

Physikalisches Grundpraktikum:

Mechanik und Thermodynamik

3. Versuch: M12 Saitenschwingung

Durchführung am Arbeitsplatz	06.05.2009
Versuchsbetreuer	Messplatz 4 (LCP 211)
	Dr. U. Müller
Bearbeiter	Hackl, Lucas (████████)
Versuchspartner	Jakobeit, David (████████)
Praktikumsgruppe	P2

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen	3
2	Versuchsbeschreibung	3
2.1	Erster Teil: Schwingungsknoten	3
2.2	Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung	3
2.3	Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung	4
3	Messfehler	4
4	Auswertung	5
4.1	Erster Teil: Schwingungsknoten	5
4.2	Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung	6
4.3	Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung	7
4.4	Gewichtetes Mittel	8
5	Interpretation und Diskussion	9
5.1	Erster Teil: Schwingungsknoten	9
5.2	Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung	9
5.3	Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung	10
5.4	Gewichtetes Mittel	10
6	Anhang	11
6.1	Fehlerrechnung	11
6.2	Vollständige Datenübersicht	12
7	Verzeichnisse	13
7.1	Literaturverzeichnis	13
7.2	Softwareverzeichnis	13

1 Physikalische Grundlagen

Bei einer Saite handelt es sich im Allgemeinen um einen elastischen Körper, der – wenn fest zwischen zwei Punkte mit der Zugkraft F_0 gespannt – bei einer Auslenkung wieder in die Ausgangslage „zurückschwingt“. Dabei hängt die rücktreibende Kraft von der Auslenkung ab, sodass eine Differentialgleichung zu lösen ist.

Die ALLGEMEINE WELLENGLEICHUNG IN 2D nimmt dabei die folgende Gestalt an:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$$

Allgemeine Lösung dieser Gleichung sind alle zweimal differenzierbare Funktionen $u(x, t) = f(x \pm ct)$. Analyse dieser Funktionen zeigt, dass das enthaltene c als eine „Geschwindigkeit“ aufzufassen ist, mit der sich ein Argumentwert $x_0 = x \pm ct = \text{const}$ in Richtung $\mp c$ ausbreitet. Der Term $x \pm c$ wird als die Phase der Welle mit der Phasengeschwindigkeit c bezeichnet – offenbar ist sie nicht die Geschwindigkeit von Materie, sondern die eines Zustandes, nämlich des Funktionswertes $f(x_0)$. Es ergibt sich $c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$ mit der Spannkraft F_0 und der linearen Massendichte μ .

Im Falle der schwingenden Saite kommen zur Differentialgleichung noch Randbedingungen hinzu, welche die Menge der lösenden Funktionen einschränkt: In den äußeren Punkten x_i , in denen die Saite festgespannt ist, findet keine Schwingung statt - es gilt dort also $u(x_i, t) = 0 = \text{const}$.

Die Lösungen reduzieren sich damit auf Linearkombinationen der Form

$$w(t) = c_n \cos(k_n ct) + d_n \sin(k_n ct)$$

mit den Eigenfrequenzen $f_n = \frac{c}{2l}n$.

2 Versuchsbeschreibung

In diesem Versuch soll das physikalische Modell sowie die Wellengleichung in einigen Aspekten experimentell überprüft werden. Dazu wird eine eingespannte Saite veränderbarer Länge mit veränderbarer Spannkraft mithilfe eines Tonfrequenz-Generators zu Schwingungen angeregt und zugleich mit einem Zweikanaloszilloskop analysiert.

Wichtig zu beachten ist der folgende Umstand: Da der Kern der Erregerspule weichmagnetisch war fand durch die Wechselspannung eine stetige Umpolung innerhalb einer Spannungsperiode statt – da die Art der Ladung für die Saite keine Rolle spielt, sie also bei beiden Polungen angezogen wurde, entspricht die Frequenz f der Saiten der doppelten Erregerfrequenz f' , wie sie am Frequenzgenerator abzulesen war. Es wurde durchgehend $F = 2f'$ gerechnet und auch die Unsicherheit entsprechend mitskaliert.

Dabei setzt sich der Versuch aus drei Teilen zusammen:

2.1 Erster Teil: Schwingungsknoten

Hier wird bei konstanter Saitenlänge $l = 60\text{cm}$ und Spannkraft F_0 für $n = 1, \dots, 9$ die Eigenfrequenz (hier: Resonanzfrequenz) bestimmt. Ein beweglicher Detektor lässt sich an der Stelle unter Saite anbringen, an der ein Maximum für das entsprechende n zu erwarten ist, sodass sich die Erregerfrequenz bis zum entsprechenden Resonanzfall variieren lässt.

