

**Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik – Physikalisches Grundpraktikum**

Versuchsprotokoll

Statistik und Radioaktivität (F7)
Arbeitsplatz 1

durchgeführt am **13.05.2009**
mit Versuchspartner **Andreas Koher** (529787)

Protokoll von **Sebastian Milster** (529125)

- I. Einleitung**
- II. Impulsrate mit Cäsium**
- III. Impulsrate mit Cobalt**
- IV. Auswertung**
- V. Absorption durch Blei**
- VI. Auswertung**

I. Einleitung

In diesem Versuch soll mit Hilfe eines Geiger-Müller-Zählrohrs die Häufigkeitsverteilung der radioaktiven Zerfallsrate von einem ^{60}Co - und einem ^{137}Cs -Präparat festgestellt und mit den theoretischen Verteilungshypothesen von Gauß und Poisson verglichen werden. Des Weiteren soll die Absorption der vom ^{137}Cs -Präparat emittierten γ -Strahlen durch Blei mit einer graphischen Darstellung erläutert werden. Abschließend soll der lineare Schwächungskoeffizient μ , die Halbwertsdicke $d_{1/2}$ und die Energie der γ -Strahlung ermittelt werden.

Bei der Versuchsdurchführung wurde ein Computerprogramm verwendet, das in sehr genauen Zeitintervallen die Zahl der Anregungen im Zählrohr protokolliert, bzw. eine sehr genaue Zeitmessung (Anzeigeungenauigkeit: $u=0,01\text{ s}$) für eine bestimmte Anzahl an Anregungen macht. Die Daten wurden anschließend mit dem Programm CHI.EXE ausgewertet, die zugehörigen Ergebnisse sind im Protokoll aufgeführt und im Anhang zu finden.

Die physikalischen Grundlagen, Versuchsaufbau und die Durchführung befinden sich im Skript "Mechanik und Thermodynamik" ab Seite 12.

Vor Beginn der Messdurchführung wurde die Nullrate (Anzahl Anregungen ohne radioaktives Präparat) bestimmt um den Einfluss der Umgebungsstrahlung abzuschätzen:

200 Impulse in 777,66 Sekunden ergibt:

$$x_N = 0,257\text{ s}^{-1}$$

Formeln aus dem Skript:

$$\chi_p^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(k(x_j) - n \cdot P_j)^2}{n \cdot P_j} \quad (8)$$

$$\frac{x_z - x_N}{x_o - x_N} = f(z) \quad (*)$$

II. Impulsrate mit Cäsium-137

Bei dieser Messreihe wurde das Zeitintervall auf **eine Sekunde** festgelegt um einen Mittelwert zwischen 1 und 3 zu erhalten. Es wurden 500 Messungen durchgeführt. Die Datenliste ist in der Datei *koher01.tsv* am Versuchscomputer zu finden.

$$x_{min}=0; \quad x_{max}=8;$$

Manuelle Klassenenteilung:

Klassenanzahl: $N=9$

Klassengrenzen: $\{-0,5; 1,5; 2,5; 3,5; 4,5; 5,5; 6,5; 7,5; 8,5\}$

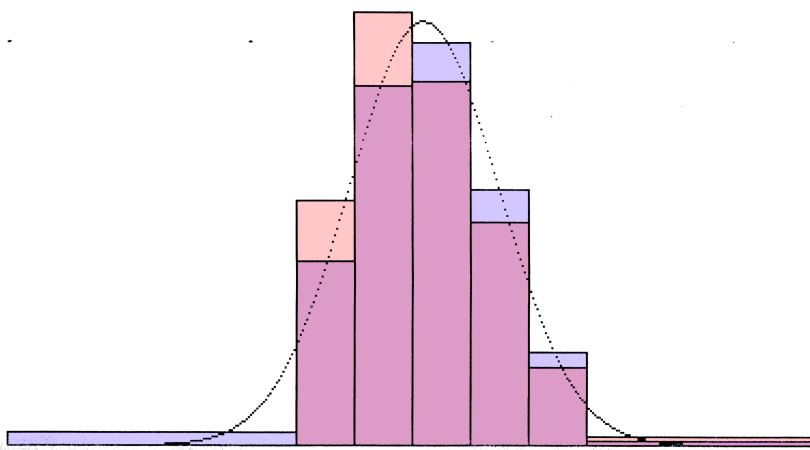
Mit CHI.EXE wurden für jede Hypothese eine automatische Klassenzusammenfassung und Verschiebung der Klassengrenzen vorgenommen um mindestens 5 Messungen pro Klasse zu erhalten.

