



**PHYSIKALISCHES  
GRUNDPRAKTIKUM II**

Versuchsprotokoll

P6 : E4 – Wechselstromwiderstände

Versuchsort: Raum 313 - 1

Versuchsbetreuer: Moser, Markus

Name:

Drobniewski, Kai;

Matr.Nr.:

Versuchspartner:

Kirsten, Stephan;

Matr.Nr.:

10. November 2009

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Abstrakt.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Versuchsaufbau und -durchführung .....</b>	<b>1</b>
<b>3. Messergebnisse und Auswertung .....</b>	<b>3</b>
<b>3.1</b> Frequenz- und Spannungsmessung .....	3
<b>3.2</b> Bestimmung der Kapazität des Kondensators.....	4
<b>3.3</b> Bestimmung der Induktivität der Spule.....	5
<b>3.4</b> Resonanzverhalten im Reihen- und Parallelschwingkreis .....	6
<b>3.5</b> Überprüfung der Resonanzfrequenz .....	9
<b>4. Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung .....</b>	<b>10</b>
<b>4.1</b> Auswertung der Ergebnisse .....	10
<b>5. Anhang .....</b>	<b>12</b>
<b>5.1</b> Messdatenprotokoll .....	12

## 1. ABSTRAKT

---

In dem Versuch soll das Resonanzverhalten im Reihen- und Parallelschwingkreis untersucht werden. Dazu erfolgt eine Bestimmung der Kapazität des Kondensators und der Induktivität der Spule.

Dies zeigt wesentliche Merkmale des Wechselstromkreises im Gegensatz zum Gleichstromkreis auf.

## 2. VERSUCHSAUFBAU UND -DURCHFÜHRUNG

---

Am Anfang des Versuchs wurde mithilfe eines Zweikanal-Oszilloskops die Frequenz und Ausgangsspannung eines Generators gemessen. Dabei ergeben sich die Spannung aus der Höhe der Amplitude und die Frequenz aus der Breite einer Periode.

Danach wurde ein Kondensator im Schaltkreis in Reihe mit einem Präzisionswiderstand ( $R_p = (10 \pm 0,03)\Omega$ ) geschaltet und der Spannungsabfall über diesem Widerstand in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen.

Daraus berechnet sich der Kondensatorstrom  $I_C$ , woraus wir die Kapazität  $C$  des Kondensators bestimmen können.

Nach dieser Messung wurde der Kondensator durch eine Spule ersetzt und eine analoge Messung durchgeführt, durch die wir die Induktivität  $L$  und den ohmschen Widerstand  $R_L$  der Spule bestimmen können.

Zum Schluss untersuchten wir das Resonanzverhalten. Dabei sind der Strom und die Spannung in Phase. Für die Bestimmung der Resonanzfrequenz wurde das Signal der Spannung im Stromkreis an den x-Kanal und das Signal des Spannungsabfalls über  $R_p$  an den y-Kanal gelegt.

Dadurch entsteht als Darstellung eine Lissajous-Figur, die bei der Resonanzfrequenz mit der Phasenverschiebung  $\varphi = 0^\circ$  eine Gerade ergibt.

Dies erfolgte für den Reihenschwingkreis, bei dem der Kondensator, die Spule und der Präzisionswiderstand in Reihe geschaltet sind, und für den Parallelschwingkreis, bei dem der Präzisionswiderstand in Reihe mit den parallel geschalteten Elementen (Spule und Kondensator) geschaltet wird.

Anhand der Messung der Generatorspannung, der Spannung über der Spule und der Spannung über dem Kondensator mit einem digitalen Voltmeter (RMS Messung) kann man dann die Spannungsüberhöhung  $\rho$  berechnen und daraus den ohmschen Widerstand der Spule  $R_{L,\rho}$ .

Außerdem kann man anhand der Messung des Spannungsabfalls über  $R_p$  den Strom in Abhängigkeit von der Frequenz darstellen, wodurch man das Strommaximum und Stromminimum gut erkennen kann.

Für detailliertere Informationen betrachte man das Script.

Benutzte Messmittel, bzw. angegebene Unsicherheiten:

MESSGRÖßE/MESSINSTRUMENT	MESSUNSICHERHEIT
Oszilloskop	5% vom MW + 0,1 cm
digitaler Voltmeter	1 Digit
Präzisionswiderstand	0,02Ω + 0,001·R
Frequenz	ca. 1 Digit (je nach Schwankungen)

Berechnungen erfolgten mit „Microsoft Excel“ und unter Verwendung von „QtiPlot“.

