

VERSUCHSPROTOKOLL E4  
WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE

JOHANN FÖRSTER 519519  
VERSUCHSPARTNER MEIKEL SOBANSKI

VERSUCHSORT: NEW14'313 MESSPLATZ 3  
VERSUCHSDATUM: 16.12.2008  
VERSUCHSBETREUER: MARKUS MOSER

HUMBOLDT UNIVERSITÄT ZU BERLIN  
INSTITUT FÜR PHYSIK

# INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung .....	3
2.1) Überprüfung der Frequenzskale und der Ausgangsspannung, Abschätzung der Messunsicherheiten .....	3
2.2) Bestimmung der Kapazität C des Kondensators aus der Darstellung des Kondensatorstromes $I_C$ in Abhängigkeit der Frequenz $f$ .....	4
2.3) Bestimmung der Induktivität L und des ohmschen Widerstandes R der Spule aus der Darstellung des Quadrates des Scheinwiderstandes $R_S^2$ in Abhängigkeit des Quadrates der Frequenz $f^2$ .....	5-6
2.4) Resonanzverhalten des Reihenschwingkreises .....	6-8
2.5) Resonanzverhalten des Parallelschwingkreises .....	8-9
2.6) Berechnung der Resonanzfrequenz nach der Thomsonschen Formel und Vergleich der ermittelten Resonanzfrequenzen .....	9
3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung .....	10
4) Quellenangabe .....	10
Anhang: Messprotokoll .....	11-12

## 1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Ziel des Versuches war es, den kapazitiven Wechselstromwiderstand  $Z_C$  eines Kondensators sowie den induktiven Wechselstromwiderstand  $Z_L$  und den ohmschen Widerstand  $R$  einer Spule zu bestimmen sowie das Resonanzverhalten eines Reihen- und eines Parallelschwingkreises bestehend aus diesen Bauelementen zu untersuchen. Die physikalischen Grundlagen und die genaue Aufgabenstellung sind in Quelle [1], Seite 13-20 zu finden.

### 2.1) Überprüfung der Frequenzskale und der Ausgangsspannung, Abschätzung der Messunsicherheiten

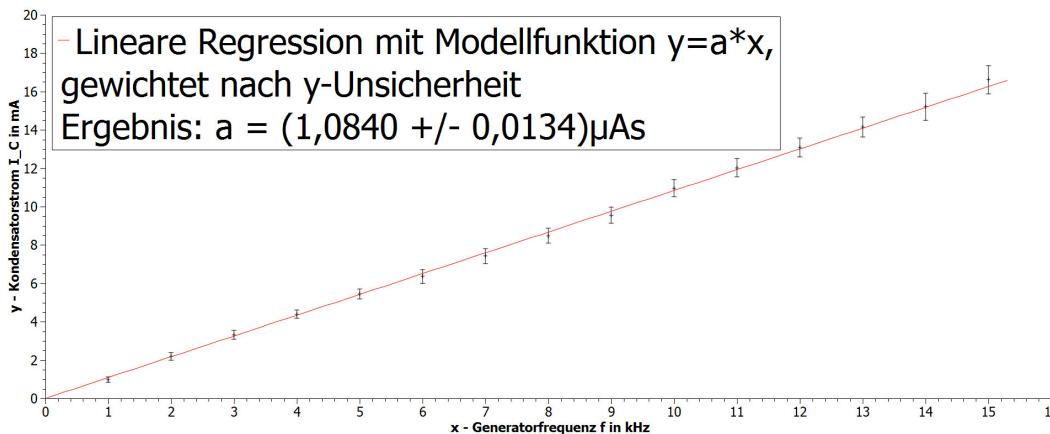
Zur Spannungsmessung mit dem Oszilloskop wurde bei der Stufe  $v$  in  $\frac{V}{cm}$  die Gesamthöhe  $h$  des Signals gemessen und daraus die Spannung („Spitze-Spitze“) nach  $U_{SS} = h * v = 2U_{max} = 2\sqrt{2}U_{eff}$  ([1], Seite 18, Gleichung 7) bestimmt. Die Unsicherheit der Höhenmessungen setzt sich zusammen aus der vom Betreuer angegebenen Unsicherheit des Oszilloskops von 3%, der Ablesegenauigkeit der Höhenmessungen und bei nicht zu vernachlässigender Signaldicke  $d$  wird zusätzlich eine Unsicherheit der halben Signaldicke angenommen (während des Versuches wurde zunächst die volle Signaldicke angenommen, die entsprechenden Werte im Messprotokoll werden halbiert). Mit einer Ablesegenauigkeit von 0,1cm und zweifachem Ablesen ergibt sich für die Unsicherheit  $u(h) = \sqrt{(0,03h)^2 + 2 * (0,1cm)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ . Die Effektivspannung  $U_{eff}$  ergibt sich dann zu  $U_{eff} = \frac{h*v}{2\sqrt{2}}$  und für die Unsicherheit folgt nach der Fehlerfortpflanzung  $u(U_{eff}) = \frac{v*u(h)}{2\sqrt{2}}$ . Die Überprüfung der tatsächlichen Ausgangsspannung bei Stufe  $v = \frac{1V}{cm}$  ergab folgendes:

Frequenz $f$ in kHz	Höhe $h \pm u(h)$ in cm	Spannung $U_{eff} \pm u(U_{eff})$ in V
1	5,2±0,21	1,84±0,07
0,2	5,2±0,21	1,84±0,07
2	5,2±0,21	1,84±0,07
0,1	5,1±0,21	1,80±0,07
0,01	5,1±0,21	1,80±0,07
10	5,2±0,21	1,84±0,07
15	5,2±0,21	1,84±0,07

Damit stimmen für alle ausgewählten Frequenzen alle Werte innerhalb ihrer Messunsicherheit mit der erwarteten Generatorspannung  $U_B = 1,80V$  überein. Auch die Überprüfung der Frequenzskale zeigte eine sehr gute Übereinstimmung zwischen eingestellter Frequenz und am Oszilloskop abgelesener Frequenz, die Unsicherheit der Frequenzen wird daher im Weiteren vernachlässigt.

## 2.2) Bestimmung der Kapazität C des Kondensators aus der Darstellung des Kondensatorstromes $I_C$ in Abhängigkeit der Frequenz f

Zur Bestimmung des Kondensatorstromes  $I_C$  in Abhängigkeit der Frequenz f nach der Schaltung [1], Seite 18, Abb. 4 wurde die Spannung  $U_{R_p}$  über einem Dekadenwiderstand von  $10\Omega$  gemessen und daraus der Strom  $I_C = \frac{U_{R_p}}{R_p}$  ([1], Seite 18, Gleichung 8) bestimmt. Die Unsicherheit des Dekadenwiderstandes ergibt sich nach Quelle [2], Seite 19 zu  $u(R_p) = 0,02\Omega + 0,001 * R_p = 0,03\Omega$  und für die Unsicherheit des Stromes gilt nach der Fehlerfortpflanzung  $u(I_C) = \sqrt{\left(\frac{\partial I_C}{\partial U_{R_p}} u(U_{R_p})\right)^2 + \left(\frac{\partial I_C}{\partial R_p} u(R_p)\right)^2}$ , wobei sich die Unsicherheit der Spannung  $U_{R_p}$  aus der Unsicherheit der gemessenen Höhe h wie in Abschnitt 2.1) ergibt. Damit ergibt sich für die Abhängigkeit des Kondensatorstromes  $I_C$  von der Frequenz f mit QtiPlot folgende Darstellung:



Abhängigkeit des Kondensatorstromes  $I_C$  von der Generatorfrequenz f

Zwischen dem Kondensatorstrom  $I_C$  und der Frequenz f gilt nach Quelle [1], Seite 18, Gleichung 9 der Zusammenhang  $I_C = 2\pi C U_G f$ , womit sich der Anstieg a der Regressionsgeraden identifizieren lässt mit  $2\pi C U_G$ .

Für diesen Versuchsteil wurde  $U_G$  gemessen zu  $U_G = (1,84 \pm 0,07)V$ , wodurch für die Kapazität C des Kondensators folgt  $C = \frac{a}{2\pi U_G} = 93,84nF$ .