Das Programm lieferte folgende Ergebnisse:

Gauß-Hypothese:

Mittelwert: 1.698
 Standardabweichung: 1.298525
 $\text{CHI}^2 = 43.0224$ $f = 4$

j	x(j)	k(x _j)	n·P _j
1	-3	0	22.66849
2	0	89	66.42802
3	1	157	130.6443
4	2	132	146.0895
5	3	81	92.90079
6	4	28	33.57101
7	6.5	13	7.748451

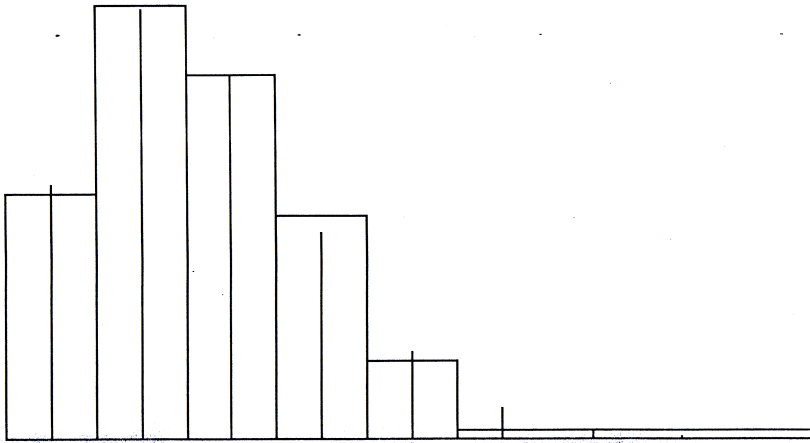


f - Freiheitsgrade
 j - Nummer der Klasse
 $x(j)$ - untere Klassengrenze (von CHI.EXE angepasst)
 $k(x_j)$ - experimentelle Häufigkeit
 $n \cdot P_j$ - theoretische Häufigkeitswerte für jeweilige Hypothese

Poisson-Hypothese:

Mittelwert: 1.698
 Standardabweichung: 1.298525
 CHI² = 1.251526
 f = 4

j	x(j)	k(x _j)	n*P _j
1	0	89	91.52463
2	1	157	155.4088
3	2	132	131.9421
4	3	81	74.67921
5	4	28	31.70133
6	6.5	13	14.70839



Vergleich:

Beim Vergleich der experimentellen Werte mit den theoretischen fällt auf, dass bei der Gauß-Hypothese insbesondere in den ersten vier Klassen eine starke Abweichung (mehr als 20 Impulse) vorliegt. Die Poisson-Verteilung scheint das Messergebnisse besser anpassen zu können, es treten wesentliche kleinere Abweichungen auf! Diese Tatsache spiegelt sich natürlich im χ^2 -Wert wieder, der nach (8) berechnet wird.

Mithilfe der Tabelle auf Seite 14 im Beiheft können wir die Irrtumswahrscheinlichkeit α bestimmen. Sie beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit man sich beim Verwerfen der These irrt.

Cäsium-137			
Impulsrate: $I_{Cs} = (2 \pm 1) s^{-1}$			
Gauß-Verteilung			
$f = 4$	$\chi^2_{Gau\beta} = 43,0224$	$\chi^2_{Gau\beta} > 18,5$	$\alpha_{Gau\beta} < 0,001$
Poisson-Verteilung			
$f = 4$	$\chi^2_{Poisson} = 1,25152$	$1,06 < \chi^2_{Poisson} < 2,19$	$0,7 < \alpha_{Poisson} < 0,9$

Wie erwartet, liegt $\alpha_{Gau\beta}$ deutlich unter $\alpha_{Poisson}$. Da $\alpha_{Gau\beta} < 0,06$, wird die Anpassung der Messreihe durch die Gauß-Verteilung als *fehlend* klassifiziert. Die Poisson-Hypothese, hier als *gut* klassifiziert, stellt eine wesentlich genauere Anpassung dar.