2.2 Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung

Im zweiten Teil werden nur Resonanzfrequenzen für $n = 1$ beachtet, wobei jedoch die Länge l der Saite von 20cm bis 65cm variiert wird, während die Spannkraft F_0 weiterhin konstant bleibt. Es wird nach dem gleichen Verfahren die zugehörige Frequenz (hier Grundfrequenz bei $n = 1$) bestimmt.

2.3 Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung

Im dritten Teil des Versuchs wird wieder nur die Grundfrequenz mit $n = 1$ betrachtet, allerdings bleibt nun die Saitenlänge l konstant und die Spannkraft F_0 wird variiert. Dazu werden unterschiedliche Gewichte an einen Hebel mit entsprechender Drehmomentübersetzung zwischen $\times 1$ (1. Kerbe) bis $\times 5$ (5. Kerbe) gehängt. Wieder wird nach dem gleichen Verfahren die zugehörige Frequenz (auch hier Grundfrequenz bei $n = 1$) bestimmt.

3 Messfehler

Im Folgenden eine kurze Auflistung der bei diesem Experiment gemessenen Größen und ihrer Unsicherheiten:

Tabelle 1: Messfehler

Messgröße	Messfehler	Grund
Eigenfrequenz f_n	$\pm 0,2$ Hz	Maximalabweichungen wurde abgeschätzt durch mehrfaches Messen.
Saitenlänge l	$\pm 0,2$ cm	Messfehler wurde mit $0,1$ cm abgeschätzt, der sich aufgrund zweimaliger Messung verdoppelt.
Masse m	$\pm 0,5$ g	Herstellerangabe gemäß der Anzahl der signifikanten Ziffern.

4 Auswertung

Im Folgenden findet eine knappe Erläuterung der verwendeten Rechenmethoden sowie eine Auflistung der wesentlichen Zwischen- und Endergebnisse statt. Eine genauere Erklärung der einzelnen Formeln und eine vollständige Auflistung aller Messwerte samt Berechnungsschritte ist im Anhang zu finden.

4.1 Erster Teil: Schwingungsknoten

Wir benutzen die Messwerte für f_n um diese gegenüber n grafisch aufzutragen. Daraufhin führen wir mithilfe von ORIGIN eine lineare Regression durch, in welcher die Steigung a gemäß

$$f_n(n) = \frac{c}{2l} n$$

gerade dem Term $\frac{c}{2l}$ entspricht, während zugleich $c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$ gilt.

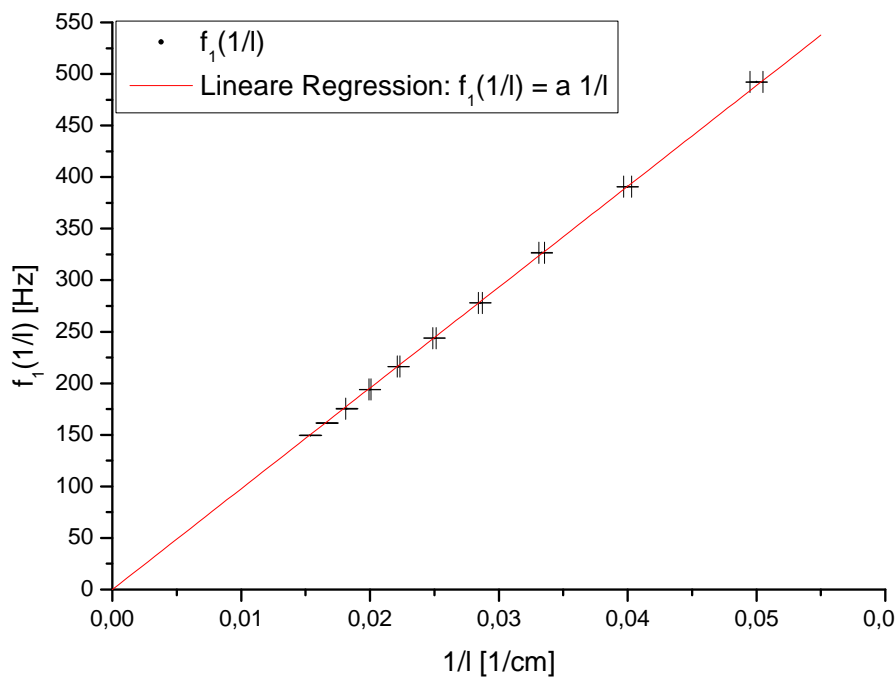


Abbildung 1: Erster Teil: Lineare Regression

Für die Steigung mittels einer instrumentell gewichteten linearen Regression mit der Modellfunktion $f_n(n) = an$ erhalten wir:

