

# F5: Dichte fester Körper

Verfasserin: Dan-Nha Huynh, 512230

Versuchspartner: Marco Kraft

Versuchsbetreuer: K. Sauer

Versuchsplatz: 3

Versuchsdatum: 18. Juni 2008

<b>1. ZIELSTELLUNG</b>	<b>3</b>
<b>2. EINFÜHRUNG</b>	<b>3</b>
<b>3. IN LUFT GEWOGENE MASSE DER METALLKÖRPER</b>	<b>3</b>
3.1 DURCHFÜHRUNG	3
3.2 MESSDATEN	3
3.3 ARITHMETISCHER MITTELWERT	3
3.4 MESSUNSICHERHEIT	4
3.5 ERGEBNIS	4
<b>4. IN LUFT GEWOGENE MASSE DES MIT WASSER GEFÜLLTEN PYKNOMETERS</b>	<b>4</b>
4.1 DURCHFÜHRUNG	4
4.2 MESSDATEN	4
4.3 ARITHMETISCHER MITTELWERT	5
4.4 MESSUNSICHERHEIT	5
4.5 ERGEBNIS	5
<b>5. IN LUFT GEWOGENE MASSE DES MIT WASSER UND METALLPROBE GEFÜLLTEN PYKNOMETERS</b>	<b>5</b>
5.1 DURCHFÜHRUNG	5
5.2 MESSDATEN	5
5.3 ARITHMETISCHER MITTELWERT	6
5.4 MESSUNSICHERHEIT	6
5.5 ERGEBNIS	6
<b>6. BESTIMMUNG DER DICHTEN DER METALLPROBEN</b>	<b>6</b>
6.1 BERECHNUNG DER DICHTEN DER METALLPROBEN	6
6.2 MESSUNSICHERHEIT	7
6.3 ERGEBNIS	7
<b>7. KRITISCHE BETRACHTUNG</b>	<b>8</b>

# 1. Zielstellung

Bestimmung der Dichte dreier fester metallischer Körper (Probekörper).

*Hinweis:* Für weitere Informationen zu den Aufgabenstellungen sowie den physikalischen und rechen-technischen Grundlagen dieses Versuches sei auf die beiden Skripte<sup>i</sup> verwiesen. Das Messdatenprotokoll befindet sich im Anhang.

# 2. Einführung

Für die Dichte  $\rho$  der jeweiligen festen Körper gilt folgende Gleichung:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 \rho_w + (m_2 - m_3) \rho_L}{m_1 + m_2 - m_3} \quad (\text{Gl. 2-1})$$

$m$  : Masse des Metallkörpers

$V$  : Volumen des Körpers

$m_1$  : in Luft gewogene Masse des Metallkörpers (um Auftrieb vermindert)

$m_2$  : in Luft gewogene Masse des mit Wasser gefüllten Pyknometers

$m_3$  : in Luft gewogene Masse des mit Wasser und dem Metallkörper gefüllten Pyknometers

$\rho_w$  : Wasserdichte

$\rho_L$  : Luftdichte

Es müssen daher zunächst die Massen  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  bestimmt werden.

# 3. In Luft gewogene Masse der Metallkörper

## Durchführung

Die jeweiligen Metallkörper werden jeweils dreimal in Luft gewogen.

## Messdaten

Messung i	$m_{1i}$ (Metall 1)/g	$m_{1i}$ (Metall 2)/g	$m_{1i}$ (Metall 3)/g
1	2,7441	9,0011	8,2281
2	2,7441	9,0011	8,2281
3	2,7441	9,0012	8,2281