III. Impulsrate mit Cobalt-60

Bei dieser Messreihe wurde das Zeitintervall auf **vier Sekunden** festgelegt um einen Mittelwert über 60 zu erhalten. Es wurden 500 Messungen durchgeführt. Die Datenliste ist in der Datei *koher02.tsv* am Versuchscomputer zu finden.

Bei dieser Messreihe wurde die selbe Methode zu Auswertung genutzt wie in II.

$$x_{min}=51; x_{max}=104;$$

Manuelle Klassenenteilung:

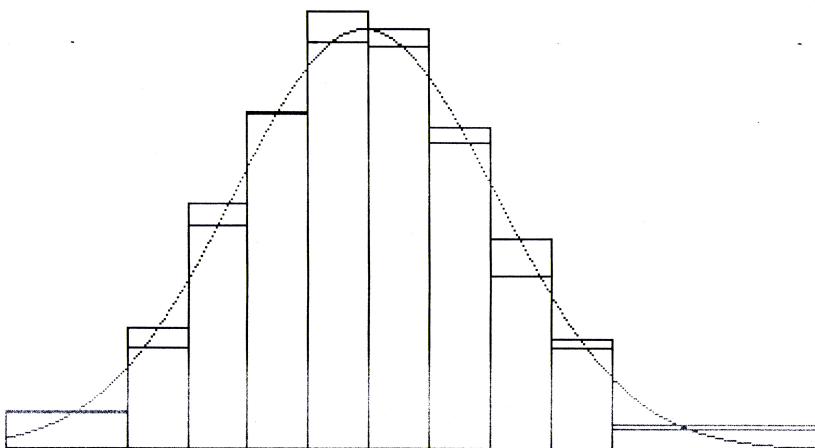
Klassenanzahl: $N=13$

Klassengrenzen:

{50,5; 54,5; 58,5; 62,5; 66,5; 70,5; 74,5; 78,5; 82,5; 86,5; 90,5; 94,5; 98,5,106,5}

Gauß-Hypothese:

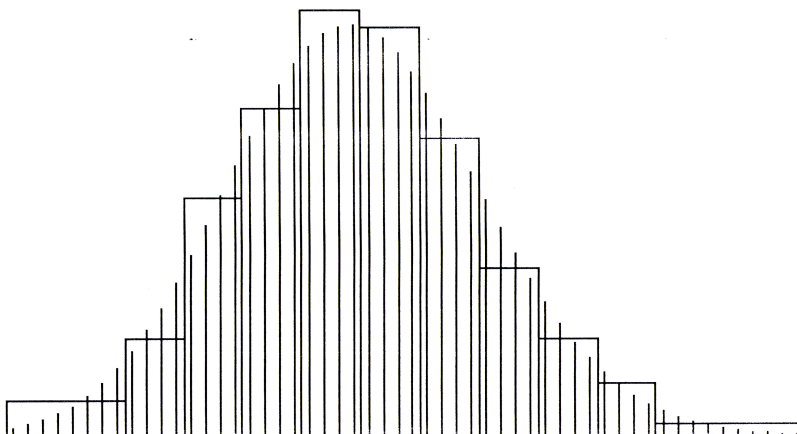
Mittelwert: 74.242
 Standardabweichung: 8.663576
 $\text{CHI}^2 = 4.675882$ $f = 7$



j	x(j)	k(x _j)	n*P _j
1	54.5	16	15.77072
2	60.5	22	26.5254
3	64.5	54	49.05242
4	68.5	74	73.56855
5	72.5	96	89.48946
6	76.5	92	88.28884
7	80.5	67	70.64702
8	84.5	38	45.8488
9	88.5	22	24.13201
10	97.5	19	15.02935

Poisson-Hypothese:

Mittelwert: 74.242
 Standardabweichung: 8.663576
 $\text{CHI}^2 = 3.426168$ $f = 9$



j	x(j)	k(x _j)	n*P _j
1	54.5	16	14.18284
2	60.5	22	26.69424
3	64.5	54	50.88629
4	68.5	74	76.22017
5	72.5	96	90.92725
6	76.5	92	87.4407
7	80.5	67	68.52334
8	84.5	38	44.19012
9	88.5	22	23.66137
10	92.5	12	10.60501
11	99.5	7	5.529933

Vergleich:

Cobalt-60			
Impulsrate: $I_{Co} = (19 \pm 2) s^{-1}$			
Gauß-Verteilung			
$f = 7$	$\chi^2_{Gau\beta} = 4,675882$	$2,83 < \chi^2_{Gau\beta} < 4,67$	$0,7 < \alpha_{Gau\beta} < 0,9$
Poisson-Verteilung			
$f = 9$	$\chi^2_{Poisson} = 3,426168$	$3,33 < \chi^2_{Poisson} < 4,17$	$0,9 < \alpha_{Poisson} < 0,95$

Für diese Messreihe ist die Gauß-Verteilung besser geeignet als für die Messreihe aus II. Mit $\chi^2_{Gau\beta} \approx 4,67$ und $\chi^2_{Poisson} \approx 3,33$ ergibt sich

$$0,7 \approx \alpha_{Gau\beta} < \alpha_{Poisson} \approx 0,95$$

Beide Anpassungsverfahren sind als *gut* eingestuft, dennoch liefert die Hypothese von Poisson eine bessere Annäherung.

IV. Auswertung

Die Poisson-Verteilung scheint den radioaktiven Zerfall mit guter Näherung zu beschreiben. Insbesondere für Materialien mit geringer Zerfallsrate liefert sie im Vergleich zur Gauß-Methode eine vorteilhafte Annäherung.

Beide Hypothesen gewinnen an Glaubwürdigkeit bei größeren Zeitintervallen und Materialien mit größeren Zerfallsraten. Verallgemeinert steigt sie mit zunehmender Anzahl gemessener Impulse pro Zeitintervall, denn dadurch steigt die Anzahl der Klassen und Freiheitsgrade.

Um glaubwürdige Aussagen über den Zerfall eines Präparates machen zu können, sollte eine Einstellung mit ausreichend großer Anzahl Impulse pro gemessenes Zeitintervall gefunden, möglichst viele Wertepaare aufgezeichnet und eine Poisson-Näherung herangezogen werden.

V. Absorption durch Blei

Bei dieser Messreihe wurde die Zeit für jeweils 1000 Impulse bei verschiedenen Bleidicken zwischen Zählrohr und Cäsium-Präparat gemessen. Für die Bleidicke $z=11,2\text{ mm}$ wurde die Zeit für nur 500 Impulse gemessen. Diese Anzahl ist wie in III. ersichtlich ausreichend um eine *gute* Annäherung zu erhalten.

Aus diesen Werten kann die Impulsrate $x_z=1000/t_z$ in Abhängigkeit der Dicke z ermittelt werden. Um die tatsächlichen Impulsraten zu erhalten, muss eine Korrektur vorgenommen werden: Die Umgebungsstrahlung hat das Zählrohr ebenfalls angeregt, weshalb die Nullrate $x_N=0,257\text{ s}^{-1}$ von den Impulsraten x_z abgezogen werden muss.

Messergebnisse und daraus berechnete Größen:

x_o ist die unkorrigierte Impulsrate für $z=0$. Die korrigierten Impulsraten bezeichnen wir nun als $I_z=x_z-x_N$ und speziell $I_o=x_o-x_N$. Der Fehler für x_z wird folgendermaßen berechnet:

$$x_z = \frac{n}{t_z}; \quad \Rightarrow \quad u_{x_z} = \frac{u_n}{t_z}$$

In II. und III. haben wir die gute Näherung der Poisson-Verteilung für den radioaktiven Zerfall festgestellt. Die Standardabweichung der Impulsanzahl für berechnet sich also mit $s=\sqrt{n}=u_n$:

$$\Rightarrow \quad u_{x_z} = \frac{\sqrt{n}}{t_z}$$

u_{x_z} ist zwar eigentlich vom Fehler der Bleidicke und der Zeit abhängig. Doch die Bleidicke soll als fehlerfrei angesehen werden und der Einfluss des systematischen Fehlers e_s durch die Zeitmessung ist vernachlässigbar klein:

Für $z=0$, die Messreihe, bei der der größte Fehler wegen der kürzesten Messung zu erwarten ist, berechnet sich

$$e_s = \frac{u_t}{t} = \frac{0,01}{369,3} \approx 3 \cdot 10^{-5} \approx 0$$

Der Fehler für die korrigierte Impulsrate wird wie folgt berechnet:

$$I_z = x_z - x_N; \quad \Rightarrow \quad u_{I_z} = u_{x_z} + u_{x_N} = u_{x_z} + \frac{\sqrt{n_N}}{t_N}$$