Tabelle 2: Erster Teil: Steigung a

$$(163,6 \pm 0,2) \text{ Hz}$$

Daraus berechnen wir die Phasengeschwindigkeit c sowie lineare Massendichte μ :

Tabelle 3: Erster Teil: Ergebnisse

Messgröße	Messwert
c [m/s]	$196,3 \pm 0,7$
μ [g/m]	$0,777 \pm 0,006$

4.2 Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung

Im Zweiten Teil tragen wir die Grundfrequenz f_1 gegenüber der Saitenlänge l auf. Daraufhin führen wir mithilfe von ORIGIN eine lineare Regression durch, in welcher die Steigung a gemäß

$$f_1\left(\frac{1}{l}\right) = \frac{c}{2} \frac{1}{l}$$

gerade dem Term $\frac{c}{2}$ entspricht, während wie im Ersten Teil zugleich $c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$ gilt.

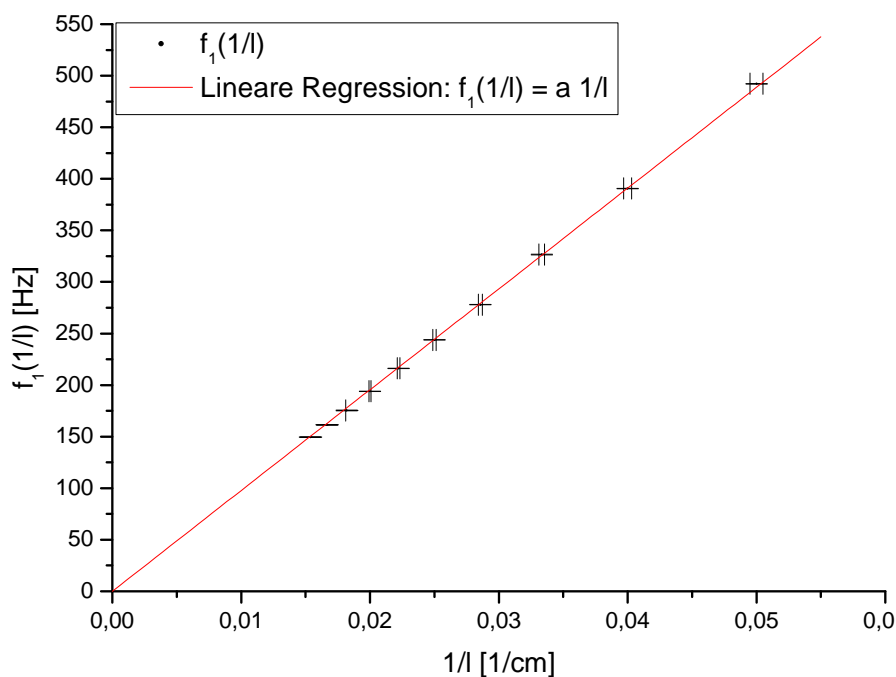


Abbildung 2: Zweiter Teil: Lineare Regression

Für die Steigung mittels einer gewichteten linearen Regression mit der Modellfunktion $f_1\left(\frac{1}{l}\right) = a \frac{1}{l}$ erhalten wir:

Tabelle 4: Zweiter Teil: Steigung a

$$(97,7 \pm 0,2) \text{ m/s}$$

Wir haben dabei insbesondere auch die Unsicherheit von l , welche mit skaliert wurde, für die Gewichtung mit herangezogen. Daraus berechnen wir die Phasengeschwindigkeit c sowie lineare Massendichte μ :

Tabelle 5: Zweiter Teil: Ergebnisse

Messgröße	Messwert
c [m/s]	$195,5 \pm 0,4$
μ [g/m]	$0,784 \pm 0,003$

4.3 Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung

Im Zweiten Teil tragen wir die Grundfrequenz f_3 gegenüber der Saitenlänge l auf, worin wir also von der Aufgabenstellung abweichen ($n = 3$ statt $n = 1$). Daraufhin führen wir mithilfe von ORIGIN eine lineare Regression durch, in welcher die Steigung a gemäß

$$f_3(\sqrt{F_0}) = \frac{3}{2l\sqrt{\mu}}\sqrt{F_0}$$

gerade dem Term $\frac{3}{2l\sqrt{\mu}}$ entspricht.