Für die Unsicherheit der Kapazität folgt nach der Fehlerfortpflanzung

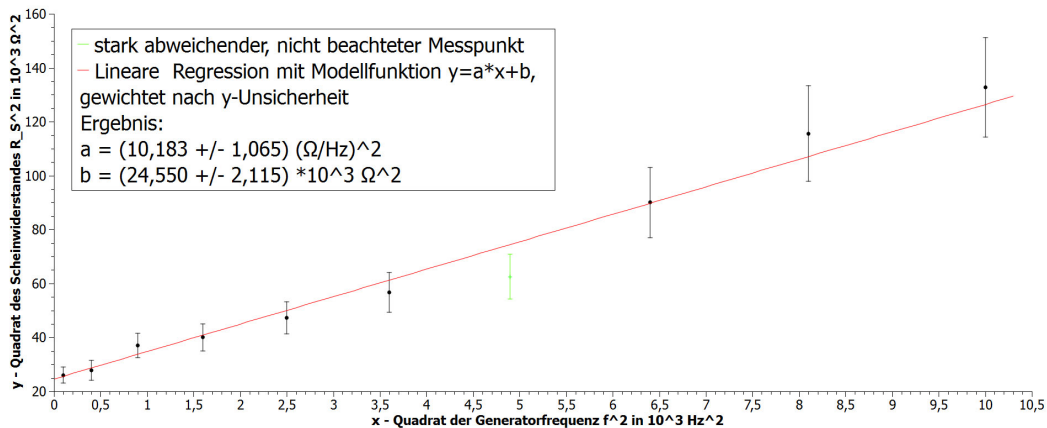
$$u(C) = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial a} u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial U_G} u(U_G)\right)^2} = 3,97nF.$$

$$\Rightarrow \text{Ergebnis: } C = (94 \pm 4)nF$$

### 2.3) Bestimmung der Induktivität L und des ohmschen Widerstandes R der Spule aus der Darstellung des Quadrates des Scheinwiderstandes $R_S^2$ in Abhängigkeit des Quadrates der Frequenz $f^2$

Der Spulenstrom  $I_L$  wurde völlig analog zum Kondensatorstrom  $I_C$  in Abschnitt 2.1) bestimmt, wobei bei der Schaltung aus 2.1) der Kondensator durch die Spule ersetzt wurde. Zwischen dem Scheinwiderstand  $R_S$  und dem Spulenstrom  $I_L$  gilt nach Quelle [1], Seite 19, Gleichung 10 der Zusammenhang  $R_S = \frac{U_G}{I_L}$  und für die Unsicherheit folgt nach der Fehlerfortpflanzung

$u(R_S) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_S}{\partial U_G} u(U_G)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_S}{\partial I_L} u(I_L)\right)^2}$ . Für die Unsicherheit des Quadrates des Scheinwiderstandes folgt  $u(R_S^2) = 2R_S * u(R_S)$ . Zur Bestimmung des ohmschen Widerstandes R der Spule wurde das Quadrat des Scheinwiderstandes  $R_S^2$  in Abhängigkeit des Quadrates der Frequenz  $f^2$  im Bereich von  $f = \sqrt{f^2}$  zwischen 10 bis 100 Hz dargestellt:



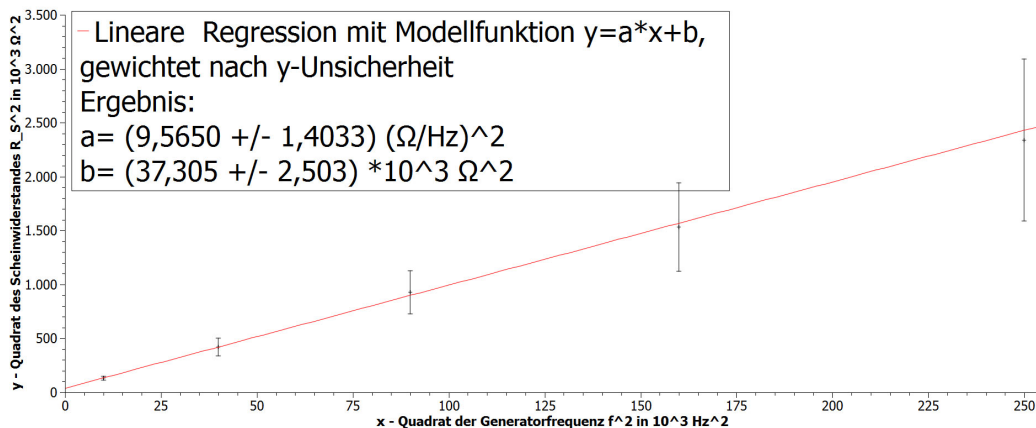
Abhängigkeit des Quadrates des Scheinwiderstandes  $R_S^2$  vom Quadrat der Generatorfrequenz  $f^2$

Nach Quelle [1], Seite 19, Gleichung 10 kann der Schnittpunkt b mit der y-Achse mit dem Quadrat des ohmschen Widerstandes  $R^2$  identifiziert werden, wodurch für den ohmschen Widerstand R folgt:

$$R = \sqrt{b} = 156,684\Omega \text{ mit } u(R) = \frac{u(b)}{2\sqrt{b}} = 6,750\Omega.$$

$$\Rightarrow \text{Ergebnis: } R = (157 \pm 7)\Omega$$

Zur Bestimmung der Induktivität  $L$  der Spule wurde wieder das Quadrat des Scheinwiderstandes  $R_S^2$  in Abhängigkeit der Frequenz  $f^2$  dargestellt, allerdings im Bereich von  $f = \sqrt{f^2}$  zwischen 100 und 500 Hz:



Abhängigkeit des Quadrates des Scheinwiderstandes  $R_S^2$  vom Quadrat der Generatorfrequenz  $f^2$

Nach Quelle [1], Seite 19, Gleichung 10 lässt sich der Anstieg  $a$  der Regressionsgeraden identifizieren mit  $4\pi^2 L^2$ , womit für die Induktivität  $L$  der Spule folgt:  $L = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} = 0,492H$ . Die Unsicherheit ergibt sich nach der Fehlerfortpflanzung zu  $u(L) = \frac{u(a)}{4\pi\sqrt{a}} = 0,036H$ .

