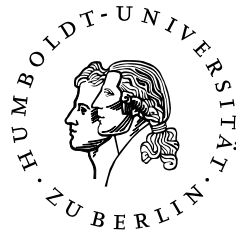

INSTITUT FÜR PHYSIK
HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN



Physikalisches Grundpraktikum I

Versuchsprotokoll

F7-Statistik und Radioaktivität

Versuchsplatz 3

Tammo Rukat, 528345

Versuchspartner: Benjamin Bujak, 529551

29. April 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	1
1.1	Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls	1
1.2	Strahlungsabsorption durch Blei	1
1.3	Energie des γ -Strahlers	1
2	Versuchsbeschreibung	1
2.1	Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls	1
2.2	Blei zur Strahlungsabsorption und Energie des γ -Strahlers	2
3	Messwerte und Auswertung	2
3.1	Häufigkeitsverteilung des Radioaktiven Zerfalls	2
3.1.1	Daten für die Gauß-Verteilung	2
3.1.2	Daten für die Poissons-Verteilung	2
3.1.3	Auswertung	2
3.2	Strahlungsabsorption durch Blei	3
3.2.1	Fehlerbetrachtung	4
3.2.2	Der lineare Schwächungskoeffizient μ	5
3.3	Energie des γ -Strahlers	5
4	Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung	5
4.1	Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls	5
4.2	Blei zur Strahlungsabsorption und Energie des γ -Strahlers	5
5	Anlage	7
5.1	Messdaten	7
5.2	verwendete Software	7

1 Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

1.1 Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls

Wir wollen die Häufigkeitsverteilung für die Entstehung von γ -Strahlung und damit indirekt für den Zerfall von Atomkernen bei einem ^{60}Co - und einem ^{137}Cs -Präparat mit Hilfe eines Geiger-Müller-Zählrohrs untersuchen. Die resultierenden Verteilungen wollen wir anschließend als Gauß- und als Poissonsverteilungen annehmen und unter Benutzung des χ^2 -Tests diese Verteilungshypothesen auf ihre Berechtigung hin überprüfen.

1.2 Strahlungsabsorption durch Blei

Weiterhin wollen wir die Absorptionsfähigkeit für γ -Strahlung und den lineare Schwächungskoeffizient von Blei bestimmen.

1.3 Energie des γ -Strahlers

Im letzten Schritt soll die Energie des γ -Strahlers aus den bereits ermittelten Werten indirekt festgestellt werden.

2 Versuchsbeschreibung

Ausführlichere Informationen zur Versuchsdurchführung und zum physikalischen Hintergrund sind dem Heft zum physikalischen Grundpraktikum ‚Mechanik und Thermodynamik‘ [1] zu entnehmen.

2.1 Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls

Unsere Messapparatur besteht aus einem, mit einem Halter für Proben und Absorberplatte ausgestatteten, Geiger-Müller-Zählrohr und – daran angeschlossen – einem Zählgerät und einem Computer zur Datenauswertung.

Zu Beginn führen wir eine Messung des Nulleffekts durch um die Beeinflussung unserer Messungen durch natürlicher γ -Strahlung einschätzen zu können. Dazu messen wir die Zeit bis unser Zählrohr, ohne dass sich eine der radioaktiven Proben in der Nähe befand, 200 Impulse registrieren kann.

Nun wird für jedes der beiden Präparate eine Messreihe mit 500 Messungen vorgenommen. Für das ^{137}Cs -Präparat messen wir 500 Mal die Impulsanzahl in je einer Sekunde und erhalten einen niedrigen Mittelwert von ca. 2 Impulsen pro Messung. Für Klasseneinteilung verwenden wir die empfohlene Klassenbreite von einem Impuls beginnend bei $x_{min} = -0,5$ bis $x_{max} = 7,5$.