Tabelle 3.1-1

## Arithmetischer Mittelwert

Aus den jeweiligen Werten zu  $m_1$  kann als bester Wert für jedes Metall jeweils der arithmetische Mittelwert gebildet werden:

$$\bar{m}_1(\text{Metall}) = \sum_{i=1}^3 \frac{m_{1i}(\text{Metall})}{3} \quad (\text{Gl. 3.2-1})$$

$$\underline{\underline{\bar{m}_1(\text{Metall1}) = 2,7441\text{g}}}$$

$$\underline{\underline{\bar{m}_1(\text{Metall2}) \approx 9,0011\text{g}}}$$

$$\underline{\underline{\bar{m}_1(\text{Metall3}) = 8,2281\text{g}}}$$

### Messunsicherheit

Die systematische Messabweichung beträgt laut Herstellerangabe  $e_s(m) = 2 \cdot 10^{-4} \text{g}$ , für die statistische Messabweichung (Reproduzierbarkeit) beträgt die Herstellerangabe  $e_z(m) = 1 \cdot 10^{-4} \text{g}$ . Durch Größtfehlerabschätzung erhält man aus systematischer und statistischer Messabweichung die Messunsicherheit von  $m_1$ :

$$u_{m_1}(\text{Metall}) = |e_z(m_1)| + |e_s(m_1)| \quad (\text{Gl. 3.3-1})$$

Da für jede Metallprobe die gleichen Herstellerangaben gelten, gilt auch jeweils die gleiche Messunsicherheit für alle drei Metalle.

$$\underline{\underline{u_{m_1}(\text{Metall1}) = u_{m_1}(\text{Metall2}) = u_{m_1}(\text{Metall3}) \approx 3,0 \cdot 10^{-4} \text{g}}}$$

### Ergebnis

	$m_1 = \bar{m}_1 \pm u_{m_1}$
Metall 1	$(2,7441 \pm 0,0003)\text{g}$
Metall 2	$(9,0011 \pm 0,0003)\text{g}$
Metall 3	$(8,2281 \pm 0,0003)\text{g}$

Tabelle 3.4-1

## 4. In Luft gewogene Masse des mit Wasser gefüllten Pyknometers

### Durchführung

Das Pyknometer wird elf Mal erneut mit destilliertem Wasser gefüllt und seine Masse in Luft gemessen.

### Messdaten

Messung i	$m_{2i}/\text{g}$
1	52,0644
2	52,0611
3	52,0606
4	52,0560
5	52,0663
6	52,0657
7	52,0725
8	52,0625
9	52,0577
10	52,0608
11	52,0548

Tabelle 4.2-1

## Arithmetischer Mittelwert

Entsprechend 3.3 wird als bester anzunehmender Wert der arithmetische Mittelwert  $\bar{m}_2$  aller  $m_{2i}$  bestimmt:

$$\underline{\underline{\bar{m}_2 \approx 52,062 \text{ g}}}$$

## Messunsicherheit

Da der Stichprobenumfang ( $n=11$ ) der Messungen zu  $m_2$   $n \geq 6$  ist, wird als statistische Messabweichung  $e_z(m_2)$  der Vertrauensbereich  $\bar{\sigma}$  angenommen:

$$e_z(m_2) = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_2 - m_{2i})^2}{n(n-1)}} \quad (\text{Gl. 4.4-1})$$
$$\underline{\underline{e_z(m_2) \approx 1,53 \cdot 10^{-3} \text{ g}}}$$

Die systematische Messabweichung beträgt weiterhin  $e_s(m) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ g}$ . Entsprechend Gl. 3.3-1 ergibt sich somit eine Messunsicherheit von:

$$\underline{\underline{u_{m_2} \approx 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ g}}}$$

## Ergebnis

$$m_2 = \bar{m}_2 \pm u_{m_2} = (52,062 \pm 0,002) \text{ g}$$

## 5. In Luft gewogene Masse des mit Wasser und Metallprobe gefüllten Pyknometers

### Durchführung

Die Metallkörper werden jeweils in das Pyknometer gebracht und dieses mit destilliertem Wasser aufgefüllt. Anschließend wird die Masse des gefüllten Pyknometers in Luft gemessen. Jede Messung mit dem jeweiligen Metall erfolgt sechsmal.

