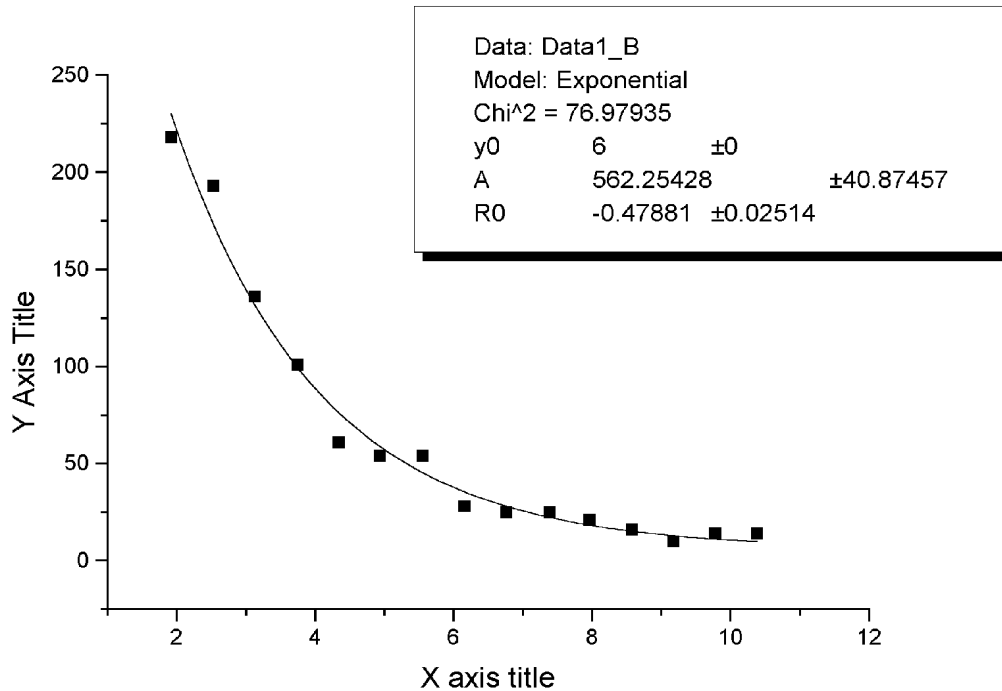
Darüber hinaus haben wir noch eine modifizierte Anpassung vorgenommen, und zwar unter Berücksichtigung des zeitunabhängigen Untergrundes in der folgenden Formel:

$$n(t) = n_0 + N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2}$$

Zum einen haben wir selbst die optimale Anpassung durch Variation des n_0 gesucht – der entsprechende χ^2 -Wert wird an dieser Stelle minimal. Wir haben ein $n_0=6$ herausgefunden und dann noch einmal Origin nach einer optimalen Anpassung suchen lassen. Origin konnte unsere Meßdaten mit $n_0=6.2$ optimal fiten, allerdings mit einem Fehler von 5. Um die Anpassung vergleichbar zu gestalten, haben wir $n_0=6.2$ festgesetzt und den Anpassungstest für die beiden anderen Koeffizienten durchgeführt:

$$\begin{aligned} N_0 &= 560 \pm 40 \\ \tau &= (2,09 \pm 0,11) \mu\text{s} \\ \chi^2 &= 77 \end{aligned}$$

Das Ergebnis bietet zwar noch immer keine befriedigende Anpassung (Wert von χ^2 noch recht groß), aber aufgrund unserer nicht sehr umfangreichen Meßdaten liegt die Ursache eher darin begründet. Zum einen haben wir hiermit eine Methode, den zeitunabhängigen Untergrund zu bestimmen gefunden und somit auch eine Vorstellung von seiner Größenordnung. Die Auswertung einer umfangreicheren Meßdatei sollte diese Hypothese dann stützen.