Für das ^{60}Co -Präparat messen wir 500 Mal 6 Sekunden um einen höheren Mittelwert von ca. 42 Impulsen pro Messung zu erhalten. Die Klassen, beginnend bei $x_{min} = 25,5$ bis $x_{max} = 59,5$ erhält eine Breite von 2 Impulsen. Um mindestens sechs Ereignisse in einer Klasse zu haben werden in beiden Fällen Randklassen zusammengelgt. Als Klassengrenzen werden keine ganzen Zahlen gewählt, da die Impulsanzahl, stets ganzzahlig,

sonst häufig auf Klassengrenzen fiel, was die weitere Rechnung unnötig verkomplizieren würde. Unter diesen Angaben führt das Programm *chi.exe* einen χ -Quadrat-Test für die jeweiligen Hypothesen durch. (Detaillierte Ergebnisse in der Anlage)

2.2 Blei zur Strahlungsabsorption und Energie des γ -Strahlers

Wir führen eine weitere Messreihe durch in der das Zählrohr vor dem radioaktiven ^{137}Cs -Präparat jeweils durch Bleiplatten verschiedener Dicke abgeschirmt wird und messen die, für je Registrierung von je 1000 Impulsen, benötigte Zeit. Aus dem Zusammenhang zwischen Zeit und Bleidicke errechnen wir den linearen Schwächungskoeffizienten μ , die Halbwertsdicke und die Energie des γ -Strahlers.

3 Messwerte und Auswertung

3.1 Häufigkeitsverteilung des Radioaktiven Zerfalls

Auf den sich im Anhang befindenden Verteilungsdiagrammen sind die jeweilige Klasseneinteilung $x(j)$, die experimentelle Häufigkeit $k(x_j)$ und die theoretische Häufigkeit für die jeweilige Verteilungshypothese nP_j , sowie Mittelwert \bar{x} , Standardabweichung s , Anzahl der Freiheitsgrade f und χ^2 -Wert zu finden. Die 500 Einzelmessungen sollen hier nicht mitangegeben werden, sie sind am Versuchsplatzrechner unter *rukat1.tsv* und *rukat2.tsv* zu finden. Aus einer Tabelle für die Quantile der χ -Quadrat Verteilung [2] lesen wir die, für uns interessante, **Irrtumswahrscheinlichkeit** α ab und berechnen diese außerdem auf bis zu vier Nachkommastellen genau mit Hilfe eines Onlinerechners [3] (Hier soll uns die Angabe von zwei Nachkommastellen genügen.) Das Zeitintervall in dem jeweils die Impulse gemessen werden soll t heißen.

Es ergibt sich für die Verteilungshypothesen:

3.1.1 Daten für die Gauß-Verteilung

^{137}Cs (mit $t = 1\text{s}$)			
$f = 5$	$\chi^2 = 42$	$\alpha < 0,0001$	$\alpha = 0,0$
^{60}Co (mit $t = 6\text{s}$)			
$f = 13$	$\chi^2 = 8$	$0,7 < \alpha < 0,9$	$\alpha = 0,81$

3.1.2 Daten für die Poissons-Verteilung

^{137}Cs (mit $t = 1\text{s}$)			
$f = 5$	$\chi^2 = 3$	$0,5 < \alpha < 0,7$	$\alpha = 0,63$
^{60}Co (mit $t = 6\text{s}$)			
$f = 13$	$\chi^2 = 6$	$0,95 < \alpha < 0,975$	$\alpha = 0,96$

3.1.3 Auswertung

Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 63% (Wahrscheinlichkeit sich beim Verwerfen der These zu irren) beschreibt die Poissonsverteilung den ^{137}Cs -Zerfall gut, wohingegen die

Gaußverteilung eine Irrtumswahrscheinlichkeit liefert die deutlich kleiner als 1 ‰ ist. Für das ^{60}Co ist die Irrtumswahrscheinlichkeit einer Gaußverteilung 81%, die einer Poissonverteilung sogar 96%.

Es bestätigt sich also die Annahme, dass eine Poissonverteilung den radioaktiven Zerfall gut nähert und besonders bei Stoffen mit geringen Zerfallsraten, also geringen Wahrscheinlichkeiten ($\bar{x}_{^{137}\text{Cs}} = 2,25$) einer Gaußverteilung eindeutig überlegen ist. Dieser Effekt verringert sich für höhere Wahrscheinlichkeiten ($\bar{x}_{^{60}\text{Co}} = 42,2$), was die Tatsache bestätigt, dass eine Poissonverteilung für große \bar{x} , (genauer: für $\bar{x} \rightarrow \infty$) in eine Gaußverteilung übergeht.

