



PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM I

Versuchsprotokoll

P2 : M12 – Saitenschwingung

Versuchsort: Raum 211 - 1

Versuchsbetreuer: Dr. Uwe Müller

Name:

Drobniewski, Kai;

Matr.Nr.:

Versuchspartner:

Matr.Nr.:

06. Mai 2009

Inhaltsverzeichnis

1. Abstrakt	1
2. Versuchsaufbau und -durchführung	1
3. Messergebnisse und Auswertung	2
3.1 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Mode.....	2
3.2 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Saitenlänge.....	4
3.3 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Zugkraft	8
4. Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung	10
4.1 Auswertung der Ergebnisse	10
5. Anhang	11
5.1 Messdatenprotokoll.....	11

1. ABSTRAKT

In dem Versuch soll die Resonanzfrequenz einer Saite bei verschiedenen Moden, unterschiedlichen Saitenlängen und variierten Zugkräften gemessen werden. Außerdem wird die Lage der Schwingungsknoten überprüft.

Dies dient zum Einen der Überprüfung der Kenntnisse über diese einfache eindimensional stehende Welle und zum Anderen sind die Frequenzen für die Akustik interessant, gerade bei verschiedenen Längen im Zusammenhang mit Gitarren oder ähnlichen Instrumenten.

2. VERSUCHSAUFBAU UND -DURCHFÜHRUNG

Als erstes wird die Resonanzfrequenz gemessen, wobei beachtet werden muss, dass die Eigenfrequenz der Saite die doppelte gemessene Frequenz des Frequenzgenerators ist.

Die Lage der Schwingungsknoten wird über die Verschiebung der Detektorspule bestimmt, wobei nur der erste Knoten vom Ende der Saite bestimmt wurde, da sich alle weiteren im Abstand vom Knoten zum Saitenende Richtung Saitenanfang befinden.

Nach der linearen Regression mit den Moden als Argument wird die Massendichte μ mithilfe des Anstiegs a berechnet und mit dem theoretischen Wert von $\mu=0,78$ g/m verglichen.

Bei der zweiten Messung wurde die Frequenz bei der Grundschiwingung in Abhängigkeit der Saitenlänge gemessen und dazu eine lineare Regression durchgeführt.

Die dritte Messung erfolgt in Abhängigkeit von der Zugkraft ebenfalls bei der Grundschiwingung. Die Kraft wird dabei nach dem Hebelgesetz berechnet, wonach die angreifende Kraft das k -fache der Gewichtskraft ist, die auf den Hebel wirkt, wobei k die Position der Kerbe ist.

Beim gesamten Experiment ist zu beachten, dass durch die Aufhängung der Massestücke immer 50g mehr Gewicht genommen wurden, was erst später entdeckt wurde, aber in die Messung einfließt. Außerdem betrachten wir nur die Transversalwellen.

Für detailliertere Informationen betrachte man das Script.

Benutzte Messmittel, bzw. angegebene Unsicherheiten:

MESSINSTRUMENT	MESSUNSICHERHEIT
Maßstab	1 mm
Oszillator	0,1 Hz
Massestück	1 g

Berechnungen erfolgten mit „Microsoft Excel“ und unter Verwendung von „QtiPlot“.

Folgende Formeln aus dem Script wurden verwendet:

$$f_n = \frac{c}{2 \cdot l} \cdot n \quad (1) \quad f_z - \text{Eigenfrequenzen}$$

c – Phasengeschwindigkeit

l – Saitenlänge

n – Schwingungsmode

$$c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \Leftrightarrow \mu = \frac{F_0}{c^2} \quad (2) \quad F_0 - \text{Zugkraft}$$

μ – Massendichte

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot l}{n} \quad (3) \quad \lambda_n - \text{Wellenlänge}$$

3. MESSERGEBNISSE UND AUSWERTUNG

3.1 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Mode

In diesem Versuch liegt eine konstante Saitenlänge von $l = (0,6 \pm 0,002)m$ vor.

Außerdem erhalten wir für die Zugkraft bei der Einstellung auf die 3. Kerbe mit 1,05 kg Masse $F_0 = (31,4 \pm 0,1)N$. Die Unsicherheit für die Eigenfrequenz entspricht hier das Doppelte der bei der gemessenen Frequenz, also 0,2 Hz.

Die Wellenlänge λ_n wird nun mit der Formel (3) und deren Unsicherheit mittels Fehlerfortpflanzung unter Berücksichtigung der Unsicherheit der Saitenlänge berechnet.

Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Mode

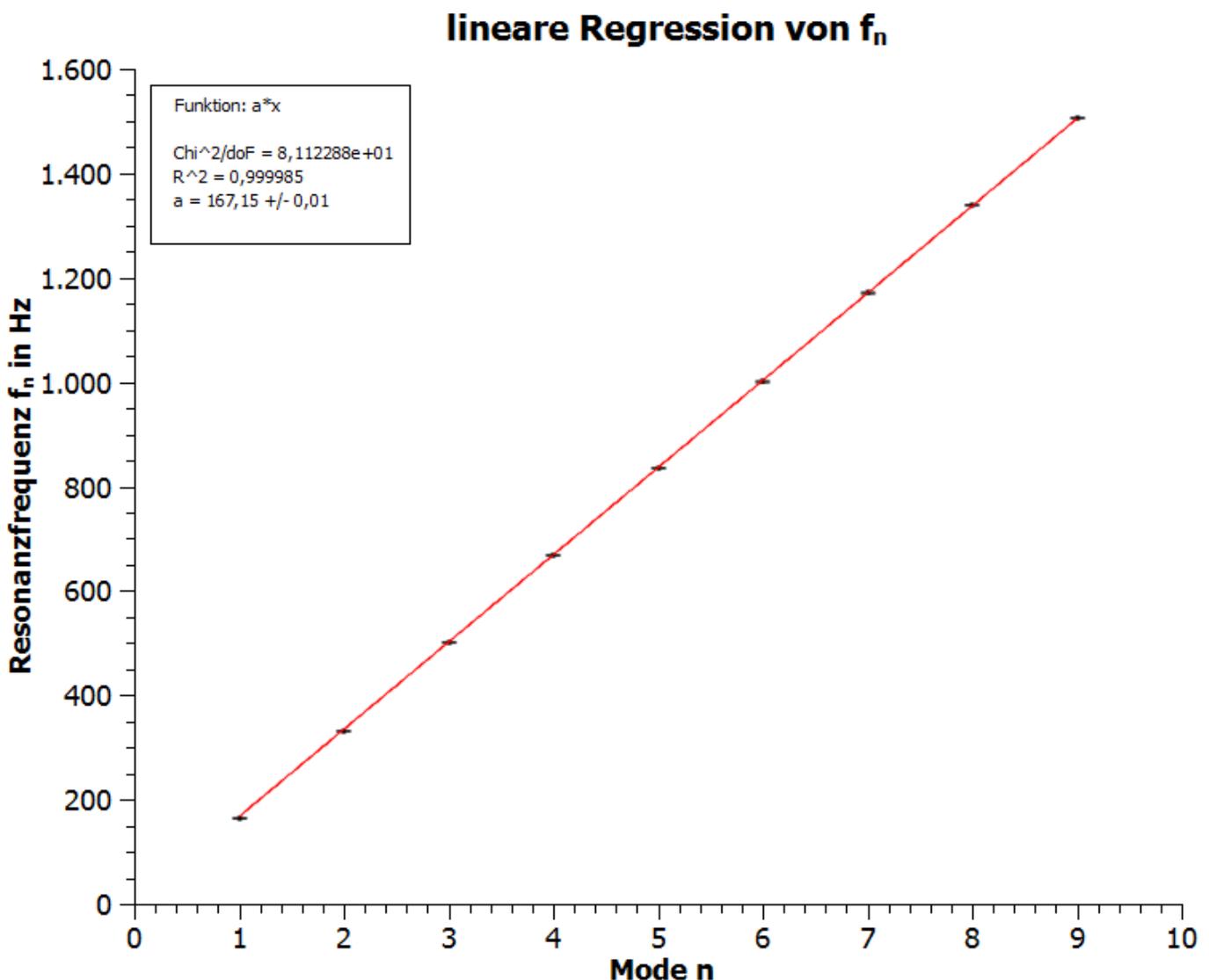
Mode n	Eigenfrequenz f_n in Hz	Lage Knoten in m	Wellenlänge λ_n in m	Unsicherheit u_{λ_n} in m
1	165,3		1,2	0,004
2	332	0,3	0,6	0,002
3	500,6	0,4	0,4	0,001
4	668,8	0,45	0,3	0,001
5	833,8	0,48	0,24	0,0008
6	1000,4	0,5	0,2	0,0007
7	1170,4	0,517	0,1714	0,0006
8	1338,6	0,525	0,15	0,0005
9	1506,4	0,532	0,1333	0,0004

Man erkennt in der Berechnung für die erste Mode, dass die Wellenlänge das Doppelte der Saitenlänge beträgt, was dadurch bestätigt wird, dass kein Knoten zwischen den Saitenenden liegt. Bei $n=2$ ist die Wellenlänge gleich der Saitenlänge und wir besitzen genau in der Hälfte einen Knoten, wie man es erwartet.

Bei der 3. Mode finden wir einen Knoten am Ende der Welle und auch in der Hälfte. (Der Abstand zum Saitenende muss jeweils immer vom Wert abgezogen werden, um die neue Knotenlage zu bestimmen)

Bei $n=4$ liegt einer in der Mitte der Welle, am Wellenende und auf halber Strecke zum Saitenende. Auch dies ist ein erwartetes Ergebnis. Fahren wir so fort bis zur 9. Mode, so erkennen wir, dass der Abstand zum Saitenende mit einer gewissen Ungenauigkeit bei einigen Werten die Hälfte der Wellenlänge beträgt und somit genau die Knoten der Welle beschreibt.

Somit können wir sagen, dass die Formel (3) durch die gefundenen Lagen der Knoten bestätigt ist.



Zur Berechnung der Massendichte μ gebrauchen wir Formel (2), wobei in diesem Fall gilt:

$$\mu = \frac{F_0}{c^2} = \frac{F_0}{(2 \cdot l \cdot a)^2}$$

Ermitteln wir nun noch die Unsicherheit von μ durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz unter Berücksichtigung der Unsicherheiten von F_0 , l und a und rechnen das Ergebnis von kg in g um, erhalten wir für die Massendichte:

$$\underline{\underline{\mu_{3,1} = (0,781 \pm 0,006) \frac{\text{g}}{\text{m}}}}$$

Vergleichen wir unser Ergebnis mit dem theoretischen Wert aus der Herstellerangabe $\mu=0,78 \text{ g/m}$, so erkennen wir eine Übereinstimmung bis auf die 2. Nachkommastelle, während der Rest im Intervall der Ungenauigkeit liegt.