Folgende Formeln aus dem Script wurden verwendet:

$$I = \frac{U}{R_p} \quad (1)$$

$I$  – Stromstärke

$U$  – Spannungsabfall

$R_p$  – Pázisionswiderstand

$$I_C = 2\pi \cdot C \cdot U_G \cdot f \quad (2)$$

$I_C$  – Kondensatorstrom

$C$  – Kapazität

$U_G$  – Generatorspannung

$f$  – Frequenz

$$R_S = \frac{U_G}{I_L} \quad (3)$$

$R_S$  – Scheinwiderstand Spule

$I_L$  – Spulenstrom

$$R_S^2 = R_L^2 + 4\pi^2 \cdot L^2 \cdot f^2 \quad (4)$$

$R_L$  – ohmscher Widerstand Spule

$L$  – Induktivität

$$\tan \varphi = \frac{\omega \cdot L - \omega^{-1} \cdot C^{-1}}{R} \quad (5)$$

$\varphi$  – Phasenverschiebung

$\omega$  – Winkelgeschwindigkeit

$R$  – ohmscher Widerstand

$$\rho = \frac{U_{res}}{U_G} = \frac{\omega \cdot L}{R} = \frac{2\pi \cdot f_r \cdot L}{R} \quad (6)$$

$\rho$  – Spannungsüberhöhung

$U_{res}$  – Spannung im Resonanzfall

$f_r$  – Resonanzfrequenz

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad (7)$$

$T$  – Periodendauer

### 3. MESSERGEBNISSE UND AUSWERTUNG

---

#### 3.1 Frequenz- und Spannungsmessung

Zur Bestimmung der Frequenz und der Generatorspannung muss zuerst die abgelesenen Höhen, bzw. Breiten, umgewandelt werden. Es gilt:  $U_{SS} = h \cdot V_j$  und  $T = s \cdot T_j$  mit der gemessenen Höhe  $h$  in cm, des Umrechnungsfaktors  $V_j$  in V/cm, der Breite zwischen zwei Maxima  $s$  und dem Umrechnungsfaktor  $T_j$  in s/cm.

Die berechnete Frequenz  $f_b$  ergibt sich dann aus der reziproken Periodendauer, während sich die Generatorspannung folgendermaßen berechnet:

$$U_G = U_{eff} = \frac{U_{SS}}{2\sqrt{2}}$$

Die Unsicherheiten ergeben sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen.

**Ergebnisse der Frequenz- und Spannungsmessung**

f in Hz	$u_f$ in Hz	$f_b$ in Hz	$u_{f_b}$ in Hz	$U_{eff}$ in V	$u_{U_{eff}}$ in V
15	0,001	15,38	1,95	7,0711	1,06
50,7	0,06	50,00	5,00	7,0711	1,06
502,32	0,03	512,82	38,79	7,7782	0,57
4962,8	0,2	5128,21	387,90	7,7782	0,57
15081	1,0	15151,52	1216,71	7,7782	0,57

Man kann erkennen, dass die am Generator abgelesenen Werte im Intervall der berechneten Werte für die Frequenz liegen, wir aber bei den abgelesenen Werten eine weitaus geringere Unsicherheit erhalten. Daher werden diese Werte für die weiteren Berechnungen verwendet.

Zur Bestimmung der Generatorspannung bilden wir das gewichtete Mittel der berechneten effektiven Spannungen, indem wir für den Wert der Generatorspannung die Summe der Produkte aus den einzelnen Werten mit den ihnen zugeordneten Gewichtungen durch die Summe der Gewichtungen teilen und für die Unsicherheit die Wurzel aus der Summe der quadratischen Produkte der Unsicherheiten mit ihren Gewichtungen durch die Summe der Gewichtungen teilen.

Die Gewichtungen ergeben sich dabei aus der kleinsten Unsicherheit zum Quadrat, geteilt durch das Quadrat der einzelnen Unsicherheiten.

Dadurch erhalten wir:  $U_G = \underline{\underline{(7,7 \pm 0,3)V}}$

Die Unsicherheit des berechneten Wertes hängt dabei nur von der Messunsicherheit des Oszilloskops ab.