Für die lineare Regression ergibt sich¹:

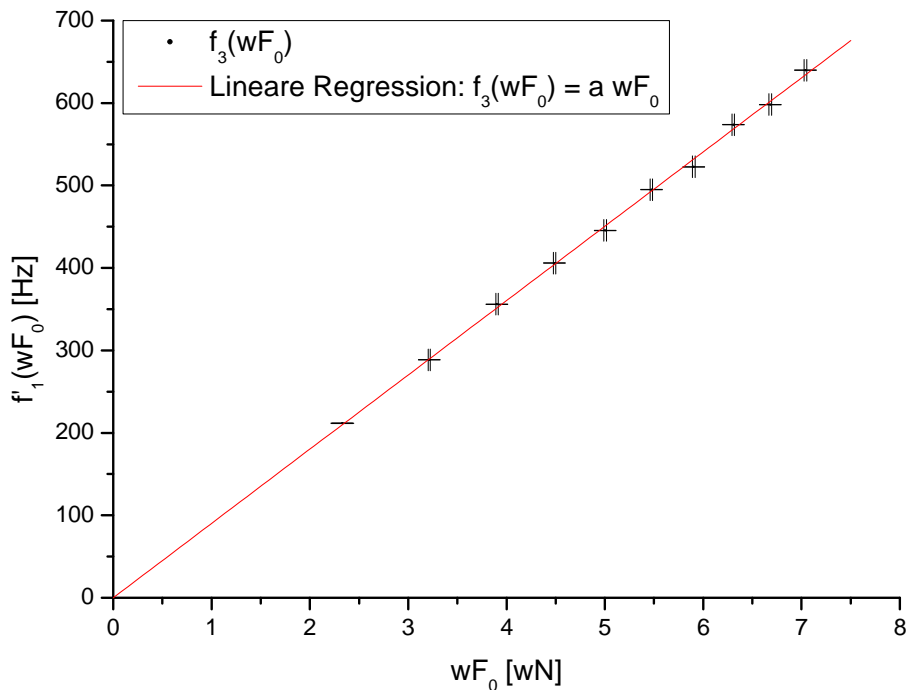


Abbildung 3: Zweiter Teil: Lineare Regression

Wir haben dabei insbesondere auch die Unsicherheit von F_0 , welche mit skaliert wurde, für die Gewichtung mit herangezogen. Für die Steigung mittels einer gewichteten linearen Regression mit der Modellfunktion $f_3(\frac{1}{l}) = a\sqrt{F_0}$ erhalten wir:

Tabelle 6: Zweiter Teil: Steigung a

$$(90,1 \pm 0,3)\text{Hz}/\sqrt{\text{N}}$$

Daraus können wir die lineare Massendichte μ berechnen:

Tabelle 7: Zweiter Teil: Ergebnisse

Messgröße	Messwert
μ [g/m]	$0,770 \pm 0,007$

¹Das „w“ steht hierbei für das Wurzelzeichen $\sqrt{}$, welches sich in Origin nicht direkt per Sonderzeichen eingeben lässt.

4.4 Gewichtetes Mittel

Da sowohl die Phasengeschwindigkeit c als auch die lineare Massendichte μ gemäß ihrer Unsicherheit aus den ersten beiden Teilen miteinander verträglich sind, lohnt es sich ein gewichtetes Mittel aus ihnen zu bilden². Da das Resultat aus dem Dritten Teil nicht vollständig verträglich ist, wird dieses für das gewichtete Mittel nicht herangezogen.