Das bedeutet, dass unsere Messung und Berechnung ziemlich genau gewesen ist.

Wenn wir nun die Phasengeschwindigkeit der Transversalwelle berechnen wollen, so müssen wir Formel (1) anwenden, wobei wie bei der Berechnung der Massendichte gilt:

$$a = \frac{c}{2 \cdot l} \quad \Leftrightarrow \quad c = 2 \cdot l \cdot a$$

Beachten wir bei der Fehlerfortpflanzung die Unsicherheiten von l und a , erhalten wir für die Phasengeschwindigkeit der Transversalwelle:

$$\underline{\underline{c_{3,1} = (200,6 \pm 0,7) \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

3.2 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Saitenlänge

In dem zweiten Versuch liegt wieder eine konstante Kraft von $F_0 = (31,4 \pm 0,1) \text{ N}$ vor, allerdings variiert die Saitenlänge bei ausschließlicher Betrachtung der Grundmode.

Die Unsicherheit der Saitenlänge beträgt dabei 0,002 m, die der Frequenz beträgt wieder 0,2 Hz.

Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Saitenlänge

Länge l in m	Eigenfrequenz f_n in Hz
0,2	515,2
0,25	394,4
0,3	332,6
0,35	284,4
0,4	249,6
0,45	221
0,5	198,9
0,55	181,6
0,6	166,2
0,65	153,9

Bei den Werten ist allerdings zu beachten, dass die Eigenfrequenz für 0,25m Saitenlänge nicht von uns gemessen wurde. Diesen Wert haben wir von [REDACTED] und [REDACTED] erhalten.

Die eigentliche Eigenfrequenz aus unserer Messung beträgt 507,4 Hz und hat einen viel zu hohen Wert. Wie während der anderen Messungen bereits aufgefallen ist, konnte man auch ein leichtes Extremum in der Nähe des zuvor gemessenen Wertes erkennen, obwohl die Variationsgröße bereits verändert wurde. Dieser Fehler ist hier aufgetreten.

Im Folgenden werden nach der Berechnung der Phasengeschwindigkeit die grafischen Darstellungen zu den Werten mit der fehlerhaften Größe gezeigt und im Vergleich dazu die mit dem Korrekturwert, den wir aus den Messungen der beiden Versuchsteilnehmer erhalten haben.

Dabei wird jeweils zuerst die grafische Darstellung aufgeführt, die die geforderte Achsenverteilung besitzt (Argument = 1/l), was den Zusammenhang der Größen sehr gut darstellt, allerdings für die Unsicherheit nur einen „unbrauchbaren“ Wert liefert.

Das liegt an der Berechnung, bei der für die gewertete x-Unsicherheit das inverse Quadrat der Unsicherheit von 1/l genommen wurde. Auffällig ist dabei, dass es von den Werten keinen Unterschied machte, ob der eigentliche fehlerhafte Wert oder der Korrekturwert genutzt wurde.

Bei der zweiten grafischen Darstellung wurden die Achsen vertauscht und standartmäßig mit „QtiPlot“ die lineare Regression mit instrumenteller Gewichtung durchgeführt.

Dadurch erhielten wir für den Anstieg einen ähnlich großen Wert, wie bei der anderen Darstellung, jedoch ist die Unsicherheit wesentlich kleiner und man kann mit ihr arbeiten.

Der Unterschied zwischen den Werten bei der Korrekturgröße und dem eigenen Messwert sind auch hier nur gering.

Die Rechnungen werden im Folgenden mit dem Korrekturwert fortgeführt und es wird der Anstieg der linearen Regression bei vertauschten Achsen genutzt.

Für die Berechnung der Phasengeschwindigkeit der Transversalwelle wird wie bei 3.1. Formel (1) umgestellt:

$$a = \frac{c}{2} \quad \Leftrightarrow \quad c = 2 \cdot a$$

Für die Unsicherheit von c müssen wir also nur die Unsicherheit des Anstiegs verdoppeln.

Wir erhalten:

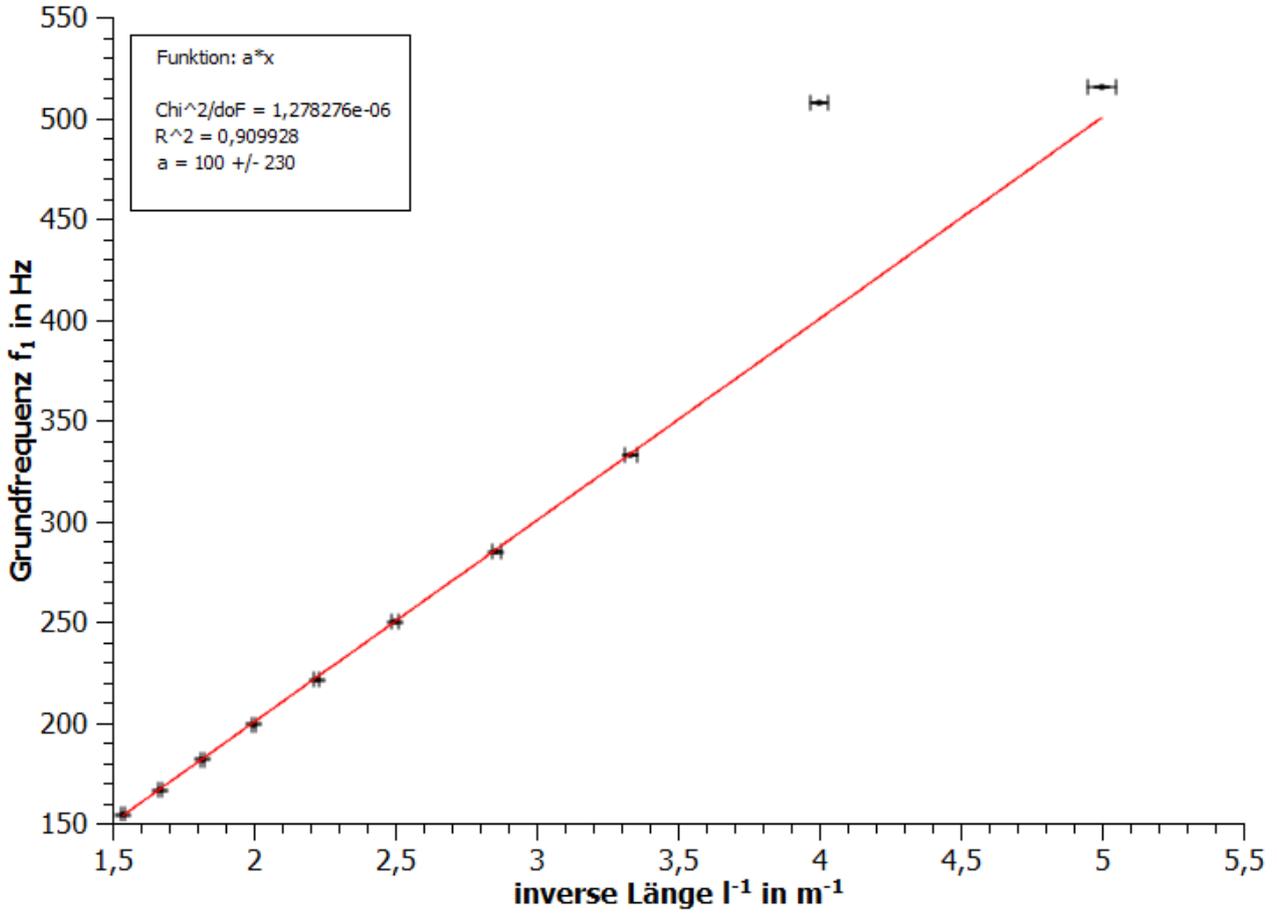
$$c_{3,2} = \underline{\underline{(202,4 \pm 0,1) \frac{m}{s}}} \quad \left(c_{3,1} = \underline{\underline{(200,6 \pm 0,7) \frac{m}{s}}} \right)$$

Im Vergleich zu 3.1 erhalten wir durch die lineare Regression einen Anstieg, der nur ein Drittel des anderen Wertes besitzt und eine Unsicherheit dafür, die sieben Mal so groß ist.