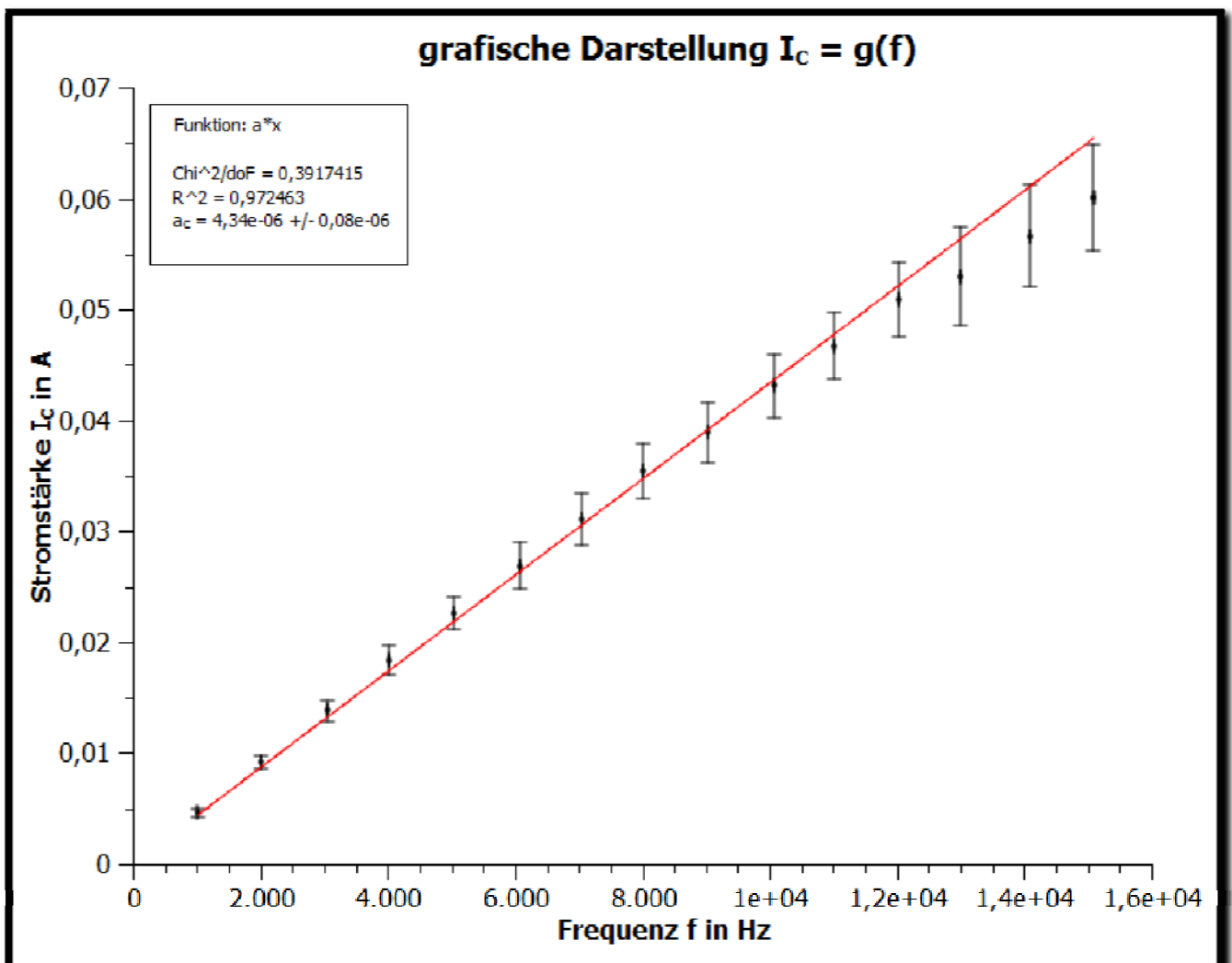
### 3.2 Bestimmung der Kapazität des Kondensators

Um die Kapazität des Kondensators zu bestimmen, berechnen wir den Kondensatorstrom nach Formel (1), wobei sich unser  $U_{eff}$  analog zu 3.1 berechnet.

Die Unsicherheit ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen nach:

$$u_{I_c} = \sqrt{\left(u_{U_{eff}} \frac{\partial f}{\partial U_{eff}}\right)^2 + \left(u_{R_p} \frac{\partial f}{\partial R_p}\right)^2}$$

Mit Hilfe einer linearen Regression der Geraden  $I_c = g(f)$  mit instrumenteller Gewichtung (X-Fehler kann vernachlässigt werden) und der Formel (2) erhalten wir die Kapazität aus dem Anstieg.



Stellen wir Formel (2) nach  $C$  um, so erhalten wir:  $C = \frac{a_c}{2\pi \cdot U_G}$

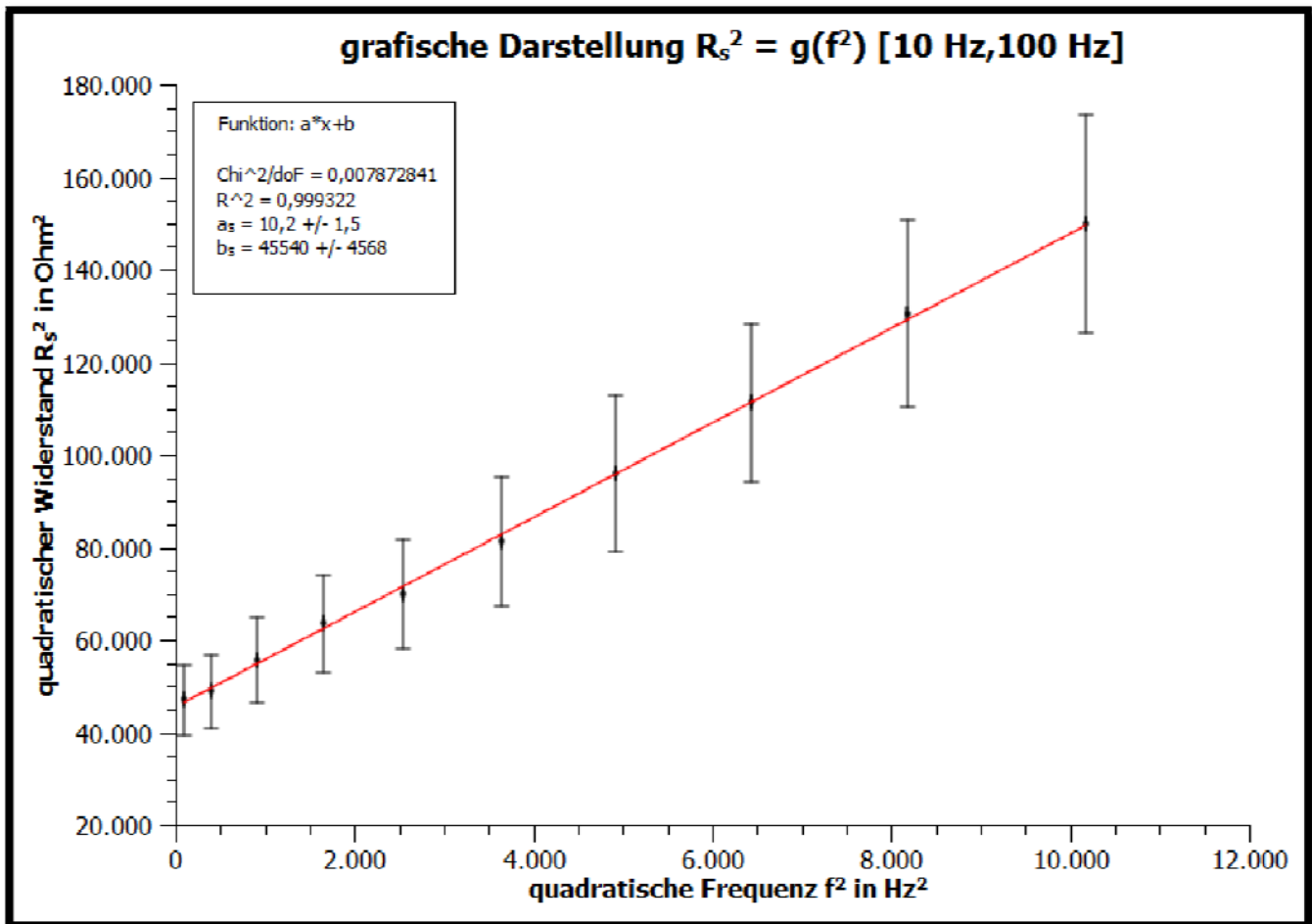
und dessen Unsicherheit analog zu  $u_{I_c}$  aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz.