Wir erhalten:

Tabelle 8: Zweiter Teil: Ergebnisse

Messgröße	Gewichtetes Mittel
c [m/s]	$195,7 \pm 0,3$
μ [g/m]	$0,782 \pm 0,003$

²gemäß [1] S. 47

5 Interpretation und Diskussion

Der Versuch wurde mehrfach durchgeführt, wobei nur die Messwerte der letzten Durchführung berücksichtigt wurden. In den ersten Durchführungen wurde einerseits die Belastungsmasse falsch bestimmt und andererseits erschienen uns die bestimmten Resonanzfrequenzen als ungenügend genau: Sie waren dergestalt nicht reproduzierbar, dass bei Variation der Frequenz und erneuter Suche eine andere leicht andere Resonanzfrequenz bestimmt wurde. Dies führen wir darauf zurück, dass wir in den ersten Messreihen an den Knotenpunkten die Amplitude zu minimieren suchten – die Maximierung an den Wellenbäuchen (möglichst einem mittig gelegenen, aber dennoch von der Erregerspule genügend weit entfernten) stellte sich als eine merklich sichere Methode heraus, bei der der Resonanzbereich recht scharf Gestalt annimmt: Durch Variation und wiederholte Bestimmung wie beim ersten Vorgehen konnten wir nun die Unsicherheit auf ca. $\pm 0,1$ Hz abschätzen. Dabei bedurfte es ein wenig Geschick, stets das Maximum zu finden, da im Resonanzfall oft eine Überlagerung mit weiteren Schwingungen erfolgt, die zu einer zeitweisen Abnahme der Amplitude führen. Durch sehr langsame Veränderung der Erregerfrequenz konnten wir uns aber gut versichern.

Insgesamt gelangen damit die Messungen recht gut: Sowohl die Unsicherheitsbereiche der Phasengeschwindigkeit wie auch die der linearen Massendichte überlappen sich in den ersten beiden Teilen – die lineare Massendichte ist insbesondere gut verträglich mit der Herstellerangabe. Durch die Gewichtung fiel die Unsicherheiten der unterschiedlichen Messmethoden unterschiedlich aus, bewegte sich jedoch bei allen drei Messreihen in der gleichen Größenordnung. Die erste Messmethode hat in unserem Fall das beste Resultat geliefert, einerseits aufgrund der direkten linearen Abhängigkeit und andererseits dank der sehr scharfen Maxima für unterschiedliche n – und im Ganzen war es ja auch mehr Ziel des Versuchs die bekannte Wellengleichung (und ihre Abhängigkeiten) im praktischen Experiment zu verifizieren als die lineare Massendichte einer Saite zu bestimmen.

Im Folgenden soll noch auf die einzelnen drei Teile eingegangen werden:

5.1 Erster Teil: Schwingungsknoten

Der Erste Teil liefert drei Resultate:

1. Schon im Zuge der Messung überprüften wir die Lage der Maxima und Minima durch Abtastung der gesamten Saite mithilfe der beweglichen Detektorspule. Die Position der Maxima stimmte für alle n mit unseren Erwartungen überein – nur in unmittelbarer Umgebung der Erregerspule wurden die Schwingungen von dieser dermaßen dominiert, dass keine präzise Überprüfung auf Maxima erfolgen konnte.
2. Die Phasengeschwindigkeit c der Transversalwelle wurde bestimmt. Sowohl Absolutwert als auch Unsicherheit stellen zufrieden.
3. Anhand der Phasengeschwindigkeit wurde die lineare Massendichte μ bestimmt. Der Wert stimmt innerhalb seiner Unsicherheit mit der Herstellerangabe überein.

5.2 Zweiter Teil: Resonanzfrequenz bei Längenänderung

Der Zweite Teil liefert zwei Resultate:

1. Die Phasengeschwindigkeit c der Transversalwelle wurde bestimmt. Die Unsicherheitsbereiche aus diesem und dem Ersten überlappen sich, allerdings ist der jeweils andere Mittelwert nicht enthalten. Aus diesem Grund scheint im Zweiten Teil die Abweichung etwas unterschätzt worden zu sein. Desweiteren ist der genaue Wert der Herstellerangabe im Unsicherheitsbereich knapp nicht enthalten.
2. Anhand der Phasengeschwindigkeit wurde die lineare Massendichte μ bestimmt. Der Wert stimmt innerhalb seiner Unsicherheit fast mit der Herstellerangabe überein. Damit stimmt zwar die Größenordnung gut, aber die Unsicherheit scheint ein wenig unterschätzt. Gründe hierfür könnten in der Art der Gewichtung vonseiten Origin liegen sowie auf Fehler hinweisen, die nicht

beachtet wurden: Durch die Verringerung der Saitenlänge mussten Detektorspule und Erregerspule bei kleineren Längen merklich näher zusammenrücken – auch wenn die hauptsächlichste Verzerrung der stehenden Welle nur in unmittelbarer Umgebung der Erregerspule stattfindet, ist gerade bei $l \leq 30$ cm hierdurch eine merkliche Verzerrung zu erwarten, dass hier womöglich die Maxima ungenauer bestimmt wurden.