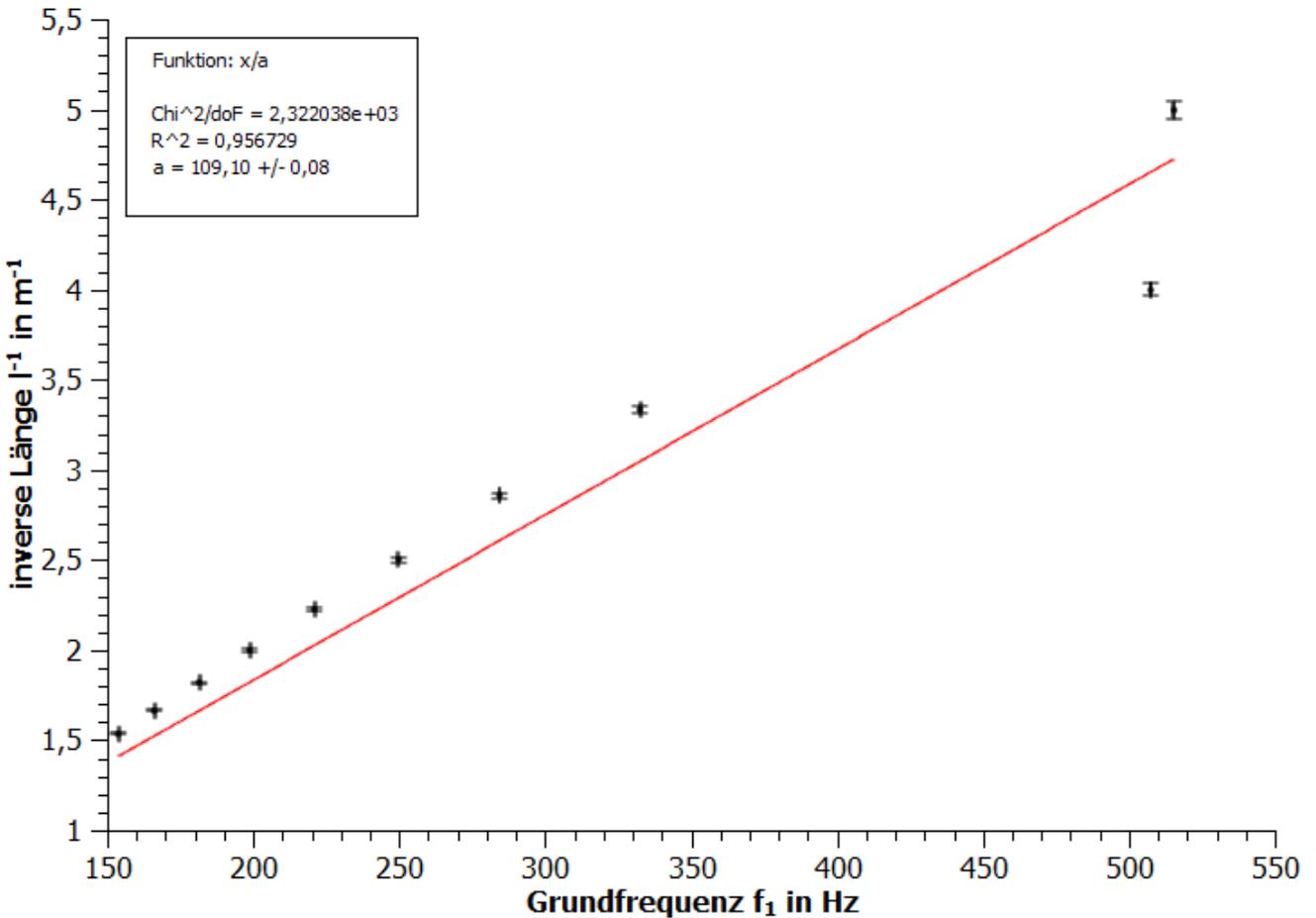
Beim Ergebnis verhält es sich mit den Unsicherheiten genau umgekehrt. Das liegt daran, dass in der weiteren Berechnung nur die Unsicherheit von a zählt, während bei 3.1 auch l zu berücksichtigen ist. Der Ergebniswert unterscheidet sich bei beiden nicht sonderlich stark voneinander, allerdings liegen beide Werte auch nicht im Intervall des jeweils anderen.

Da wir die Genauigkeit der ersten Berechnung durch die Massendichte μ schon überprüft haben, können wir davon ausgehen, dass auch unsere zweite Messung ziemlich genau war.

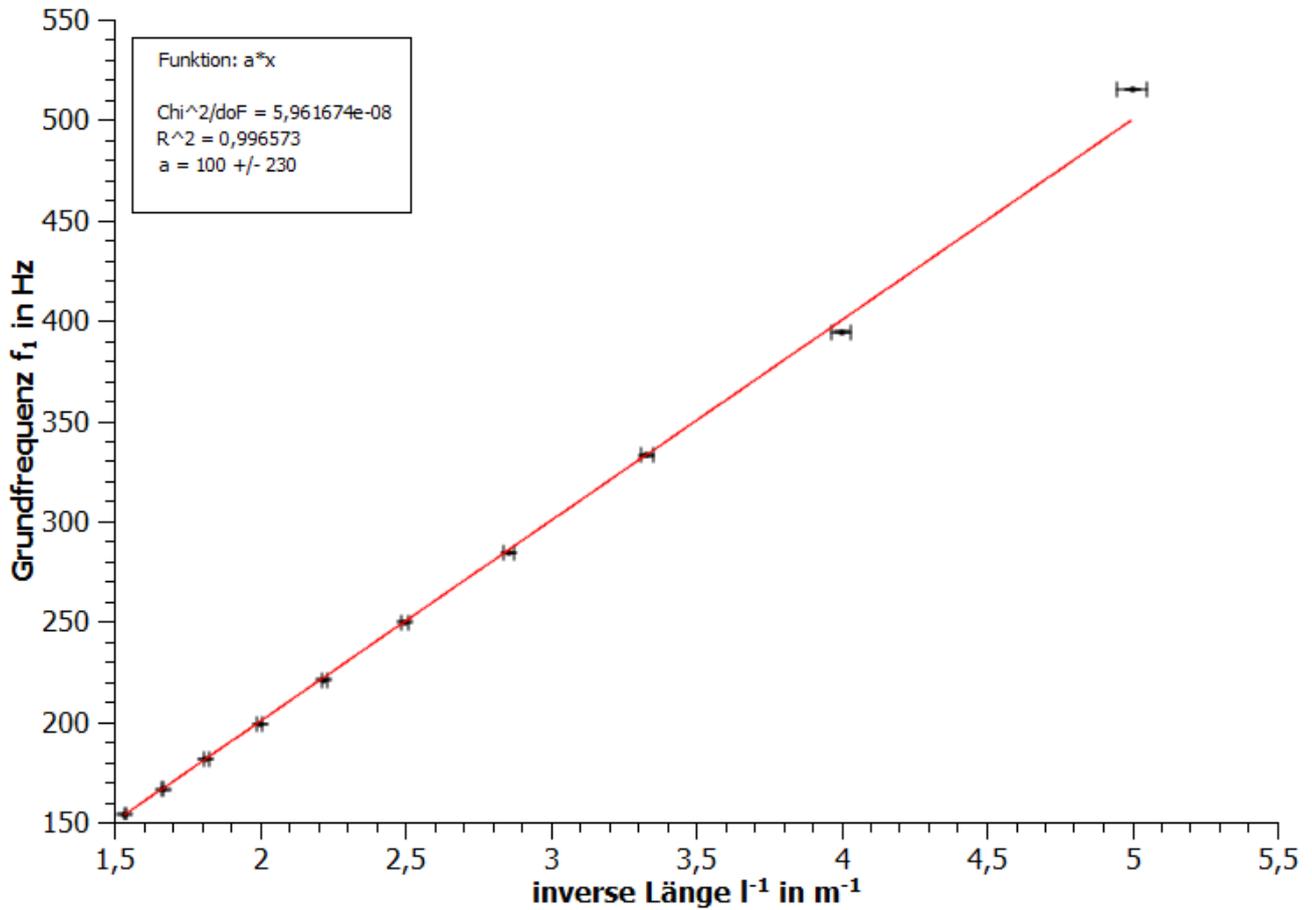
lineare Regression von $f_1(1/l)$ mit eigenen Werten