Aus diesen Werten können wir $f(z)$ berechnen:

$$f(z) = \frac{I}{I_0} = \frac{x_z - x_N}{x_0 - x_N} \quad (*)$$

Der Fehler für f :

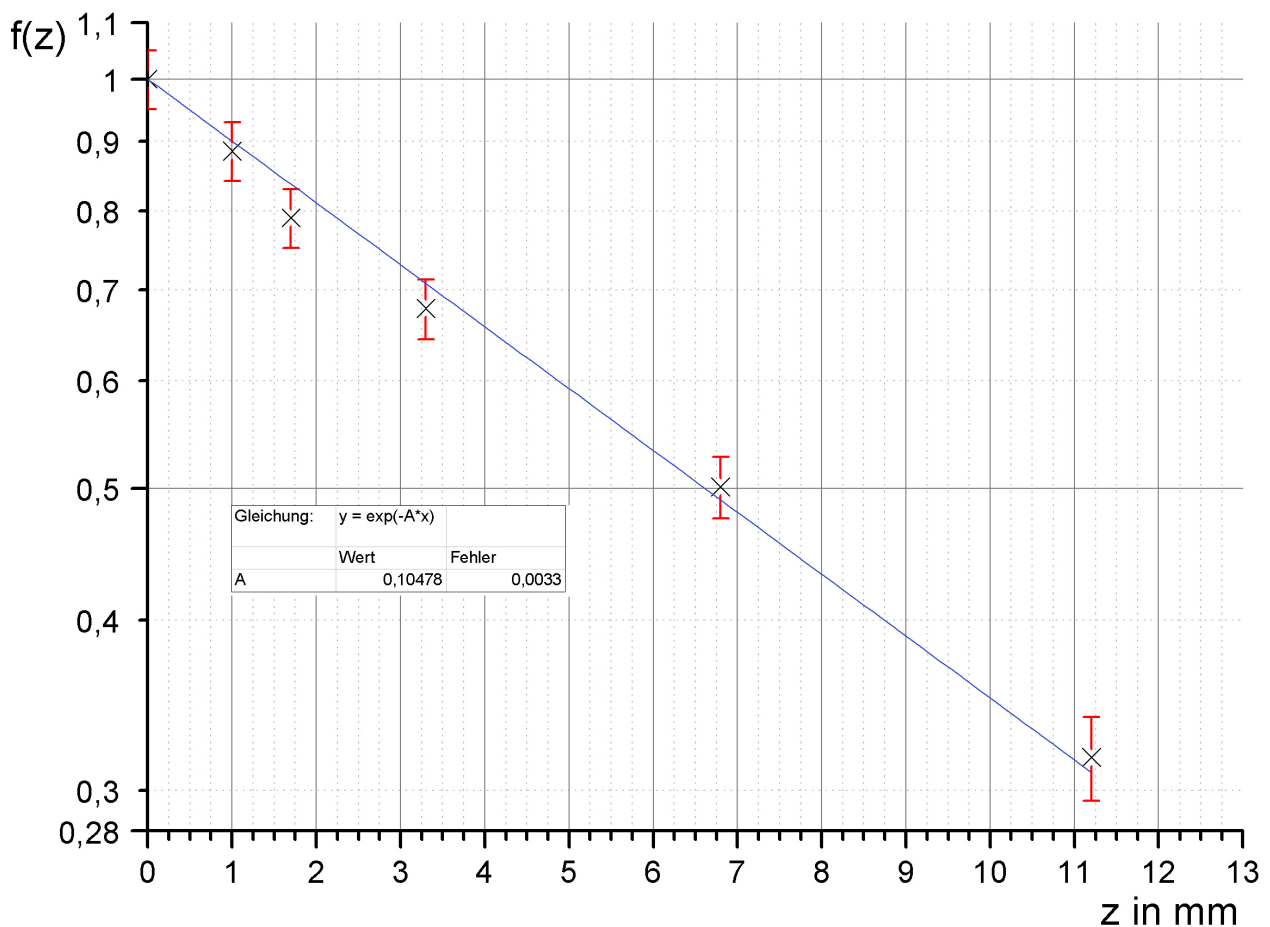
$$u_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_z} \cdot u_{x_z}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_0} \cdot u_{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_N} \cdot u_{x_N}\right)^2}$$