3.2 Strahlungsabsorption durch Blei

Für den Nulleffekt erhalten wir 200 Einschläge nach 546,24s. Mit dem γ -Strahler erhalten wir für eine Impulsanzahl von $n = 1000$ und die Schichtdicke z folgende Werte:

$z[\text{mm}]$	$t[\text{s}]$
0	300.01
1	330.87
1.7	341.14
3.3	385.75
6.8	556.55
11.2	778.31

Aus unserer Messung für den Nulleffekt ermitteln wir einen Korrekturfaktor für diese Werte. Da der Nulleffekt für nur 200 Einschläge ermittelt wurde stellen wir unsere Ergebnisse als normierte Impulsraten in s^{-1} dar. Wir führen als Bezeichnung \mathbf{x} für absolute Impulszahlen, $\dot{\mathbf{x}}$ für Impulsraten (normiert) und $\dot{\mathbf{x}}'$ für bezüglich des Nulleffekts berichtigte Impulsraten ein. Für den Nulleffekt folgt:

$$\dot{x}_N = \frac{200}{546,24\text{s}} \approx 0,37\text{s}^{-1}$$

Die berichtigten Impulsrate \dot{x}' können wir mittels des Zusammenhangs $\dot{x}' = \dot{x} - \dot{x}_N$ berechnen:

Impulszahl x	$z[\text{mm}]$	$t [\text{s}]$	Impulsrate \dot{x}	berinigte Impulsrate \dot{x}'
1000	0	300,01	3,33	2,96
1000	1	330,87	3,02	2,65
1000	1,7	341,14	2,93	2,56
1000	3,3	385,75	2,59	2,22
1000	6,8	556,55	1,8	1,43
1000	11,2	778,31	1,28	0,91
200	0	546,24	0,37	0

Wir wollen nun die Funktion

$$f(z) = \frac{\dot{x}_z - \dot{x}_N}{\dot{x}_0 - \dot{x}_N} = \frac{\dot{x}'_z}{\dot{x}'_0} = \frac{I}{I_0} \quad (1)$$

betrachten, die die relative Veränderung der Impulszahlen in Abhängigkeit von der Bleiplattendicke darstellt.

In dieser Darstellung wollen wir auch die Fehler bzw. Fehlerbalken berücksichtigen, weshalb wir zunächst die Messfehler und ihre Forpflanzung betrachten wollen.

3.2.1 Fehlerbetrachtung

Systematische Fehler

- Für **die Zeitmessung** nehmen wir einen Fehler von \pm der letzten angezeigten Ziffer an, also $\pm 0,01s$. Dies entspricht bei Zeitmessungen der Größenordnung von 300 und mehr Sekunden einem Fehler von deutlich weniger als 0.01%, den wir als vernachlässigbar annehmen nicht weiter betrachten.
- Die **Dicke der Bleiplatten** wollen wir ebenfalls als nicht fehlerbehaftet ansehen.

Zufällige Fehler

Wie wir bereits festgestellt nähert eine Poissons-Verteilung die Wahrscheinlichkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls in gutem Maße. Für die Standardabweichung einer Poissonsverteilung gilt weiterhin $s = \sqrt{\bar{x}}$, was wir folglich als absoluten Fehler für unsere Impulsanzahlen annehmen können. Für den Fehler der Impulsraten folgt nach der Gaußschen Fehlerforpflanzung $u_{\dot{x}} = \frac{\sqrt{\bar{x}}}{t}$.

