

VERSUCHSPROTOKOLL E1
WHEATSTONESCHE BRÜCKE

JOHANN FÖRSTER 519519
VERSUCHSPARTNER MEIKEL SOBANSKI

VERSUCHSORT: NEW14'217 MESSPLATZ 2
VERSUCHSDATUM: 02.12.2008
VERSUCHSBETREUER: VALENTINA SCHERER

HUMBOLDT UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	3
2.1) Bestimmung der Einzelwiderstände.....	3-4
2.2) Bestimmung der Gesamtwiderstände fünf möglicher Dreierkombinationen der Einzelwiderstände	4-5
2.3) Bestimmung des Gesamtwiderstandes an einem Widerstandswürfel über eine Kante, die Flächen- und die Raumdagonale und Ermittlung des an jeder Kante vorhandenen Einzelwiderstandes	6
3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung	7
4) Quellenangabe.....	7
Anhang: Messprotokoll	8-9

1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Ziel des Versuches war es, mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung drei Einzelwiderstände R_1, R_2, R_3 und die Gesamtwiderstände R_G fünf möglicher Dreierkombinationen aus diesen Widerständen sowie den Gesamtwiderstand eines Widerstandswürfels über Kante, Flächen- und Raumdiagonale, gemäß Quelle [1], Seite 1-4 zu bestimmen. Zusätzlich sollten die Ergebnisse für die Gesamtwiderstände R_G mit den theoretischen Vorhersagen mit Hilfe der Einzelwiderstände R_1, R_2, R_3 verglichen werden.

2.1) Bestimmung der Einzelwiderstände

Zur Bestimmung des Widerstandes R_x mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung nach der Formel $R_x = R_N \frac{x}{l-x}$ (Quelle [1], Seite 4, Gleichung 11) wurde die Position x gemessen, bei der nach Versuchsaufbau [1], Seite 3, Abb. 4 der Strom durch das Amperemeter verschwand. Dabei wurde zur Minimierung der Messunsicherheit gemäß [1], Seite 4 der Dekadenwiderstand R_N so eingestellt, dass diese Lage etwa auf der Hälfte des $l=1\text{m}$ langen Nickeldrahtes lag. Zur Längenmessung diente eine 1m lange Längenskala (1 Skalenteil = 1mm), die Unsicherheit der Längenmessungen u_x setzt sich also zusammen aus der Ablesegenauigkeit ΔA von einem halben Skalenteil, dem Teilungsfehler ΔL der Längenskala ([2], Seite 17, Büromaßstab) und (bei mehrfacher Messung) dem Vertrauensbereich des Mittelwertes \bar{s} .

$$\Rightarrow u_x = \sqrt{\Delta A^2 + \Delta L^2 + \bar{s}^2} = \sqrt{(0,5\text{mm})^2 + (0,2\text{mm} + 10^{-3} * x)^2 + \bar{s}^2}$$

Die Unsicherheit u_{R_N} der Dekadenwiderstände R_N beträgt nach Quelle [2], Seite 19 für eingeschaltete Widerstände $R_N \geq 10\Omega$ $u_{R_N} = 0,02\Omega + 0,0003 * R_N$.

Unter Vernachlässigung des Fehlers der Länge l des Nickeldrahtes ergibt sich nach [1], Seite 4 unten für die Unsicherheit des Widerstandes R_x

$$u_{R_x} = \left| \frac{u_{R_N} * x}{l-x} \right| + \left| \frac{u_x * l * R_N}{(l-x)^2} \right|.$$

Die Vernachlässigung des Fehlers von l ist damit zu begründen, dass l nicht direkt gemessen wurde, sondern am Versuchstisch

voreingestellt war und demnach die Unsicherheit u_l geringer ist als die

$$\text{Unsicherheit } u_x, \text{ außerdem liefert der entsprechende Term } \left| \frac{\partial R_x}{\partial l} u_l \right| = \left| \frac{u_l * x * R_N}{(l-x)^2} \right|$$

für $l=1\text{m}$, $x \approx 0,5\text{m}$ $\left| \frac{u_l * x * R_N}{(l-x)^2} \right| \approx |2 * u_l * R_N * m^{-1}|$, während der Term für die