### Messdaten

Messung i	$m_{3i}(\text{Metall 1})/\text{g}$	$m_{3i}(\text{Metall 2})/\text{g}$	$m_{3i}(\text{Metall 3})/\text{g}$
1	53,7834	60,0571	59,2570
2	53,7871	60,0595	59,2501
3	53,7875	60,0534	59,2501
4	53,7793	60,0516	59,2515
5	53,7685	60,0568	59,2610
6	53,7838	60,0599	59,2623

Tabelle 5.2-1

## Arithmetischer Mittelwert

Entsprechend 3.3 werden zu jedem Metall wiederum jeweils die arithmetischen Mittelwerte als beste anzunehmende Werte gebildet:

$$\underline{\underline{\bar{m}_3(\text{Metall1}) = 53,7816\text{g}}}$$

$$\underline{\underline{\bar{m}_3(\text{Metall2}) \approx 60,0564\text{g}}}$$

$$\underline{\underline{\bar{m}_3(\text{Metall3}) = 59,2553\text{g}}}$$

## Messunsicherheit

Für die systematische Messabweichung gilt weiterhin die Herstellerangabe. Die statistische Messabweichung entspricht wiederum dem Vertrauensbereich (Gl. 4.4-1), da der Stichprobenumfang  $n$  genau 6 beträgt.

$$\underline{\underline{e_z(m_3(\text{Metall1})) \approx 2,887 \cdot 10^{-3}\text{g}}}$$

$$e_z(m_3(\text{Metall2})) \approx 1,348 \cdot 10^{-3}\text{g}$$

$$e_z(m_3(\text{Metall3})) \approx 2,258 \cdot 10^{-3}\text{g}$$

Somit ergeben sich nach Größtfehlerabschätzung folgende Messunsicherheiten:

$$\underline{\underline{u_{m_3}(\text{Metall1}) \approx 3,087 \cdot 10^{-3}\text{g}}}$$

$$u_{m_3}(\text{Metall2}) \approx 1,548 \cdot 10^{-3}\text{g}$$

$$u_{m_3}(\text{Metall3}) \approx 2,458 \cdot 10^{-3}\text{g}$$

## Ergebnis

	$\mathbf{m_3 = \bar{m}_3 \pm u_{m_3}}$
Metall 1	(53,782 ± 0,003)g
Metall 2	(60,056 ± 0,002)g
Metall 3	(59,255 ± 0,003)g

Tabelle 5.5-1

## 6. Bestimmung der Dichte der Metallproben

### Berechnung der Dichte der Metallproben

Um die Dichte nach Gl.2-1 bestimmen zu können, müssen noch  $\rho_w$  und  $\rho_L$  ermittelt werden. Um diese zu bestimmen sind Angaben zur Raumtemperatur bzw. Wassertemperatur  $T$  und Luftdruck  $p$  zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung von Nöten:

$$p = 1,016 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad T = 300,15 \text{ K}$$

Anmerkung: Diese Angaben wurden während des Versuches je dreimal in regelmäßigen Abständen überprüft und wiesen keine Änderung auf.

Die Dichte des Wassers kann dabei mit dem Wissen über die Wassertemperatur mit Hilfe des am Versuchsplatz ausgelegten Diagramms bestimmt werden:

$$\underline{\underline{\rho_W = 996,52 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

Die Luftdichte hingegen lässt sich folgendermaßen aus Raumtemperatur und Luftdruck berechnen:

$$\rho_L = \rho_0 \frac{T_0}{T} \cdot \frac{p}{p_0} \quad (\text{Gl. 6.1-1})$$

$T_0$  : Gefrierpunkt des Wassers ( $T_0 = 273,15 \text{ K}$ )

$p_0$  : Normaldruck ( $p_0 = 101325 \text{ Pa}$ )

$\rho_0$  : Luftdichte bei  $T_0$  und Normbedingungen ( $\rho_0 = 1,2928 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )

$$\underline{\underline{\rho_L = 1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

Somit ergibt sich für die Dichten nach Gl. 2-1:

$$\underline{\underline{\rho(\text{Metall1}) = 2732,57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$\underline{\underline{\rho(\text{Metall2}) = 8960,44 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$\underline{\underline{\rho(\text{Metall3}) = 8191,27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