Impulsrate \dot{x} [s^{-1}]	absoluter Fehler $u_{\dot{x}}$ [s^{-1}]
$\dot{x}_0 = 3.33$	0.11
$\dot{x}_1 = 3.02$	0.10
$\dot{x}_2 = 2.93$	0.09
$\dot{x}_3 = 2.59$	0.08
$\dot{x}_4 = 1.80$	0.06
$\dot{x}_5 = 1.28$	0.04
$\dot{x}_N = 0.37$	0.03

Unter erneuter Beachtung der Gaußschen Fehlerforpflanzung folgt für den Fehler von $f(z)$

$$\begin{aligned}
 u_{f(z)} &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_z} u_{\dot{x}_z}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_0} u_{\dot{x}_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_N} u_{\dot{x}_N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{u_{\dot{x}_z}}{\dot{x}_0 - \dot{x}_N}\right)^2 + \left(\frac{\dot{x}_z - \dot{x}_n}{(\dot{x}_0 - \dot{x}_n)^2} u_{\dot{x}_0}\right)^2 + \left(\frac{\dot{x}_z - \dot{x}_0}{(\dot{x}_0 - \dot{x}_n)^2} u_{\dot{x}_N}\right)^2}
 \end{aligned}$$

und wir erhalten:

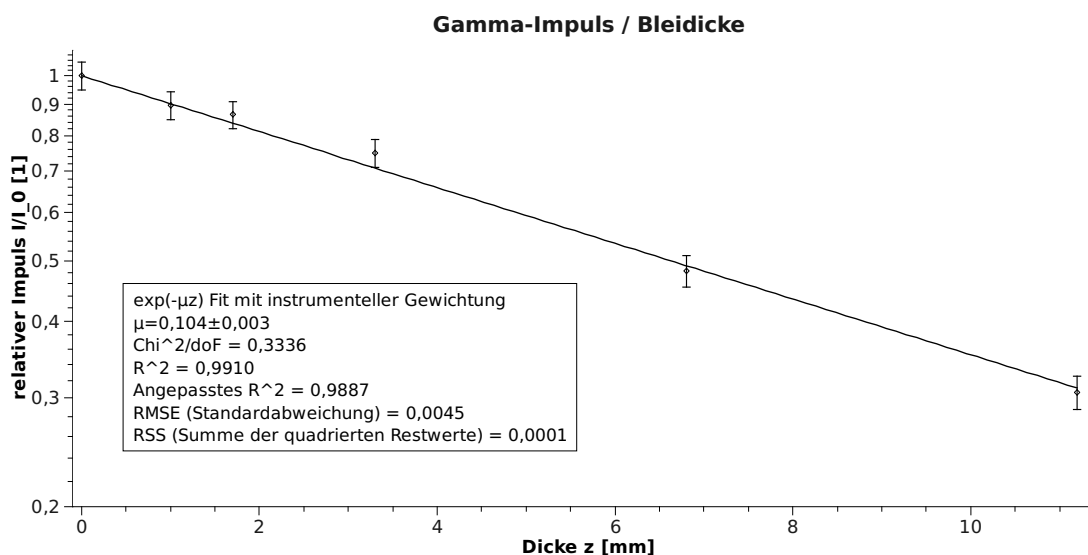
Dicke z [mm]	$f(z)$	$u_{f(z)}$
0	1.000	0.052
1	0.895	0.047
1.7	0.865	0.044
3.3	0.750	0.039
6.8	0.483	0.028
11.2	0.307	0.019

3.2.2 Der lineare Schwächungskoeffizient μ

Nun können wir also unsere Funktion $f(z)$ diskutieren: Für die Intensität der γ -Strahlung in Abhängigkeit von der Schichtdicke und des lineare Schwächungskoeffizientn μ gilt $I = I_0 \exp(-\mu z)$. Dies führt zu:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu z \quad (2)$$

Wir können μ also aus der negativen Steigung der Funktion $f(z) = \frac{I}{I_0}$ unter logarithmischer Darstellung der Ordinate ermitteln. Die Steigung erhalten wir mittels einer gewichteten Regression der Form $e^{-\mu z}$:



Wir ermitteln einen Schwächungskoeffizient von $\mu = (0,104 \pm 0,003) \text{ mm}^{-1}$, der es uns ermöglicht die Halbwertsdicke $z_{\frac{1}{2}}$ zu errechnen:

$$z_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu} \approx (6,7 \pm 0,2) \text{ mm} \quad (3)$$

3.3 Energie des γ -Strahlers

Mit dieser Halbwertsdicke und können wir aus der Grafik des Praktikumsheftes (S.20) [1] die Photonenenergie des γ -Strahlers als $\approx 0,76 \text{ MeV}$ ablesen.