Somit ergibt sich für die Kapazität des Kondensators:  $C = \underline{\underline{(90 \pm 4)nF}}$

### 3.3 Bestimmung der Induktivität der Spule

Die Bestimmung der Induktivität und des Widerstands der Spule erfolgt analog zu 3.2.

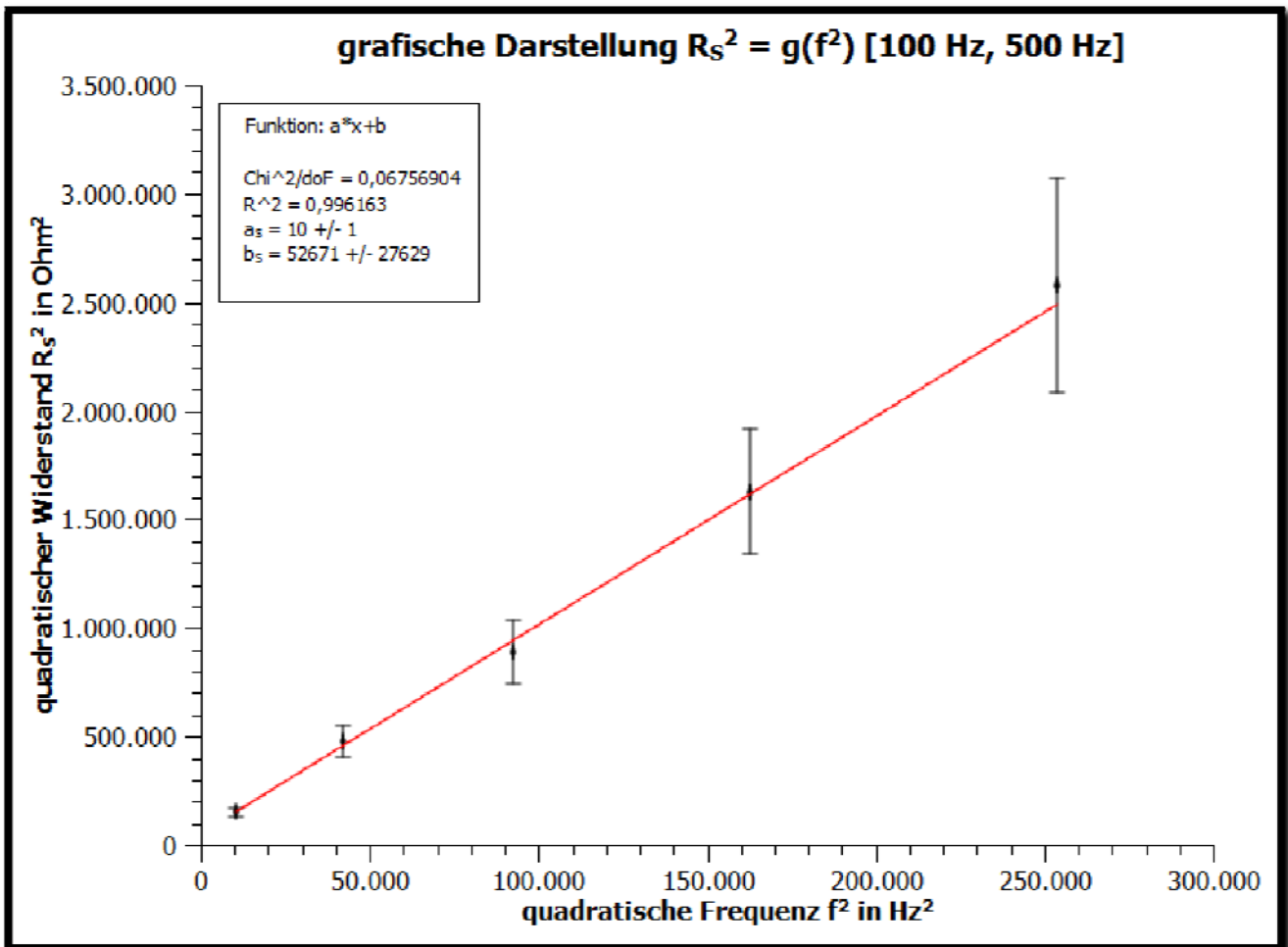
Zuerst wird der Scheinwiderstand der Spule nach Formel (3) berechnet, um dann damit eine lineare Regression der Funktion  $R_S^2 = g(f^2)$  durchzuführen, durch deren Anstieg wir im Intervall von 100 Hz bis 500 Hz die Induktivität  $L$  erhalten und durch den Achsenabschnittspunkt im Intervall von 10 Hz bis 100 Hz den ohmschen Widerstand  $R_L$  der Spule erhalten.