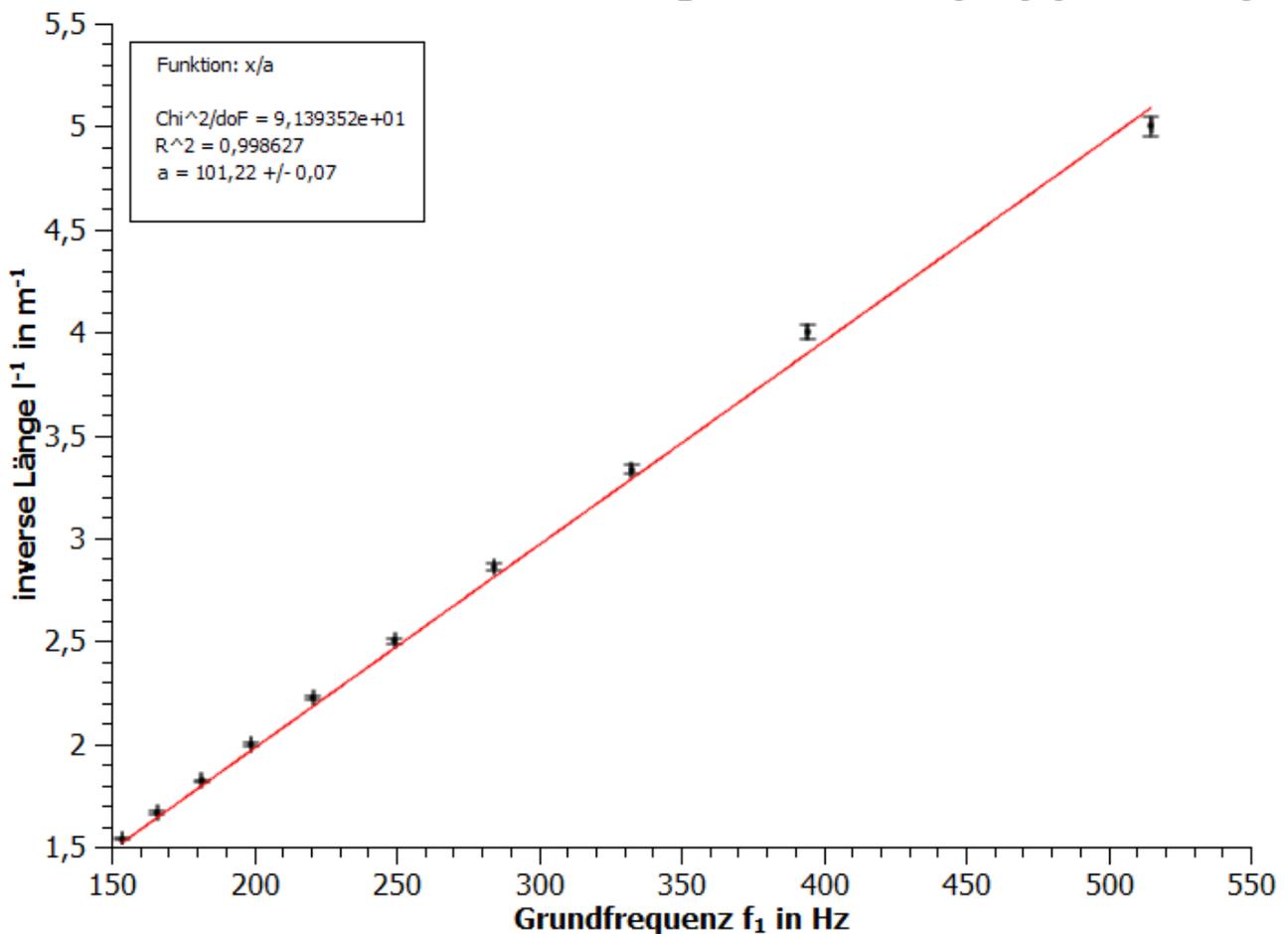
achsenvertauschte lineare Regression von $f_1(1/l)$ (eigene Werte)



lineare Regression von $f_1(1/l)$ mit Korrektur



achsenvertauschte lineare Regression von $f_1(1/l)$ (Korrektur)