4 Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung

4.1 Häufigkeitsverteilung des radioaktiven Zerfalls

Die erwarteten Ergebnisse für die Häufigkeitsverteilung haben sich durch unseren χ -Quadrat Test bestätigt. Hier wäre jedoch eine noch deutlichere Übereinstimmung mit der Poissons-Verteilung messbar, würde man Präparate mit höheren Zerfallsraten bzw. größere Zeitintervalle, also insgesamt größere Ereigniswahrscheinlichkeiten (\bar{x}) wählen.

4.2 Blei zur Strahlungsabsorption und Energie des γ -Strahlers

Beim Vergleichen des ermittelten Energie-Werts $\approx 0,76\text{MeV}$ mit dem Literaturwert von $\approx 0,66\text{MeV}$ [4] zeigt sich eine Abweichung von ca. 13% nach oben. Da Fehler in der zum Ablesen verwendeten Grafik[1] und in der verwendeten Formel (3) auszuschließen sind muss die Zugehörige Halbwertsdicke $z_{\frac{1}{2}}$ ebenfalls zu groß- und der zugehörige Schwächungskoeffizient μ zu klein sein. Der angegebene Fehler der Halbwertsdicke und ungenaues ablesen aus der Grafik[1] sind mögliche Fehlerquellen, können aber nicht die einzigen sein, da auch unter ihrer Beachtung der Energie eindeutig zwischen 0,7 und 0,8 MeV liegt.

Möglicherweise ist unsere Prämisse die Dicke der Bleiplatten als nicht fehlerbehaftet zu betrachten nicht tragbar. Bei den geringen Dicken zwischen 1 und 11 mm könnten durch Abrieb oder Eichtolleranzen entstandene Ungenauigkeiten merklichen Einfluss haben. Auf Nachfrage bei anderen Studenten beschrieben diese am selben Versuchsplatz qualitativ gleiche Abweichungen erhalten zu haben, was den Verdacht eines systematischen Fehlers ebenso erhärtet wie die Vermutung, dass die Bleiplatten schon mehrere Jahrzehnte verwendet werden.

Des weiteren ist die Messung des Nulleffekt mit nur 200 Impulsen eine potentielle Fehlerquelle, da die natürliche kosmische und terrestrische Hintergrundstrahlung deutlichen Schwankungen unterliegt (oft durch kosmische Schauer bedingt)[5]. Hier würde das Messen einer größeren Impulsanzahl höhere Genauigkeit bringen, was für alle anderen Messungen ebenfalls gilt.

Theoretisch würde es keine Schwierigkeit darstellen Messungen von mehreren 10.000 Impulsen abzuwarten und so zufällig Messabweichungen zu minimieren.

5 Anlage

5.1 Messdaten

anbei:

- Vier χ -Quadrat-Tests
- Messdatenprotokoll

5.2 verwendete Software

- Programm zur Aufzeichnung der Zählrohrmessdaten
- chi.exe
- L^AT_EX
- Texmaker 1.8
- QtiPlot 0.9.6.2
- Ubuntu 9.04 - Jaunty Jackalope

Literatur

- [1] *Physikalisches Grundpraktikum - Mechanik und Thermodynamik* ([http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Mechanik und Thermodynamik/PDF-Dateien/Mechanik und Thermodynamik.pdf](http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Mechanik_und_Thermodynamik/PDF-Dateien/Mechanik_und_Thermodynamik.pdf) - 22.04.09)
- [2] Papula, Lothar (2008), *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, fünfte Auflage, Vieweg und Teubner, Wiesbaden
- [3] Programm zur Ermittlung der Irrtumswahrscheinlichkeit zur Verfügung gestellt von John C. Pezzullo (<http://statpages.org/pdfs.html> - 30.04.09)
- [4] *Table of Radioactive Isotopes* (<http://ie.lbl.gov/toi/perchart.htm> - 01.05.09)
- [5] Meschede, Dieter (2003) *Gerthsen Physik*, 22. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York