## Messunsicherheit

Aus der Fehlerfortpflanzung ergibt sich folgende Formel für die Messunsicherheit der Dichten:

$$u_\rho = \frac{1}{(m_1 - m_3 + m_2)^2} \left\{ |(\rho_W - \rho_L)(m_2 - m_3)| \cdot u_{m_1} + |m_1(\rho_L - \rho_W)| \cdot u_{m_2} + |m_1(\rho_W - \rho_L)| \cdot u_{m_3} \right\}$$

(Gl. 6.2-1)

$$\underline{\underline{u_\rho(\text{Metall1}) \approx 13,03 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$u_\rho(\text{Metall2}) \approx 36,48 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$u_\rho(\text{Metall3}) \approx 31,72 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Anmerkung: Die Messunsicherheiten von Wasser- und Luftdichte werden an dieser Stelle vernachlässigt.

## Ergebnis

	$\rho = \rho \pm u_\rho$
Metall 1	$(27,3 \pm 0,1) \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
Metall 2	$(89,6 \pm 0,4) \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$
Metall 3	$(81,91 \pm 0,3) \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$

*Bemerkung:* Bei Metall2 handelt es sich wohl um Kupfer ( $8\,954 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) – ebenfalls erkennbar an dem kupferfarbenen Glanz – bei Metall3 höchstwahrscheinlich um Eisen ( $7\,874 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Dies ergibt jeweils Abweichungen von 0,07 und 4,03%

Bei dem Metall1 handelt es sich mit großer Wahrscheinlichkeit um Aluminium. Der Referenzwert<sup>ii</sup> für die Dichte dieses Elements beträgt  $2\,702 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  bei 293,15K und Normaldruck. Dies entspricht einer Abweichung von +1%, ist jedoch nicht mit den Intervallgrenzen der Messunsicherheit verträglich. Dies kann folgende Gründe haben:

## 7. Kritische Betrachtung

Zum einen ist nicht gesagt, dass es sich um reines Aluminium handelt. Es könnte sich zum Beispiel um eine Einschlussverbindung mit schwereren Elementen/Verbindungen oder gar Metalle (Legierung) handeln oder die Oberfläche des Aluminiums könnte oxidiert sein. Beides führte zu einem höheren Wert der Wägungen als üblich. (Gleiches kann trotz relativ hohem elektrochemischen Potentials von Kupfer für die anderen beiden Metalle, vor allem für Eisen angenommen werden. Letzteres Metall zeigte deutlich Korrosionserscheinungen.)

Zum anderen konnte trotz großer Bemühungen alles Wasser an der Außenseite des Pyknometers abzunehmen das Wasser nicht vollständig entfernt werden. Was ebenfalls zu einer Messung größerer Masse als anzunehmen führte.

Weitere Störfaktoren waren die leider nicht zu vermeidende Luftbläschenbildung und die Erwärmung des Pyknometers durch Berührung beim Abtrocknen. Diese hat eine Ausdehnung von Pyknometer und Wasser zu Folge, sodass der verwendete Wert für die Wasserdichte zur angegebenen Temperatur nicht mit der tatsächlichen Wasserdichte übereinstimmt bzw. kleiner als die tatsächliche ist. Beide genannten Faktoren hätten jedoch eine Verkleinerung der Messwerte zu Folge.

Hinzu kommt, dass laut Herstellerangabe bei eine Ablesezeit von maximal 2,5s innerhalb dieser Zeit eine starke Schwankung/Abnahme der angezeigten Masse in der letzten Stelle auftritt, welche möglicherweise größer als die angenommene systematische Messunsicherheit ist. Jedoch wurden hier hingehend keine genaueren Aufzeichnungen gemacht.

---

Quellenangabe:

<sup>i</sup> A) Vgl. [27-33], *Physikalisches Grundpraktikum – Mechanik und Thermodynamik 2005*, Humboldt-Universität, Berlin, August 2005 | B) Vgl. *Physikalisches Grundpraktikum – Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik 2007*, Humboldt-Universität, Berlin, November 2007

<sup>ii</sup> <http://www.seilnacht.com/Lexikon/13Alu.htm>: Letztes Update 10. Juni 2008