3.3 Resonanzfrequenz bei unterschiedlicher Zugkraft

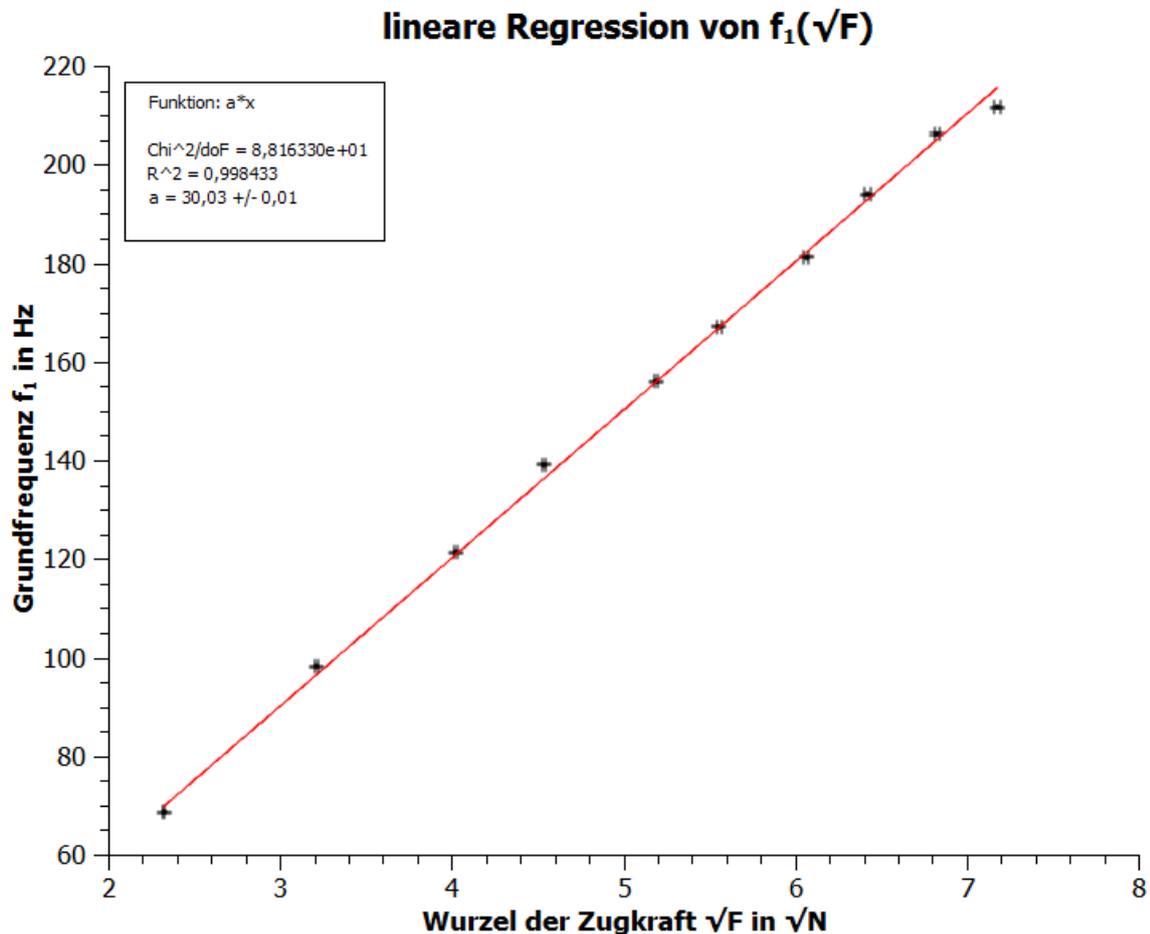
Im dritten Versuch liegt wie bei 3.1 eine konstante Saitenlänge von $l = (0,6 \pm 0,002)m$ vor, allerdings variiert diesmal die Zugkraft F_0 bei ausschließlicher Betrachtung der Grundmode.

Die Kraft wird dabei wie in 2. beschrieben berechnet, während bei der Unsicherheit die Anzahl der Massestücke und deren Unsicherheit (wird addiert) berücksichtigt werden muss. Die der Frequenz beträgt weiterhin 0,2 Hz.

Für g wird dabei der Wert $9,81m/s^2$ verwendet.

Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Zugkraft

Zugkraft F_0 in N	Unsicherheit u_{F_0} in N	Eigenfrequenz f_n in Hz
5,40	0,02	68,6
10,30	0,06	98,1
16,19	0,06	121,2
20,6	0,1	139,2
27,0	0,1	156,0
30,9	0,2	167,1
36,8	0,1	181,2
41,2	0,2	193,9
46,6	0,2	206,2
51,5	0,3	211,6



Für die Berechnung der Massendichte μ verwenden wir genau wie in 3.1 die Formel (2):

$$\mu = \frac{1}{(2 \cdot l \cdot a)^2} \quad \text{mit} \quad a = \frac{1}{2 \cdot l \cdot \sqrt{\mu}}$$

Für die Unsicherheit gilt das Fehlerfortpflanzungsgesetz, bei dem wir die Unsicherheiten der Saitenlänge und des Anstiegs beachten müssen.