Unsicherheit von x $\left| \frac{u_x * l * R_N}{(l-x)^2} \right| \approx |4 * u_x * R_N * m^{-1}|$ liefert, die Unsicherheit von l

wirkt sich also nur halb so stark auf die Unsicherheit von R_x aus wie die

Unsicherheit von x . Zur Einstellung der Dekadenwiderstände R_N dienten die theoretischen Werte für die Widerstände, die sich aus den entsprechenden

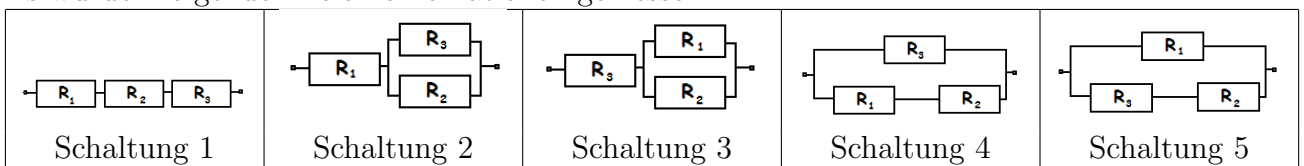
Farbcodes an den Widerständen ergaben. Die sich damit ergebenden Resultate sind auf der folgenden Seite tabellarisch dargestellt.

Widerstandsnummer (k)	1	2	3
Dekadenwiderstand R_{N_k} in Ω			
Wert R_{N_k}	100,00	47,00	12,00
Unsicherheit u_{R_n}	0,050	0,034	0,024
Positionen x in cm			
Messung Nr (i)	x_1	x_2	x_3
1	50,00	49,90	49,95
2	50,05	49,85	49,90
3	50,05	49,95	49,90
4	50,00	49,90	50,00
5	50,00	49,90	49,90
6	50,00	49,90	50,00
Mittelwert $\bar{x}_k = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{k,i}$	50,017	49,900	49,942
Standardabweichung $s_k = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{x}_k - x_{k,i})^2}$	0,026	0,032	0,049
Vertrauensbereich $\bar{s}_k = \sqrt{\frac{1}{6}} s_k$	0,011	0,013	0,020
Unsicherheit u_x	0,087	0,087	0,088
aus experimentellen Werten berechneter Widerstand R_{x_k} in Ω			
Wert R_{x_k}	100,07	46,81	11,97
Unsicherheit $u_{R_{x_k}}$	0,397	0,197	0,066
Ergebnis $R_{x_k} \pm u_{R_{x_k}}$	$100,1 \pm 0,4$	$46,8 \pm 0,2$	$11,97 \pm 0,07$
theoretischer Widerstand R_{x_k} in Ω (aus Farbcodes an Widerständen)			
Ergebnis $R_{x_k} \pm u_{R_{x_k}}$	100 ± 1	$47,00 \pm 0,47$	$12,00 \pm 0,12$

Alle experimentell ermittelten Werte stimmen innerhalb ihrer Unsicherheiten gut mit den sich aus den Farbcodes an den Widerständen ergebenden theoretischen Werten überein.