2.2.4 Zusammenfassung

Auswertungsmethode	τ [μ s]
Graphische Methode	(2,78±0,15)
Graphische Methode mit zeitunabhängigen Untergrund von 6 Ereignissen/bin	(2,32±0,15)
Mittelwert	(3,86±0,07)
χ^2 -Anpassungstest Formel (1)	(2,30±0,10)
χ^2 -Anpassungstest Formel (2)	(2,10±0,10)
Literaturwert	(2,19703±0,00004)

Für unsere weitere Rechnung bilden wir das gewichtete Mittel. Dabei können wir allerdings den Wert, der durch den Mittelwert bestimmt wurde, nicht berücksichtigen, da er signifikant von den anderen Ergebnissen abweicht. Das erste Ergebnis der graphischen Methode müssen wir ebenfalls verwerfen, da sein Fehlerbereich sich nicht mit den anderen drei überschneidet. Wir erhalten damit:

$$\tau = (2,23 \pm 0,06) \mu\text{s}$$

2.3 Bestimmung der Masse der geladenen Eichbosonen W

Nach dem Standardmodell ergibt sich mit Hilfe der Störungstheorie (umgestellte Formel (14) aus [1]) die folgende Zuordnung für die Masse der W-Bosonen:

$$m_w = \left(\frac{\tau \cdot \alpha^2 \cdot m_\mu^5}{0,85 \cdot 394 \cdot \pi \cdot \sin^4(\Theta_w)} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Hierbei sind:

$$\begin{aligned} \alpha &= (137,0)^{-1} \\ m_\mu &= 0,10566 \text{ GeV} \\ \tau &= (3,39 \pm 0,09) \cdot 10^{18} \text{ GeV}^{-1} \\ \sin^2 \Theta_w &= 0,2315 \pm 0,0004 \end{aligned}$$

Wie haben die mittlere Lebensdauer τ gemäß [1], Seite 12 in GeV^{-1} umgerechnet und entsprechend oben eingetragen, wir erhalten damit für die W-Bosonenmasse:

$$m_w = (80,6 \pm 0,6) \text{ GeV}$$

Der Referenzwert aus [3] liefert $m_w = (80,41 \pm 0,10) \text{ GeV}$, unser Meßwert stimmt also sehr gut damit überein. Den Fehler unseres Ergebnisses haben wir nach FFG bestimmt, der geringe relative Fehler ergibt sich u. a. durch die vierte Wurzel.

2.4 Beantwortung der Fragen

Im Skript zum Versuch sind noch offene Fragen im Text z. B. zum zeitunabhängigen Untergrund aufgetaucht. Dieser wurde bereits in unserem Protokoll behandelt. Ihn direkt zu messen dürfte sich als schwierig erweisen, wie wir gesehen haben liegt er eine Größenordnung unter unseren anderen Meßwerten, die regulären Zerfälle würde die Messung des Untergrundes also stören. Insofern ist es schwierig, ihn vorher zu bestimmen und zu subtrahieren. Mit dem Ansatz der Formel (2) und einer mathematischen Auswertung wie mit dem χ^2 -Anpassungstest läßt sich dieser Untergrund jedoch nachträglich herausfiltern.

Dann ist noch unbeantwortet, ob man den Kerneinfang berücksichtigen sollte und wenn ja wie. Eigentlich beantwortet [1] die Frage aber bereits auf Seite 5. Dort heißt es: „Die Einfanglebensdauer nimmt mit Z ab“. Danach ist für Kohlenstoff diese Lebensdauer mit $25,9 \mu\text{s}$ angegeben. Alle Atome mit kleinerem Z, wie die Elemente unserer Luft (die sich auch zwischen den Szintillatoren befindet), haben also eine größere Einfangzeit – und beeinflussen damit unseren Meßprozeß nicht mehr, da unser Zeitfenster nur $12 \mu\text{s}$ groß ist. Die Einfangdauer von Blei mit 78 ns hingegen liegt in der 'Austastlücke' von 200 ns , bevor sich unser 'Ereignisfenster' öffnet. In diesem Sinne sollte man den Kerneinfang also berücksichtigen, aber das ist bereits getan worden. Andere Elemente mit dazwischenliegenden Einfanglebensdauern befinden sich nur in vernachlässigbar geringen Konzentrationen im relevanten Bereich unserer Meßapparatur.