Wir erhalten für die Massendichte:

$$\mu_{3,3} = \underline{\underline{(0,770 \pm 0,005) \frac{\text{g}}{\text{m}}}} \quad \left(\mu_{3,1} = \underline{\underline{(0,781 \pm 0,006) \frac{\text{g}}{\text{m}}}} \right)$$

Im Vergleich zu 3.1 erhalten wir durch die lineare Regression einen Anstieg, der nur ca. ein Fünftel des anderen Wertes ausmacht und eine Unsicherheit dafür, die der aus 3.1 entspricht.

Beim Ergebnis hingegen erkennen wir eine ungefähre Übereinstimmung in der Unsicherheit, während sich der Ergebniswert um 0,011 g/m unterscheidet.

Außerdem liegen beide Werte nicht im Intervall des jeweils anderen. Dies kann an einer ungenaueren Messung liegen, wie man allein durch die grafische Darstellung von 3.3 vermuten könnte.

Vergleichen wir das Ergebnis aus 3.3 mit dem theoretischen Wert aus der Herstellerangabe $\mu=0,78$ g/m, so erkennen wir einen Unterschied von 0,01 g/m, der größer als die Unsicherheit ist. Obwohl wir knapp neben dem Theoriewert liegen, zeigt es doch, dass die Messung sehr genau war, wenn auch nicht so genau, wie bei 3.1.

Das kann daran liegen, dass in diesem Versuch die Zugkraft variiert wurde und dadurch das Gewicht und/oder die Position am Lasthebel verändert werden musste. Nach der Änderung musste die Saite wieder so gespannt werden, dass der Lasthebel die horizontale Lage einnimmt.

Wenn der Winkel nicht genau 90° zwischen Lasthebel und Anordnung beträgt, wirkt die Kraft nicht im rechten Winkel auf den Lastarm und die Gewichtskraft muss in seine Komponenten zerlegt werden (senkrechte und tangente), wobei nur die orthogonale Kraftkomponente in die Rechnung einfließt.

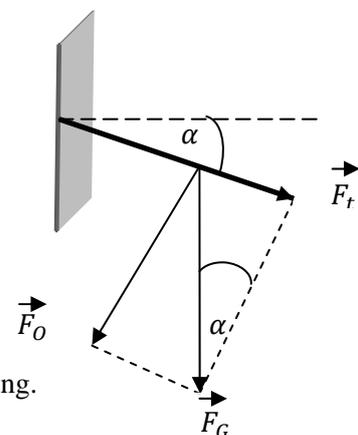
Es wäre: $F_0 = k \cdot F_G \cdot \cos \alpha$

Der Wert der Kraft würde sich also um $\cos \alpha$ verringern, was sich auch auf die Berechnung des Anstiegs a auswirken würde und somit auch auf die Berechnung von μ .

Das macht bei kleinen Winkeln nicht viel aus, denn bei einem Winkel von 5° würde man den Wert mit 0,996 multiplizieren und größere Abweichungen dürften per Augenmaß nicht auftreten.

Die ungenaue Hebelstellung ist also keine Erklärung für die Abweichung.

Ist der Hebel leicht nach oben geneigt, gilt derselbe Zusammenhang.



4. FEHLERANALYSE UND ERGEBNISEINSCHÄTZUNG

4.1 Auswertung der Ergebnisse

Wie wir anhand der Berechnungen der Massendichte μ in 3.1 und 3.3 und der Berechnung der transversalen Phasengeschwindigkeit in 3.1 und 3.2 bereits erkennen konnten, können wir bei dem Experiment von sehr genauen Messungen reden, wenn wir von dem Messfehler in 3.2 absehen.

Ansonsten liegt die einzige gröbere Ungenauigkeit im Wert der Massendichte von 3.3, die fast den theoretischen Wert erreicht.

Wir haben bereits dort geklärt, dass dies nicht an der Variation der Zugkraft liegt, bei der kleine Ungenauigkeiten im Einstellwinkel des Lasthebels erfolgen können.

Desweiteren konnte man bei der Messung hoher Frequenzen eine erhöhte Sensibilität der Saite und der Messung gegenüber leichten Erschütterungen, wie einem Fingerklopfen auf dem Nachbartisch, bemerken. Auch das offene Fenster wirkte zu einer gewissen Ungenauigkeit bei der Messung bei, bei der sich die angezeigte Kurve in ihrer Amplitude veränderte.

Man müsste also eigentlich das System besser isolieren oder für hochfrequente Messungen Erschütterungen dämpfen, aber wie die Auswertungen zeigen, ist dies im Rahmen dieses Versuchs nicht wirklich nötig, da man trotzdem eine hohe Genauigkeit erzielt.

Allerdings kann man mit dieser Anordnung keine Eigenfrequenzen von sehr kurzen Saiten (etwas unter 0,2 m) messen, ohne, dass die Erregerspule mit der Detektorspule wechselwirkt.

Man müsste also eine Abschirmung zwischen den beiden schaffen, die man zur Not auch verschieben kann. Dies könnte z.B. in Form eines Metallplättchens geschehen, das in der Saitenhöhe ein Loch aufweist, das groß genug sein sollte, dass die Experimentatoren die Saite nicht versehentlich beschädigen.