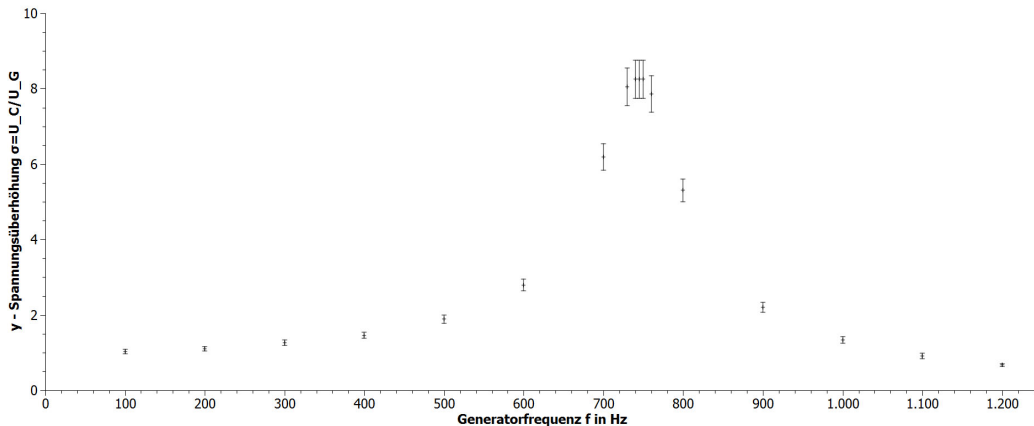
⇒ Ergebnis:  $L = (0,49 \pm 0,04)H$

## 2.4) Resonanzverhalten des Reihenschwingkreises

Zur Untersuchung des Resonanzverhaltens des Reihenschwingkreises wurde nach Schaltung Quelle [1], Seite 19, Abb. 5 zunächst das Verhältnis der am Kondensator anliegenden Spannung zur Generatorspannung  $\rho = \frac{U_C}{U_G}$  (Spannungsüberhöhung) untersucht, wobei die Generatorspannung als  $U_G = (1,80 \pm 0,07)V$  angenommen wurde. Die Unsicherheit der am Kondensator anliegenden Spannung  $U_C$  ergibt sich wieder wie in Abschnitt 2.1) beschrieben aus der Unsicherheit der Höhenmessung und die Unsicherheit der Spannungsüberhöhung ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial U_C} u(U_C)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial U_G} u(U_G)\right)^2}.$$

Mit QtiPlot erhält man nun für die Abhängigkeit der Spannungsüberhöhung  $\rho$  von der Frequenz  $f$  folgende Darstellung:



Abhängigkeit der Spannungsüberhöhung  $\rho = \frac{U_C}{U_G}$  von der Generatorfrequenz  $f$

Das Maximum der Spannungsüberhöhung liegt zwischen 740 und 750 Hz, als Resonanzfrequenz  $f_{res}$  wird der Mittelwert der beiden Werte angenommen und als Unsicherheit der Betrag der Differenz beider Werte zum Mittelwert plus die halbe Schrittweite zu den nächsten Messwerten (730Hz;760Hz) angenommen.

⇒ Ergebnis:  $f_{res} = (745 \pm 10) Hz$

Der Maximalwert der Spannungsüberhöhung, der bei der Resonanzfrequenz angenommen wird, beträgt  $\rho = (8,25 \pm 0,50)$ .

Nach Quelle [1], Seite 16, Gleichung 4 besteht zwischen der

Spannungsüberhöhung bei der Resonanzfrequenz und dem ohmschen

Widerstand  $R$  der Spule der Zusammenhang  $\rho = \frac{\omega_{res}L}{R}$  mit  $\omega_{res} = 2\pi f_{res}$ . Mit den Werten aus 2.3) lässt sich nun der Widerstand  $R$  bestimmen zu:

$$R = \frac{2\pi f_{res}L}{\rho} = 279\Omega, \quad u(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial f_{res}}u(f_{res})\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial L}u(L)\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \rho}u(\rho)\right)^2} = 27\Omega.$$

⇒ Ergebnis:  $R = (279 \pm 27)\Omega$

Dieser Wert liegt deutlich über dem in 2.3) ermittelten Wert  $R_{2,3) = (157 \pm 7)\Omega$ ,

was damit zu erklären ist, das der ohmsche Widerstand in 2.3) bei deutlich niedrigeren Frequenzen ermittelt wurde. In der Spule kommt es zu

Hystereseverlusten, wobei die Hystereseschleife bei höheren Frequenzen schneller durchlaufen wird und dadurch mehr Hystereseverluste auftreten, die zu einem höheren Widerstand führen.

Bei der Resonanzfrequenz  $f_{res} = 745 Hz$  wurde außerdem der zeitliche Unterschied zwischen Spannung am Kondensator und Spannung über dem Dekadenwiderstand (welche proportional zum Stromfluss ist) bestimmt zu  $\Delta t = (6,80 \pm 0,25)cm * \frac{50\mu s}{cm} = (340 \pm 12)\mu s$ , wobei die Unsicherheit der Längenmessung analog zur Unsicherheit der Höhenmessung wie in 2.1) beschrieben bestimmt wurde.