Betrachten wir Formel (4), so ergibt sich der ohmsche Widerstand der Spule aus  $R_L = \sqrt{b_S}$ . Die Unsicherheit ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen.

Wir erhalten:  $R_L = \underline{\underline{(213 \pm 11)\Omega}}$

Die Unsicherheit von  $R_L$  hängt nur von der Unsicherheit von  $b_S$  ab und damit von der Unsicherheit des Scheinwiderstandes  $R_S$  (dessen Unsicherheit hauptsächlich von  $u_{I_L}$  abhängt und somit hauptsächlich von der Messunsicherheit des Oszilloskops). Ebenso hängt die Unsicherheit der Kapazität  $C$  wegen der Generatorspannung  $U_G$  hauptsächlich vom Oszilloskop ab.



Die Induktivität der Spule erhalten wir nach umstellen der Formel (4) als:  $L = \frac{\sqrt{a_s}}{2\pi}$ .

Die Unsicherheit ergibt sich analog zu 3.2 aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen.

Wir erhalten:  $L = \underline{\underline{(0,50 \pm 0,03)H}}$

Die Unsicherheit der Induktivität hängt analog zur Unsicherheit des Scheinwiderstands genau wie die Kapazität hauptsächlich von der Messunsicherheit des Oszilloskops ab.

### 3.4 Resonanzverhalten im Reihen- und Parallelschwingkreis

Die Resonanzfrequenz im Reihen- und Parallelschwingkreis wurden wie in 2. beschrieben bestimmt. Die Messung erfolgte dabei mehrmals um  $f_r$  aus dem Mittelwert bestimmen zu können und die Unsicherheit aus der Summe der Standardabweichung und der Unsicherheit der Frequenzmessung.

$$f_{r,R} = \underline{\underline{(735,6 \pm 0,1)Hz}}$$

$$f_{r,P} = \underline{\underline{(738,4 \pm 0,8)Hz}}$$



Wie man erkennen kann, sind die Resonanzfrequenzen im Reihen- und Parallelschwingkreis annähernd gleich.

