

VERSUCHSPROTOKOLL F2
VOLUMENMESSUNG

JOHANN FÖRSTER 519519
VERSUCHSPARTNER MEIKEL SOBANSKI
MESSPLATZ 8

HUMBOLDT UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	3
2.1) Bestimmung des Zylindervolumens nach der Überlaufmethode.....	3
2.2) Bestimmung des Zylindervolumens durch Ausmessung.....	4
2.3) Bestimmung des Zylindervolumens nach der Auftriebsmethode	5
2.4) Ergebnisse der Messungen und gewogenes Mittel	6
3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung	6
4) Quellenangabe.....	6
Anhang: Messprotokoll	7

1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Ziel des Versuches war es, das Volumen eines Zylinders mittels Überlaufmethode, Ausmessung des Körpers und Auftriebsmessmethode gemäß Quelle [1], Seite 5-7 zu bestimmen.

2.1) Bestimmung des Zylindervolumens nach der Überlaufmethode

Experimentell wurde bei der Überlaufmethode folgendes gemessen:

Messung	Startvolumen V_A in ml	Endvolumen V_E in ml	Volumen $V = V_A - V_E$ in ml
1	14	43	29
2	13	42	29
3	12,75	41,5	28,75
4	15,5	44,5	29
5	13	42	29
6	8	37	29

Für das Volumen V des Zylinders ergibt sich damit:

$$\text{Mittelwert } \bar{V} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 V_i = 28,958 \text{ ml}$$

$$\text{Standardabweichung } s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{V} - V_i)^2} = 0,102 \text{ ml}$$

$$\text{Vertrauensbereich } \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{6}} s = 0,042 \text{ ml}$$

Die Messgenauigkeit des Messzylinders beträgt $\Delta V = \pm 0,5 \text{ ml}$.

Außerdem betrug die Raumtemperatur $T_M = 26,4^\circ \text{C}$, wodurch das Volumen gemäß [1], Seite 6, Gleichung 5 korrigiert werden muss um

$$\Delta V_T = V \gamma (T_M - T_N) = 0,005 \text{ ml} \quad (T_N = 20^\circ \text{C}, \gamma = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}),$$

die Ungenauigkeit dieser Korrektur aufgrund der Ungenauigkeit des Digitalthermometers $u(T_M) = \pm(0,1\% + 2\text{LSD})$ ist gegenüber den anderen Unsicherheiten vernachlässigbar klein.

$$\text{Ergebnis: } \underline{V} = \bar{V} + V_T \pm \sqrt{(\Delta V)^2 + (\bar{s})^2} = (28,96 \pm 0,50) \text{ ml}$$

2.2) Bestimmung des Zylindervolumens durch Ausmessung

Für den Durchmesser d und die Höhe h des Zylinders wurde folgendes gemessen:

Messung	Durchmesser d in cm	Höhe h in cm
1	2,394	6,37
2	2,393	6,37
3	2,391	6,38
4	2,392	6,37
5	2,391	6,37
6	2,392	6,37
7	2,391	
8	2,391	
9	2,392	
10	2,391	

Für den Durchmesser d des Zylinders ergibt sich damit:

$$\text{Mittelwert } \bar{d} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} d_i = 2,3918 \text{ cm}$$

$$\text{Standardabweichung } s = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (\bar{d} - d_i)^2} = 0,0010 \text{ cm}$$

$$\text{Vertrauensbereich } \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{10}} s = 0,0003 \text{ cm}$$

systematische Unsicherheit (Bügelmessschraube):

$$\Delta d = \pm(5 * 10^{-4} \text{ cm} + 1 * 10^{-5} * \bar{d}) = \pm 0,0005 \text{ cm} \text{ ([1], Seite 6, Gleichung 7)}$$

Für die Höhe h des Zylinders ergibt sich:

$$\text{Mittelwert } \bar{h} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 h_i = 6,3717 \text{ cm}$$

$$\text{Standardabweichung } s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (\bar{h} - h_i)^2} = 0,0041 \text{ cm}$$

$$\text{Vertrauensbereich } \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{6}} s = 0,0017 \text{ cm}$$

systematische Unsicherheit (Messschieber):

$$\Delta h = \pm(5 * 10^{-3} \text{ cm} + 1 * 10^{-4} * \bar{h}) = \pm 0,0056 \text{ cm} \text{ ([1], Seite 6, Gleichung 6)}$$

Das Volumen eines Zylinders mit Durchmesser d und Höhe h beträgt

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4} d^2 h = 28,63 \text{ cm}^3 = 28,63 \text{ ml} \text{ , die Unsicherheit ergibt sich nach der}$$

$$\text{Fehlerfortpflanzung zu } u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d} u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h} u(h)\right)^2} = 0,03 \text{ ml}$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{V} = \bar{V} \pm u(V) = (28,63 \pm 0,03) \text{ ml}$$

2.3) Bestimmung des Zylindervolumens nach der Auftriebsmethode

Die Empfindlichkeit der Laborwaage wurde vor den Messungen zu $\Delta m' = 10mg$ für ein Skalenteil bestimmt. Für die Gleichgewichtsmassen m_1 (Zylinder in Luft) und m_2 (Zylinder im Wasser) wurde folgendes bestimmt:

Messung	Masse m_1 in g	Masse m_2 in g
1	41,81	13,34
2	41,80	13,33

Die zufällige Unsicherheit der Messwerte wird nach oben zur Differenz beider Messwerte abgeschätzt, also jeweils zu $\Delta m_{1,2} = 0,01g$.