Der Phasenunterschied  $\Delta\varphi$  bestimmt sich zu  $\Delta\varphi = 2\pi * f_{res} * \Delta t = 1,59$  mit der Unsicherheit  $u(\Delta\varphi) = 2\pi * f_{res} * u(\Delta t) = 0,06$

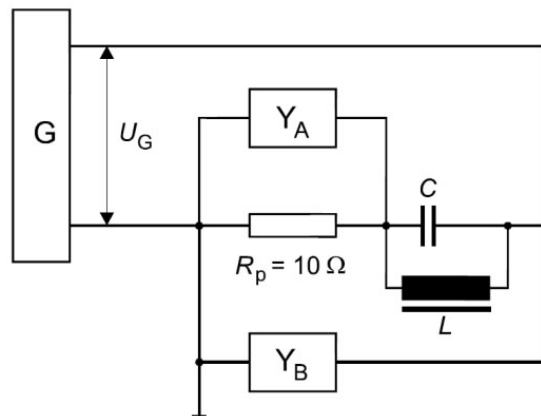
$\Rightarrow$  Ergebnis:  $\Delta\varphi = (1,59 \pm 0,06)$

Dieser Wert stimmt innerhalb seiner Unsicherheit mit dem erwarteten Wert  $\Delta\varphi_{erw.} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$  überein.

Neben der Abhängigkeit der Spannung am Kondensator von der Generatorfrequenz wurde auch die Abhängigkeit der Spannung am Dekadenwiderstand in Abhängigkeit der Generatorfrequenz gemessen, womit der Strom durch den Schwingkreis in Abhängigkeit der Frequenz bestimmt werden kann. Die Darstellung des Stromes  $I_{Reihe}$  beim Reihenschwingkreis in Abhängigkeit der Frequenz  $f$  wird zu der Darstellung des Stromes  $I_{Parallel}$  beim Parallelschwingkreis im folgenden Abschnitt hinzugefügt.

## 2.5) Resonanzverhalten des Parallelschwingkreises

Zur Untersuchung des Resonanzverhaltens am Parallelschwingkreis wurde folgende Schaltung verwendet:

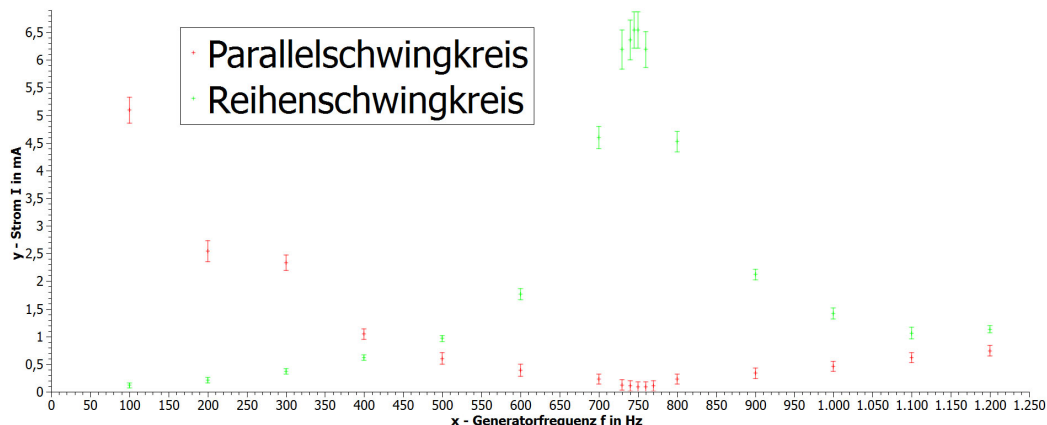


Schaltbild Parallelschwingkreis

Mit Hilfe der Spannung am Dekadenwiderstand  $R_P$  konnte der Strom durch den Parallelschwingkreis  $I_{parallel}$  völlig analog zum Kondensatorstrom in 2.2) bestimmt werden.



Für die Abhängigkeit des Stromes I durch Parallel- bzw. Reihenschwingkreis erhält man mit QtiPlot folgende Darstellung:



Abhängigkeit der Stromstärke I von der Generatorfrequenz f

Die Frequenz des Stromstärkeminimums beim Parallelschwingkreis liegt im Bereich zwischen 750 und 760 Hz, die Unsicherheit wird so abgeschätzt, dass die benachbarten Frequenzen 770 Hz und 740 Hz noch mit eingeschlossen werden, da die Unsicherheiten vergleichsweise hoch sind und aufgrund der Messgenauigkeit dort immernoch das Minimum liegen könnte.

$$\Rightarrow \text{Ergebnis: } f_{res} = (755 \pm 15) \text{ Hz}$$

## 2.6) Berechnung der Resonanzfrequenz nach der Thomsonschen Formel und Vergleich der ermittelten Resonanzfrequenzen

Nach der Thomsonschen Formel ([1], Seite 16, Gleichung 3) kann die Resonanzfrequenz aus der Kapazität C des Kondensators aus 2.2) und der Induktivität der Spule aus 2.3) bestimmt werden zu  $\omega_{res} = 2\pi f_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  bzw.