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{1}{x_0 - x_N} \cdot u_{x_z}\right)^2 + \left(\frac{x_N - x_z}{(x_0 - x_N)^2} \cdot u_{x_0}\right)^2 + \left(\frac{x_z - x_0}{(x_0 - x_N)^2} \cdot u_{x_N}\right)^2}$$

Alle Werte wurden in der folgenden Tabelle zusammenfasst:

Bleidicke	Impulszahl	Zeit	Impulsrate	Fehler	korr. Impulsrate	Fehler		Fehler
z in mm	n	t _z in s	x _z in s ⁻¹	u _{x_z} in s ⁻¹	I _z in s ⁻¹	u _{I_z} in s ⁻¹	f(z)	u _f
0	1000	369,3	2,70783	0,08563	2,45064	0,10381	1	0,04942
1	1000	412,08	2,42671	0,07674	2,16953	0,09492	0,88529	0,04402
1,7	1000	455,68	2,19452	0,0694	1,93734	0,08758	0,79054	0,03959
3,3	1000	521,02	1,91931	0,06069	1,66213	0,07888	0,67824	0,03436
6,8	1000	672,99	1,48591	0,04699	1,22872	0,06517	0,50139	0,02623
11,2	500	483,35	1,03445	0,04626	0,77727	0,06445	0,31717	0,02247
Nullrate								
0	200	777,66	0,25718	0,01819				

Graphische Darstellung:



Die Darstellung erfolgte auf einer logarithmischen Skala. Der exponentielle Fit mit der Gleichung $y=e^{-A \cdot x}$ mit $y=f(z); x=z; A=\mu$ ergibt somit eine Gerade.

Schwächungskoeffizient:

$$\underline{\mu=(0,105 \pm 0,003) \text{ mm}^{-1}}$$

Die Halbwertsdicke:

$$f(z_{1/2}) = \frac{0,5 \cdot I_o}{I_o} = e^{-0,105 \text{ mm}^{-1} \cdot z_{1/2}}$$

$$\bar{z}_{1/2} = \frac{\ln(0,5)}{-0,105 \text{ mm}^{-1}} \approx 6,6014 \text{ mm}$$

$$u_{z_{1/2}} = \left| \frac{\ln(0,5)}{\mu^2} \cdot u_{\mu} \right| = 0,189 \text{ mm}$$

$$z_{1/2} = (6,6 \pm 0,2) \text{ mm}$$

Photonenenergie:

$$\underline{E \approx 0,77 \text{ MeV}}$$

Zur Bestimmung der Photonenergie wurden die Tabellen im Beiheft auf Seite 19 und 20 verwendet.

VI. Auswertung

Bei dieser Messreihe konnten wir Werte ermitteln, die den erwarteten Größenordnungen entsprechen. Mehreren Quellen zufolge ist die Energie der Photonen mit $E \approx 0,66 \text{ MeV}$ bestimmt worden. Unsere Berechnung überlappt nicht mit ihrer Ungenauigkeit leider nicht den theoretischen Wert. Dies bedeutet auch, dass die berechneten Werte für die Halbwertsdicke und den Schwächungskoeffizient zu groß bzw. zu klein sind.

Ein Hinweis für eine unzureichende Fehlerberücksichtigung ist die Graphische Darstellung. Die Punkte streuen sehr weit um die Ausgleichsfunktion. Insbesondere der Wert für $z=1,7 \text{ mm}$ fällt auf, da der Fehlerbalken die Funktion nicht schneidet. Es müssen also einige Fehlerquellen nicht berücksichtigt worden sein.

Die Nullrate beeinflusst das Ergebnis maßgeblich. Trotzdem wurde sie aus nur 200 Impulsen ermittelt. Eine längere Messung würde die Glaubwürdigkeit des Ergebnisses verbessern und stabiler gegenüber statistischen Schwankungen sein.

Die Bleidicke wurde also fehlerfrei angenommen, was durch den regelmäßigen Gebrauch nicht der Fall sein kann, da Blei ein relativ weiches und somit verformbares Metall ist. Ist die Bleidicke kleiner als angegeben, so wird die zu groß ausgefallene Halbwertsdicke ersichtlich.