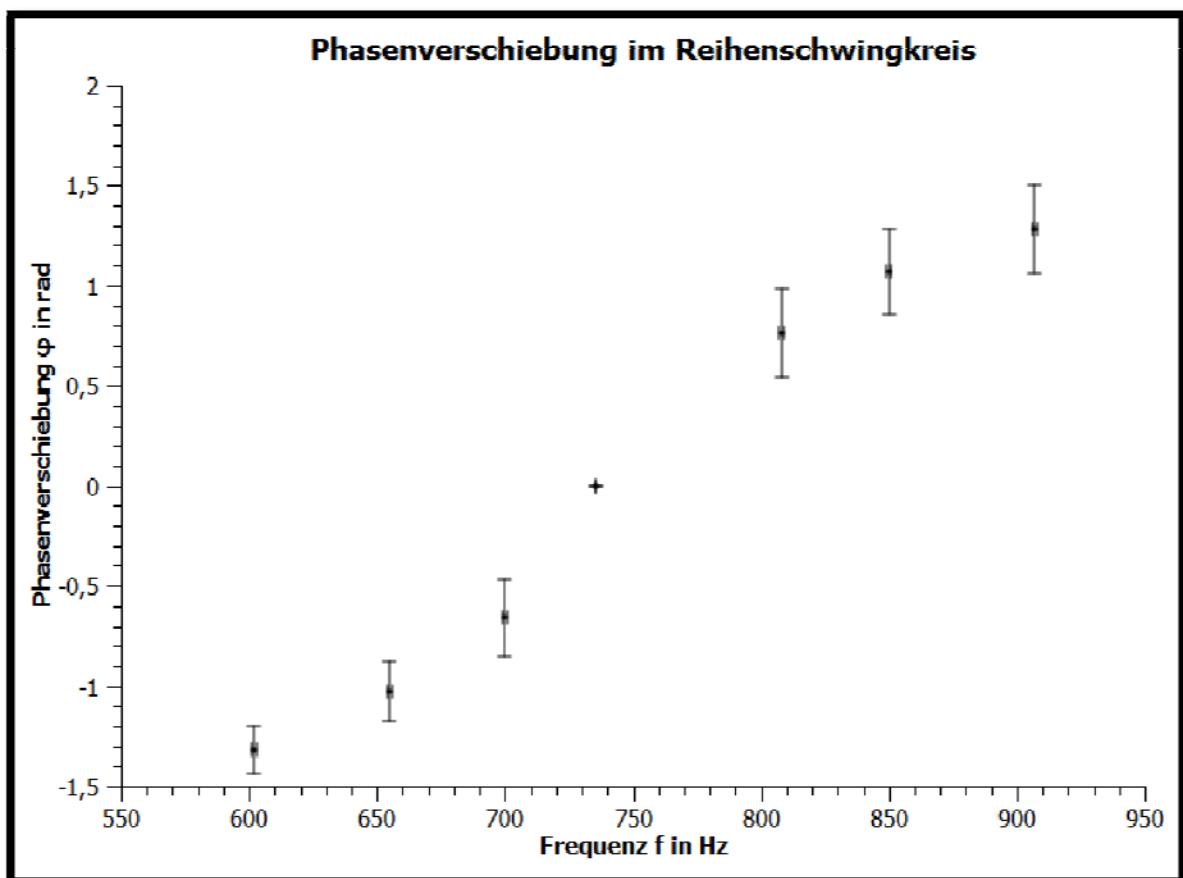
Zusätzlich zur Messung der Resonanzfrequenzen wurde im Reihenschwingkreis der Gangunterschied  $d$  für verschiedene Frequenzen gemessen, wobei wir den Wert negativ bestimmen, wenn die Stromkurve vor der Spannungskurve liegt und ansonsten positiv. Multiplizieren wir diesen mit dem Umrechnungsfaktor  $T_j$ , erhalten wir den Zeitunterschied, durch den wir die Phasenverschiebung  $\varphi$  berechnen können.

Es gilt: 
$$\varphi = 2\pi \frac{d \cdot T_j}{T}$$

Die Unsicherheit ergibt sich wieder aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen.

### Phasenverschiebung

f in Hz	$u_f$ in Hz	$\varphi$ in rad	$u_\varphi$ in rad
602	1	-1,32	0,26
655	1	-1,03	0,26
700	1	-0,66	0,25
735,6	0,1	0	0
808	1	0,76	0,29
850	1	1,07	0,32
907	1	1,28	0,35



Betrachten wir Formel (5), so würden wir einen Arkustangens Verlauf der Kurve erwarten, den man hier auch wirklich erahnen kann.

Desweiteren soll noch die Spannungsüberhöhung betrachtet werden. Dafür benutzen wir Formel (6). Für die Berechnung wurden folgende Werte gemessen:

$$U_{C,res} = (53,0 \pm 01)V \quad U_{L,res} = (53,3 \pm 0,1)V \quad U_{G,res} = (6,59 \pm 0,01)V$$

Mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz erhalten wir:

$$\rho_C = \underline{\underline{(8,04 \pm 0,02)}} \qquad \rho_L = \underline{\underline{(8,09 \pm 0,02)}}$$

Aus der Spannungsüberhöhung kann man nun nach Formel (6) den ohmschen Widerstand  $R_{L,\rho}$  berechnen. Die Unsicherheit ergibt sich wieder analog zu 3.2 aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für unkorrelierte Größen.

Für den ohmschen Widerstand der Spule erhalten wir:  $R_{L,\rho} = \underline{\underline{(288 \pm 14)\Omega}}$

Die Unsicherheit hängt dabei fast vollkommen von der Unsicherheit der Induktivität und damit von der Messunsicherheit des Oszilloskops ab.

Zum Schluss wollen wir noch den Strom in Abhängigkeit von der Frequenz im Reihen- und Parallelschwingkreis darstellen, um somit das Strommaximum und Stromminimum deutlich erkennen zu können.