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 741 \text{ Hz mit der Unsicherheit}$$

$$u(f_{res}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_{res}}{\partial L} u(L)\right)^2 + \left(\frac{\partial f_{res}}{\partial C} u(C)\right)^2} = 31 \text{ Hz.}$$

$$\Rightarrow \text{Ergebnis: } f_{res, Thomson} = (741 \pm 31) \text{ Hz}$$

Methode	Resonanzfrequenz $f_{res}$ in Hz
Thomson	$741 \pm 31$
Reihenschwingkreis	$745 \pm 10$
Parallelschwingkreis	$755 \pm 15$

Alle ermittelten Resonanzfrequenzen stimmen innerhalb ihrer Messunsicherheiten überein.

### 3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Alle erzielten Resultate erfüllen die theoretischen Erwartungen, die Resonanzfrequenzen aller Methoden stimmen innerhalb ihrer Messunsicherheiten überein und der Phasenunterschied von  $\frac{\pi}{2}$  bei der Resonanzfrequenz konnte in 2.4) innerhalb der Messunsicherheit nachgewiesen werden, bis auf den nicht beachteten Messpunkt in 2.3) sind also grobe Messfehler unwahrscheinlich. Die unterschiedlichen Werte für den ohmschen Widerstand  $R$  der Spule aus Abschnitt 2.3) und 2.4) wurden bereits in Abschnitt 2.4) diskutiert. Dennoch haben nicht beachtete Messabweichungen das Ergebnis beeinflusst, zum Beispiel wurden die Innenwiderstände der Kabel und des Oszilloskops sowie mögliche Störfelder vernachlässigt. Auch die Unsicherheiten der Generatorfrequenzen wurden vernachlässigt, da sie als klein gegenüber den Unsicherheiten der Spannungsmessungen angenommen wurden. Weiterhin wurde bei den Strommessungen die am System dahinter anliegende Spannung aufgrund des Dekadenwiderstandes verfälscht, der Widerstand  $R_P = 10\Omega$  soll allerdings in guter Näherung gegenüber dem Widerstand von Spule und Kondensator vernachlässigbar sein ([1], Seite 18, Innenwiderstand der Spule bei niedrigen Frequenzen  $R \approx 157\Omega$  könnte man auf  $R \approx 147\Omega$  korrigieren, da Strom und Spannung bezüglich der Reihenschaltung von  $R_P$  und  $R$  bestimmt wurden; Scheinwiderstand des Kondensators mit in 2.2) bestimmter Kapazität bei 15kHz:  $Z_C \approx 113\Omega \Rightarrow$  leichte Verfälschung, aber andere Unsicherheiten auch maximal [ $\Rightarrow$  Messwert geht bei Geradenausgleich am Schwächsten ein], Verfälschung bei niedrigeren Frequenzen kleiner). Außerdem wurde auch die Temperaturabhängigkeit aller beteiligten ohmschen Widerstände (Dekadenwiderstand, Innenwiderstände) vernachlässigt, mit zunehmender Dauer der Messung haben sich diese Widerstände stets weiter erwärmt und damit erhöht.

### 4) Quellenangabe (Stand: 22.12.2008)

[1] Skript "Phys. Grundpraktikum: Elektrodynamik und Optik", 2005, online verfügbar unter [http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Elektrodynamik und Optik/PDF-Dateien/Elektrodynamik und Optik.pdf](http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Elektrodynamik%20und%20Optik/PDF-Dateien/Elektrodynamik%20und%20Optik.pdf)

[2] Skript "Phys. Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik", 2007, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Einfuehrung/PDF-Datei/Einfuehrung.pdf>