5.3 Dritter Teil: Resonanzfrequenz bei Spannungsänderung

Im Dritten Teil wurde in Abweichung von der Aufgabenstellung die Resonanzfrequenz f_3 mit $n = 3$ bestimmt.

Bei der Veränderung der Saitenspannung durch Variation der entsprechenden Kraft tritt die im Rahmen dieses Versuchs größte Unsicherheit auf. Trotzdem scheint die Unsicherheit – gemessen an der Verträglichkeit mit den anderen Messwerten – noch immer unterschätzt. Dafür erscheinen uns mehrere Gründe plausibel, die vermutlich in der Summe zu einer stärkeren Verfälschung des Messergebnisses bzw. seiner Unsicherheit beitragen können:

- Die Einstellung des Hebels in die Waagerechte erfolgte per Augenmaß. Zwar ist durch die Länge des Hebels eine akzeptable Genauigkeit erreichbar und auch die Veränderung im Drehmoment durch leichte Schiefstellung nicht übermäßig, dennoch eine erste Fehlerquelle.
- Die Unsicherheiten durch die unterschiedlichen Hebelpositionen (Kerben) sorgen für weitere Unsicherheit. Insbesondere ist darauf zu achten, eine resultierende Gesamtkraft durch möglichst wenig Gewichte zu realisieren, sodass bei der pythagoräischen Addition der verschiedenen Unsicherheiten möglichst kleine Werte entstehen.
- Da bei allen Gewichten keine Unsicherheit angegeben war, wurde die Unsicherheit anhand der signifikanten Ziffern bestimmt, wobei a priori nicht sicher ist, in wie weit diese Abschätzung mit der Realität übereinstimmt.

5.4 Gewichtetes Mittel

Das gewichtete Mittel der Resultate aus den ersten beiden Teilen scheint die Genauigkeiten der Messwerte entsprechend zu erhöhen. Auch wenn die Unsicherheit des zweiten Teils nicht vollständig mit der Herstellerangabe übereinstimmt, sorgt die Korrektur durch den berechneten Wert aus dem Ersten Teil im Rahmen des gewichteten Mittels, dass nun unser Wert für die lineare Massendichte auch mit der Herstellerangabe voll verträglich ist.

6 Anhang

6.1 Fehlerrechnung

Innerhalb der gesamten Auswertung wurden unterschiedliche Fehler von Messgrößen pythagoreisch addiert. Dies ist genau deshalb möglich, da die unterschiedlichen Messfehler nicht korreliert (also voneinander linear unabhängig) sind. Für die weitere Auswertung wurde stets das GESETZ DER FEHLERFORTPFLANZUNG³ angewandt:

$$u_F \approx \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i}\right)^2}$$

Es folgt eine Zusammenstellung der unterschiedlichen Berechnungsformeln⁴:

Art des Wertes	Berechnungsformel
Phasengeschwindigkeit c :	
Erster Teil	$c = 2 l a$
Zweiter Teil	$c = \frac{2a}{n}$
Lineare Massendichte μ :	
Erster Teil	$\mu = \frac{F_0}{c^2}$
Zweiter Teil	$\mu = \frac{F_0}{c^2}$
Dritter Teil	$\mu = \left(\frac{n}{2la}\right)^2$

Tabelle 9: Berechnungsformeln

³[1] S. 36f (unkorrelierte Größen) bzw. S. 38f (korrelierte Größen)

⁴vgl. [3] S. 54ff

6.2 Vollständige Datenübersicht

Die vollständigen Berechnungen der Messwerte sowie relevanter Zwischenergebnisse erfolgten in einem Datenblatt innerhalb von MICROSOFT OFFICE EXCEL:

Erster Teil:

n	$f_n(n)$ [Hz]	u_{f_n} [Hz]	n	$f_n(n)$ [Hz]	u_{f_n} [Hz]
1	80,61	0,10	1	161,22	0,20
2	162,30	0,10	2	324,60	0,20
3	244,60	0,10	3	489,20	0,20
4	325,70	0,10	4	651,40	0,20
5	407,30	0,10	5	814,60	0,20
6	489,40	0,10	6	978,80	0,20
7	571,70	0,10	7	1143,40	0,20
8	654,30	0,10	8	1308,60	0,20
9	740,00	0,10	9	1480,00	0,20
Wert	x	u	Berechneter Wert	x	u
a [Hz]	163,58604	0,21395	c [m/s]	196,303248	0,70290946
F_0 [N]	29,95	0,00502494	μ [g/m]	0,77721622	0,00556753
l [cm]	60	0,2			