#### Reihenschwingkreis

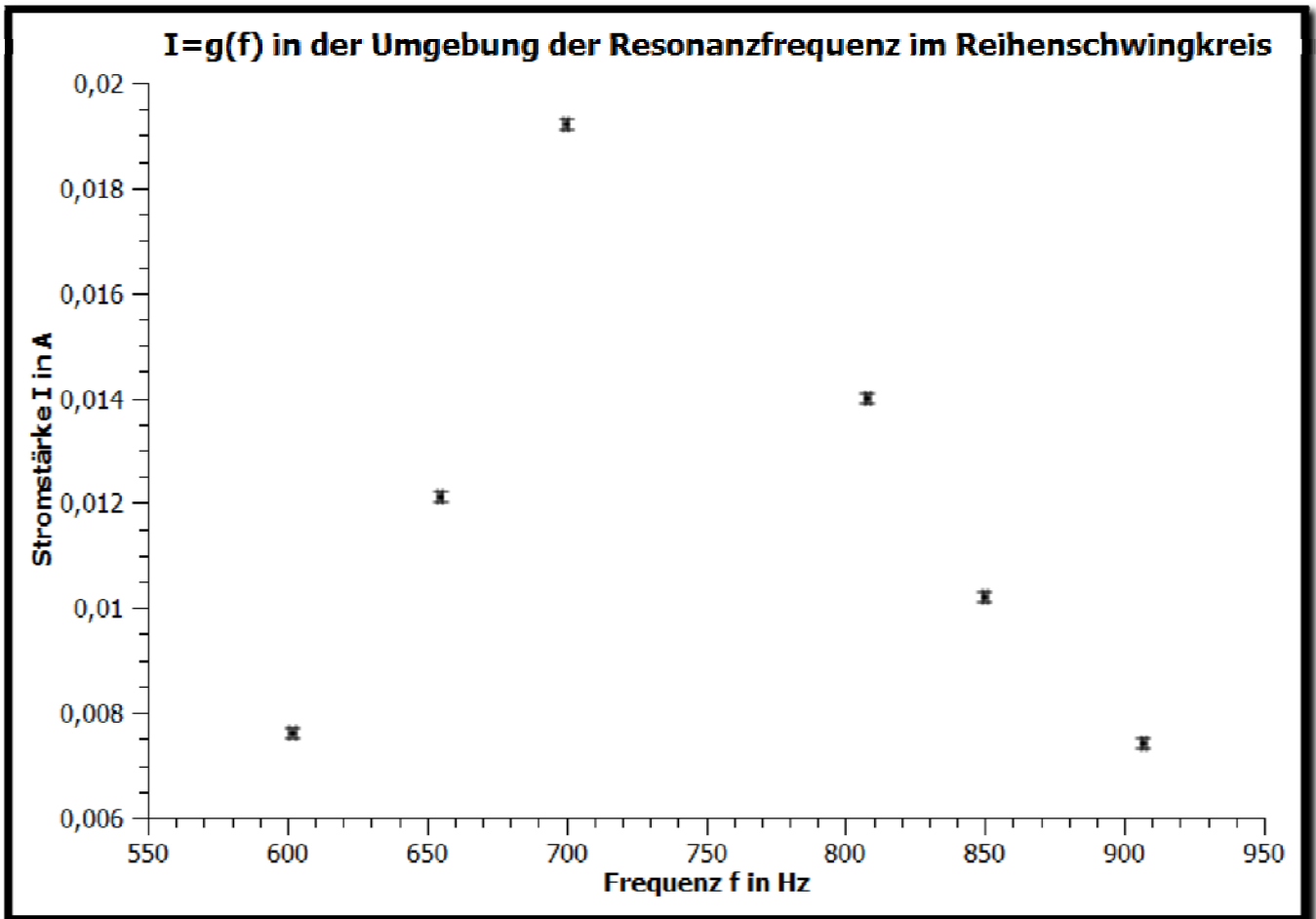
f in Hz	$u_f$ in Hz	I in A	$u_I$ in A
602	1	0,0076	0,0001
655	1	0,0121	0,0001
700	1	0,0192	0,0001
808	1	0,0140	0,0001
850	1	0,0102	0,0001
907	1	0,0074	0,0001

#### Parallelschwingkreis

f in Hz	$u_f$ in Hz	I in A	$u_I$ in A
602	1	-2,66	0,01
656	1	-2,67	0,01
706	1	-2,68	0,01
742	1	-2,69	0,01
799	1	-2,66	0,01
854	1	-2,65	0,01
908	1	-2,64	0,01

Wie man sowohl in der Tabelle, als auch im Diagramm erkennen kann, nimmt der Strom im Resonanzfall im Reihenschwingkreis ein Maximum an.

Beim Parallelschwingkreis können wir dazu leider keine Aussage machen, da vom Betrag her viel zu große, insgesamt aber sogar negative Spannungen über dem Präzisionswiderstand gemessen wurden. Die Ursache dieser Messung lässt sich nachträglich nicht mehr bestimmen, da die Schaltung so abgenommen wurde und man selbst auf einem Foto der Schaltung keine Ursache dieses Fehlers finden kann.



Mit diesen Werten erhalten wir eine Kurve, die der Spiegelung der Kurve des Reihenschwingkreises in beide Richtungen am Resonanzpunkt entspricht.

Wir erhalten dadurch das erwartete Minimum, allerdings sollte sich dieses im positiven Bereich der Stromstärke Werte befinden und flacher verlaufen.

### 3.5 Überprüfung der Resonanzfrequenz

Um die in 3.4 gemessenen Resonanzfrequenzen zu überprüfen, können wir mithilfe der Thomsonschen Schwingungsgleichung (Formel (7)) und den in 3.3 und 3.4 ermittelten Werte für die Kapazität  $C$  und die Induktivität  $L$  einen theoretischen Wert berechnen.

Dieser ergibt sich dann durch: 
$$f_{r,t} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Mit dieser Formel und dem Fehlerfortpflanzungsgesetz erhalten wir: 
$$f_{r,t} = \underline{\underline{(747 \pm 25)Hz}}$$

Die Unsicherheit hängt dabei stärker von der Induktivität ab, als von der Kapazität.