Bei dieser Messung Betrag die Wassertemperatur $T=(28 \pm 0,2)^\circ C$ ($u(T)=\pm(0,1\% + 2LSD)$), wodurch sich die Dichte des Wassers nach der am Versuchsplatz vorhandenen Tabelle ergibt zu $\rho_W = 996,24 \frac{kg}{m^3}$.

Damit lässt sich das Volumen des Zylinders gemäß [1], Seite 5, Gleichung 2 bestimmen zu $V = \frac{m_1 - m_2}{\rho_W} = 28,58$ ml.

Dieses Volumen muss unter Berücksichtigung des Auftriebes des Probekörpers und der Massennormale in Luft gemäß [1], Seite 6, Gleichung 8, korrigiert werden zu $V' = \frac{m_1 - m_2}{\rho_W} \frac{1 - \frac{\rho_L}{\rho_N}}{1 - \frac{\rho_L}{\rho_W}} = 28,61$ ml. Eine weitere Korrektur des Volumens um das Volumen ΔV_a des Aufhängedrahtes war nicht sinnvoll, da nicht genau festgestellt werden konnte, wie weit der Draht ins Wasser eintaucht und der Einfluß als sehr gering eingeschätzt wurde.

Die Unsicherheit des Volumens V' resultiert aus der Unsicherheit der bestimmten Massen m_1 und m_2 , welche jeweils zu $u(m_{1,2}) = 0,02g$ abgeschätzt wird und sich aus der Eichgenauigkeit und der abgeschätzten zufälligen Messunsicherheit ergibt. Nach der Fehlerfortpflanzung ergibt sich damit

$$u(V') = \sqrt{\left(\frac{\partial V'}{\partial m_1} u(m_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial V'}{\partial m_2} u(m_2)\right)^2} = 0,03 \text{ ml}$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{V} = V' \pm u(V') = (28,61 \pm 0,03)ml$$

2.4) Ergebnisse der Messungen und gewogenes Mittel

Für das Volumen des Zylinders wurden folgende Ergebnisse erzielt:

	Überlaufmethode	Ausmessung	Auftriebsmethode
Volumen $V \pm u(V)$ in ml	$28,96 \pm 0,50$	$28,63 \pm 0,03$	$28,61 \pm 0,03$

Da sich alle Ergebnisse innerhalb ihrer Messunsicherheit überschneiden, kann aus den Ergebnissen ein gewogenes Mittel gebildet werden.

Dies ergibt sich nach [2], Seite 47 (C:=1) zu:

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{V_i}{u(V_i)^2}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{u(V_i)^2}} = 28,62 \text{ ml mit der Unsicherheit } u(\bar{V}) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{u(V_i)^2}}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{u(V_i)^2}} = 0,02 \text{ ml}$$

Endergebnis: $\underline{V} = \bar{V} \pm u(\bar{V}) = (28,62 \pm 0,02) \text{ ml}$

3) Fehleranalyse und kritische Ergebniseinschätzung

Die erzielten Ergebnisse für das Volumen des Zylinders stimmen innerhalb ihrer Messunsicherheiten gut überein und es konnte daher auch ein gewogenes Mittel gebildet werden, was zum Endergebnis $\underline{V} = (28,62 \pm 0,02) \text{ ml}$ führt. Allerdings haben trotzdem nicht beachtete Messunsicherheiten das Ergebnis beeinflusst, zum Beispiel wurde das vermutlich sehr geringe Volumen des Aufhängedrahtes, das bei der ersten und dritten Methode ganz bzw. teilweise mitgemessen wurde, vernachlässigt. Auch Temperaturschwankungen, die während der Messungen stattgefunden haben und die Dichte des Wassers bzw. das Volumen des Messzylinders verändert haben, könnten die Ergebnisse beeinflusst haben, dieser Effekt ist allerdings als gering einzuschätzen. Weiterhin sind zusätzliche Messunsicherheiten bei der Ausmessung des Durchmessers des Zylinder aufgrund der Tatsache, dass der Durchmesser mit Augenmaß eingestellt wurde und vermutlich etwas größer ist, als er gemessen wurde, zu erwarten. Grobe Messfehler sind jedoch aufgrund der Konsistenz der Ergebnisse eher unwahrscheinlich.

4) Quellenangabe

[1] Skript "Phys. Grundpraktikum I: Mechanik und Thermodynamik", 2005, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/GPRI.html> (Stand: 06.07.2008)

[2] Skript "Phys. Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik", 2007, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Einfuehrung/PDF-Datei/Einfuehrung.pdf> (Stand: 06.07.2008)