Zweiter Teil:

l [cm]	u_l [cm]	$f_1(l)$ [Hz]	u_{f_1} [Hz]	$1/l$ [1/cm]	$u_{1/l}$ [1/cm]	$f_1(1/l)$ [Hz]	u_{f_1} [Hz]
65	0,2	74,73	0,10	1,5385E-02	4,7337E-05	149,46	0,20
60	0,2	80,70	0,10	1,6667E-02	5,5556E-05	161,40	0,20
55	0,2	87,69	0,10	1,8182E-02	6,6116E-05	175,38	0,20
50	0,2	97,01	0,10	2,0000E-02	8,0000E-05	194,02	0,20
45	0,2	108,10	0,10	2,2222E-02	9,8765E-05	216,20	0,20
40	0,2	121,90	0,10	2,5000E-02	1,2500E-04	243,80	0,20
35	0,2	139,00	0,10	2,8571E-02	1,6327E-04	278,00	0,20
30	0,2	163,30	0,10	3,3333E-02	2,2222E-04	326,60	0,20
25	0,2	195,30	0,10	4,0000E-02	3,2000E-04	390,60	0,20
20	0,2	246,10	0,10	5,0000E-02	5,0000E-04	492,20	0,20
Wert	x	u	Berechneter Wert	x	u		
a [m/s]	97,7459253	0,1874904	c [m/s]	195,491851	0,3749808		
F_0 [N]	29,95	0,00502494	μ [g/m]	0,78368135	0,0030093		
n	1	0					

Dritter Teil

m [kg]	u_m [kg]	$f_1(F_0)$ [Hz]	u_{f_1} [Hz]	$\sqrt{F_0}$ [Vn]	$u_{\sqrt{F_0}}$ [Vn]	$f_1(\sqrt{F_0})$ [Hz]	u_{f_1} [Hz]
0,5	0,00086603	105,80	0,10	2,329	0,00781592	211,60	0,20
1	0,00173205	144,30	0,10	3,214	0,00985784	288,60	0,20
1,5	0,00259808	178,00	0,10	3,903	0,01154407	356,00	0,20
2	0,0034641	203,00	0,10	4,488	0,01301361	406,00	0,20
2,5	0,00433013	222,70	0,10	5,004	0,01433327	445,40	0,20
3	0,00367423	247,50	0,10	5,473	0,01154407	495,00	0,20
3,5	0,005	261,30	0,10	5,904	0,01403033	522,60	0,20
4	0,00489898	286,90	0,10	6,306	0,01301361	573,80	0,20
4,5	0,00559017	299,10	0,10	6,683	0,01385917	598,20	0,20
5	0,00612372	319,90	0,10	7,041	0,01433327	639,80	0,20
Wert	x	u	Berechneter Wert	x	u		
a [Hz/wN]	90,10078	0,30001	μ [g/m]	0,76987978	0,00725456		
l [cm]	60	0,2					
n	3	0					

Gewichtetes Mittel

Wert	Gewichtetes Mittel	Unsicherheit
c [m/s]	195,6716087	0,330846696
μ [g/m]	0,782219615	0,002647333

Abbildung 4: Vollständige Datenübersicht

7 Verzeichnisse

7.1 Literaturverzeichnis

Im Rahmen dieser Auswertung wurde vor allem auf die erläuternden und begleitenden Materialien des Physikalischen Grundpraktikums an der Humboldt-Universität zu Berlin zurückgegriffen. Dabei wurden folgende Zusammenstellungen verwendet:

- [1] Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik (2007)
- [2] Physikalisches Grundpraktikum: Einführungspraktikum (2007)
- [3] Physikalisches Grundpraktikum: Mechanik und Thermodynamik (2005)

7.2 Softwareverzeichnis

Zur Erstellung dieses Protokolls wurde die folgende Software eingesetzt:

- [1] TeXnixCenter 1.0 Stable Realease Candidate 1
- [2] Microsoft Office Excel 2007
- [3] Adobe Illustrator CS3
- [4] OriginPro 8G