## 4. FEHLERANALYSE UND ERGEBNISEINSCHÄTZUNG

---

### 4.1 Auswertung der Ergebnisse

$$R_L = \underline{\underline{(213 \pm 11)\Omega}}$$

$$R_{L,\rho} = \underline{\underline{(288 \pm 14)\Omega}}$$

Bei der Betrachtung der beiden Ergebnisse für den ohmschen Widerstand der Spule fällt uns ein deutlicher Unterschied des Wertes, bei in etwa gleich großen Unsicherheiten auf.

Über die Ursache dieses Unterschieds lassen sich leider nur Spekulationen aufstellen, weswegen eine genauere Untersuchung durch Messungen zu empfehlen wäre.

$$\rho_C = \underline{\underline{(8,04 \pm 0,02)}}$$

$$\rho_L = \underline{\underline{(8,09 \pm 0,02)}}$$

Bei den Ergebnissen der Spannungsüberhöhung wiederum fällt uns eine relative Übereinstimmung der Ergebnisse auf, obwohl sich in unserem Fall die Ergebnisintervalle nicht überschneiden.

Dies dürfte jedoch eher an unbeachteten Fehlerquellen und daraus resultierenden zu geringen Unsicherheiten liegen, als an der Messung selbst.

$$f_{r,R} = \underline{\underline{(735,6 \pm 0,1)Hz}}$$

$$f_{r,P} = \underline{\underline{(738,4 \pm 0,8)Hz}}$$

$$f_{r,t} = \underline{\underline{(747 \pm 25)Hz}}$$

Bei den Ergebnissen der Resonanzfrequenzen stellen wir eine Übereinstimmung der Größenordnung der beiden gemessenen Werte fest, wobei sich aber deren Intervalle nicht überschneiden, was weniger an den berücksichtigten Fehlern liegt, als an der Messung selbst.

Die Einstellung der Frequenz, sodass sich auf dem Oszilloskop eine Gerade ergibt, ließ einen gewissen Spielraum zu, da diese Gerade für ein kleines Intervall um der Resonanzfrequenz erschien.

Außerdem ist die Einschätzung der Unsicherheit der Anzeige für die Frequenz auf dem Generator fragwürdig.

Die beiden gemessenen Resonanzfrequenzen liegen jedoch im Intervall des berechneten theoretischen Wertes (wenn auch nicht anders herum), was an der größeren Unsicherheit liegt.

Da der theoretische Wert mit den anderen beiden konsistent ist, kann man ableiten, dass sowohl die ermittelte Kapazität, als auch die ermittelte Induktivität konsistent sind.

Dabei gilt jedoch zu beachten, dass wir eine genauere Berechnung der Induktivität erreichen könnten, wenn man im 2. Frequenzintervall in 3.3 mehr als nur 5 Messdaten aufnehmen und in der Regression auswerten würde.

Die Auswertung der Betrachtung des Stromverhaltens im Reihen- und Parallelschwingkreis erfolgte bereits in 3.4. Um der Ursache dieses Fehlers auf den Grund zu gehen, müsste eine erneute Messung durchgeführt werden.

Wie wir bei den Berechnungen gemerkt haben, spielt hauptsächlich die Messunsicherheit des Oszilloskops eine Rolle bei den Unsicherheiten der ermittelten Werte. Das bedeutet, dass diese Unsicherheit verringert werden müsste, um eine genauere Messung zu erzielen.

Allerdings könnte dieser große Anteil an den Unsicherheiten an nicht berücksichtigte Unsicherheiten der anderen Messgeräte liegen. So ist, wie bereits erwähnt, die Unsicherheit bei der Frequenzangabe des Generators zu hinterfragen, ebenso aber auch die aufgrund mangelnder Angaben ausgegangene Unsicherheit für das digitale Voltmeter.

Außerdem wurden weitere Fehlerquellen, wie der Widerstand der Kabel und der Messgeräte, sowie der Einfluss äußerer elektrischer und magnetischer Störfelder auf die Schaltungen, nicht betrachtet. Diese können aber vernachlässigt werden, da sie gering ausfallen dürften.

Weiterhin könnte man den Skin-Effekt betrachten, bei dem durch hochfrequenten Wechselstrom durch das sich veränderte aufbauende Magnetfeld Wirbelströme im Leiter entstehen, die dem erzeugenden Strom entgegen gerichtet sind. Dadurch entsteht eine induzierte Gegenspannung, die im Inneren des Leiters größer ist, als am Rand.

Ob dieser Effekt bei unseren Messungen eine Rolle spielt, müsste allerdings in weiteren Messungen untersucht werden, weshalb dieser vorerst als vernachlässigbar angenommen wird, da nicht bekannt ist, ab welchen Frequenzen dieser Effekt merkbar wirksam wird.

Zum Schluss betrachten wir noch die Vernachlässigung des Dekadenwiderstand (siehe Script). Nach der Berechnung des ohmschen Widerstands in 3.3 und 3.4 können wir, aufgrund der Größe der beiden Werte, diese als gute Näherung bestätigen.