Die 'kosmischen Myonen' entstehen in einer Höhe von mehr als 10 km. Da sie ungefähr mit Lichtgeschwindigkeit fliegen, erwartet man eine mittlere Zerfallslänge von nur $c\tau \approx 600 \text{ m}$, sie dürften also gar nicht auf der Erde ankommen! Was ist an diesem Argument falsch?

Zum einen geht man beim Zerfall von Myonen von einem exponentiellen Zerfall aus, die

mittlere Lebensdauer entspricht also einer Halbwertszeit. Selbstverständlich gibt es auch Myonen, die nach weitaus längerer Zeit zerfallen, diese lassen sich dann natürlich auch später noch messen.

Viel wichtiger ist allerdings die Geschwindigkeit der Myonen mit $v \approx c$, eine relativistische Rechnung wird notwendig. Es kommt vom Erdsystem aus zur Zeitdilatation bzw. im Ruhesystem der Myonen zur Längenkontraktion (skaliert mit γ). Das führt dazu, daß auf Meereshöhe weit mehr Myonen gemessen werden, als im Verhältnis zur Strecke (verglichen z. B. mit einer Bergstation) ankommen 'dürften'. In physikalischer Literatur wird dies u. a. als anschaulicher Beweis für die Richtigkeit der Relativitätstheorie angeführt.

Beim Abbremsen der Myonen in Blei verlieren sie etwa 12 MeV. Wieviel „g“ (Erdbeschleunigung) entspricht dies?

$$1 \text{ s} = 1,52 \cdot 10^{27} \text{ MeV}^{-1}$$

$$1 \text{ m} = 5,08 \cdot 10^{18} \text{ MeV}^{-1}$$

$$\text{damit } g = 9,81 \text{ m/s}^2 = 2,157 \cdot 10^{-35} \text{ MeV}^{-1}$$

$$\text{Energieverlust durch Bremsung: } 12 \text{ MeV} = 5,56 \cdot 10^{35} \text{ g}$$

Wie funktioniert ein PM?

Photonen lösen aus der Photokathode per Photoeffekt Elektronen aus, diese werden durch Hochspannung beschleunigt und schlagen aus Dynoden (spezielle Elektroden) die auf höherem Potential liegen, mehrere Sekundärelektronen heraus. Durch kaskadenförmige Wiederholung dieses Prozesses kann an der letzten Anode ein Strompuls nachgewiesen werden. Daher auch Sekundärelektronenvervielfacher genannt.

Verstehen Sie die gemessene Ereignisrate (Zahl der 3-fach-Koinzidenzen pro Zeit) der Größenordnung nach?

Zwei zum Vergleich zur Verfügung stehende Angaben sind die Myonenintensität auf Meereshöhe aus [1] Seite 6 sowie Abbildung 4 auf der folgenden Seite. Mit dem Erfassungswinkel bzw. einer Detektorfläche von $\frac{1}{4} \text{ m}^2$ ergibt sich damit ein Raumwinkel von ca. 0,04 sr.

Aus welchen Elementen besteht ein Plastikszintillator? Wieso ist für den Kerneinfang insbesondere Kohlenstoff C zu berücksichtigen?

Ein Plastikszintillator besteht hauptsächlich aus Kohlenstoff und Wasserstoff sowie aus Sauerstoff. In kleineren Anteilen ist auch Stickstoff und Schwefel enthalten. Kohlenstoff ist für den Kerneinfang besonders zu berücksichtigen, weil die Einfanglebensdauer mit $25,9 \mu\text{s}$ groß gegen die Myonenlebensdauer ist – das Meßergebnis also nicht verfälscht und Kohlenstoff in organischem Material natürlich eine hohe Konzentration besitzt – also auf solche Effekte hin untersucht werden sollte.

Literatur

- [1] T. Hebbeker, *Versuchsanleitung I3: Myon-Lebensdauer*, Version 1.1, HU-Berlin, 11. 11. 1998
- [2] T.K.Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, Reprint 1992
- [3] *Particle Physics Booklet*, Springer, 1998