2.2) Bestimmung der Gesamtwiderstände fünf möglicher Dreierkombinationen der Einzelwiderstände

Die Messung der Widerstände der Dreierkombinationen erfolgte analog zu 2.1). Es wurden folgende Dreierkombinationen gemessen:



Die theoretischen Werte für die Gesamtwiderstände der Dreierkombinationen ergeben sich nach Quelle [1], Seite 2, Gleichungen 5 und 6 aus den Werten der Einzelwiderstände aus 2.1) zu:

$$R_{g,1} = R_1 + R_2 + R_3; R_{g,2} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}; R_{g,3} = R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}};$$

$$R_{g,4} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2}}; R_{g,5} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}}.$$

Die jeweiligen Unsicherheiten der theoretischen Werte ergeben sich nach dem

Fehlerfortpflanzungsgesetz zu $u_{R_g} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_g}{\partial R_1} u_{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_g}{\partial R_2} u_{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_g}{\partial R_3} u_{R_3}\right)^2}$.

Die sich damit ergebenden Resultate werden nun erneut tabellarisch dargestellt:

Schaltungsnummer (k)	1	2	3	4	5
Dekadenwiderstand R_{N_k} in Ω					
Wert R_{N_k}	159,00	109,56	43,97	11,09	37,11
Unsicherheit u_{R_n}	0,068	0,053	0,033	0,023	0,031
Positionen x in cm					
Messung Nr (i)	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅
1	50,05	50,00	49,95	50,10	50,00
2	50,00	49,95	50,00	50,10	50,00
3	50,00	50,00	50,00	50,10	50,00
4	50,05	50,00	49,95	50,10	50,00
5	50,00	50,05	50,00	50,05	50,00
6	50,00	49,95	50,00	50,10	50,00
Mittelwert $\bar{x}_k = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{k,i}$	50,017	49,992	49,983	50,092	50,000
Standardabweichung $s_k = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{x}_k - x_{k,i})^2}$	0,026	0,038	0,026	0,020	0,000
Vertrauensbereich $\bar{s}_k = \sqrt{\frac{1}{6}} s_k$	0,011	0,015	0,011	0,008	0,000
Unsicherheit u_x	0,087	0,087	0,087	0,087	0,086
aus experimentellen Werten berechneter Gesamtwiderstand $R_{g,k}$ in Ω					
Wert $R_{g,k}$	159,11	109,52	43,94	11,14	37,11
Unsicherheit $u_{R_{g,k}}$	0,619	0,436	0,185	0,062	0,159
Ergebnis $R_{g,k} \pm u_{R_{g,k}}$	159,1 \pm 0,6	109,5 \pm 0,4	43,9 \pm 0,2	11,14 \pm 0,06	37,1 \pm 0,2
theoretischer Gesamtwiderstand $R_{g,k}$ in Ω (aus experimentellen Ergebnissen aus 2.1)					
Wert $R_{g,k}$	158,85	109,60	43,86	11,07	37,03
Unsicherheit $u_{R_{g,k}}$	0,448	0,399	0,120	0,056	0,099
Ergebnis $R_{g,k} \pm u_{R_{g,k}}$	158,9 \pm 0,5	109,6 \pm 0,4	43,86 \pm 0,12	11,07 \pm 0,06	37,0 \pm 0,1

Alle ermittelten Gesamtwiderstände stimmen innerhalb ihrer Messunsicherheit mit den sich aus den experimentellen Ergebnissen aus 2.1) ergebenden Gesamtwiderständen überein.

2.3) Bestimmung des Gesamtwiderstandes an einem Widerstandswürfel über eine Kante, die Flächen- und die Raumdiagonale und Ermittlung des an jeder Kante vorhandenen Einzelwiderstandes

Die Widerstände am Widerstandswürfel werden wieder völlig analog zu 2.1) bestimmt und die experimentellen Ergebnisse tabellarisch dargestellt:

Bezeichnung, Nummer (k)	Raumdiagonale, 1	Flächendiagonale, 2	Würfelkante, 3
Dekadenwiderstand R_{N_k} in Ω			
Wert R_{N_k}	83,33	75,00	58,33
Unsicherheit u_{R_n}	0,045	0,043	0,038
Positionen x in cm			
Messung Nr (i)	x ₁	x ₂	x ₃
1	50,05	50,00	50,05
2	50,05	50,00	50,05
3	50,05	50,00	50,05
4	50,05	50,00	50,05
5	50,05	49,95	50,05
6	50,00	50,05	50,00
Mittelwert $\bar{x}_k = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_{k,i}$	50,042	50,000	50,042
Standardabweichung $s_k = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{x}_k - x_{k,i})^2}$	0,020	0,032	0,020
Vertrauensbereich $\bar{s}_k = \sqrt{\frac{1}{6}} s_k$	0,008	0,013	0,008
Unsicherheit u_x	0,086	0,087	0,086
aus experimentellen Werten berechneter Widerstand R_{w_k} in Ω			
Wert R_{w_k}	83,47	75,00	58,43
Unsicherheit $u_{R_{w_k}}$	0,334	0,303	0,240
Ergebnis $R_{w_k} \pm u_{R_{w_k}}$	83,5 \pm 0,4	75,0 \pm 0,3	58,4 \pm 0,3

Zwischen dem an jeder Kante vorhandenen Einzelwiderstand R und den Widerständen R_{w_1} , R_{w_2} und R_{w_3} gelten nach Quelle [1], Seite 2 die Beziehungen $R_{w_1} = \frac{5}{6}R$ (Gl. 9), $R_{w_2} = \frac{3}{4}R$ (Gl. 8) und $R_{w_3} = \frac{7}{12}R$ (Gl. 7).

$$\Rightarrow \text{Raumdiagonale: } R = \frac{6}{5}R_{w_1} \pm \frac{6}{5}u_{R_{w_1}} = (100, 17 \pm 0, 40)\Omega$$

$$\Rightarrow \text{Flächendiagonale: } R = \frac{4}{3}R_{w_2} \pm \frac{4}{3}u_{R_{w_2}} = (100, 00 \pm 0, 41)\Omega$$

$$\Rightarrow \text{Würfelkante: } R = \frac{12}{7}R_{w_3} \pm \frac{12}{7}u_{R_{w_3}} = (100, 17 \pm 0, 41)\Omega$$

Da die Unsicherheiten für alle drei Werte in etwa gleich sind kann aus diesen Werten das arithmetische Mittel gebildet.

$$\Rightarrow \text{Ergebnis: } \bar{R} = (100, 1 \pm 0, 4)\Omega$$

Dieser Wert stimmt innerhalb seiner Unsicherheit mit dem sich aus dem Farbcode am Würfel ergebenden Wert $R = (100 \pm 1)\Omega$ überein.

3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Die erzielten Resultate entsprechen den theoretischen Erwartungen, alle experimentell ermittelten Werte stimmen innerhalb ihrer Messunsicherheit mit den theoretisch erwarteten Werten überein und haben vergleichsweise geringe Unsicherheiten. Trotzdem haben nicht beachtete Messabweichungen das Ergebnis beeinflusst, zum Beispiel wurde die Ungenauigkeit der Gesamtlänge l des Nickeldrahtes sowie die Ungenauigkeit beim Abgleichen der Messbrücke mittels Amperemeter vernachlässigt, da sie als sehr gering angenommen werden. Auch die Innenwiderstände der Verbindungskabel und die Temperaturabhängigkeit der Widerstände wurde nicht berücksichtigt, da zum Abgleichen der Messbrücke jedoch immer nur kurz der Schalter betätigt wurde, dürften sich die Widerstände nicht allzu stark erwärmt haben.

4) Quellenangabe (Stand: 06.12.2008)

[1] Skript "Phys. Grundpraktikum: Elektrodynamik und Optik", 2005, online verfügbar unter [http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Elektrodynamik und Optik/PDF-Dateien/Elektrodynamik und Optik.pdf](http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Elektrodynamik%20und%20Optik/PDF-Dateien/Elektrodynamik%20und%20Optik.pdf)

[2] Skript "Phys. Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik", 2007, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Einfuehrung/PDF-Datei/Einfuehrung.pdf>