

1. Messung der Periodendauer mit und ohne Beschwerung(Scheibe)

Zunächst wurde gefordert die Periodendauer(für 10 Schwingungen) des Drehtisches, sowie des Drehtisches mit einer Stahlscheibe auf 6 verschiedenen Positionen zu messen:

Position	s	t ₁ [s]	t ₂ [s]	T [s]	T ² [s]
1	0	4,32	4,36	0,4340	0,1884
2	1,48	4,41	4,48	0,4445	0,1976
3	2,95	4,95	5	0,4975	0,2475
4	4,43	5,64	5,7	0,5670	0,3215
5	5,95	6,52	6,48	0,6500	0,4225
6	7,49	7,5	7,54	0,7520	0,5655
0	-	4,08	4,13	0,4105	0,1685

Tabelle 1: Drehtisch mit Scheibe

Legende

- t₁ – 1. gemessene Zeit
- t₂ – 2. gemessene Zeit
- T – durchschnittliche Periodendauer
- u=0,1s – Fehler der gemessenen Zeiten

T² wurde ebenfalls ermittelt, da später die Abhängigkeit J ~ T² veranschaulicht werden soll. Nun kann m.H. des Steinerschen Satz die zusätzlichen Trägheitsmomente berechnet werden:

$$J_i = 0,5mR^2 + ms_i^2$$

wobei für u_j gilt:

$$u_J = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial J}{\partial R} u_R\right)^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial s} u_s\right)^2}$$

$$u_J = \pm \sqrt{(mR \cdot u_R)^2 + ((0,5R^2 + s^2)u_m)^2 + (2ms \cdot u_s)^2}$$

Hierbei werden folgende Fehler berücksichtigt:

- u_R=0,005cm auf Grund der Ablesegenauigkeit eines Messschiebers (0,01cm/2, da Durchmesser gemessen wurde)
- u_m=0,1g der Anweisung auf dem Versuchsplatz entnommen
- u_s=0,01cm siehe u_R

Pos	s [cm]	J [10 ⁻⁴ kgm ²]	u _J	T ²
1	0	0,0746	0,003	0,1884
2	1,48	0,6187	0,008	0,1976
3	2,95	2,2363	0,015	0,2475
4	4,43	4,9494	0,022	0,3215
5	5,95	8,8686	0,029	0,4225
6	7,49	14,0099	0,039	0,5655

Tabelle 2: Trägheitsmomente und deren Fehler

2. Eichkurve

Nun kann eine graphische Auswertung des Zusammenhanges zwischen T^2 und J : $T^2=f(J)$ mit Hilfe eines Computerprogramms geschehen. Unter Beachtung des Fehlers in der Zeit $u_t=1s$ $\Rightarrow u_T=0,1s$ lieferte diese den folgenden Graphen:

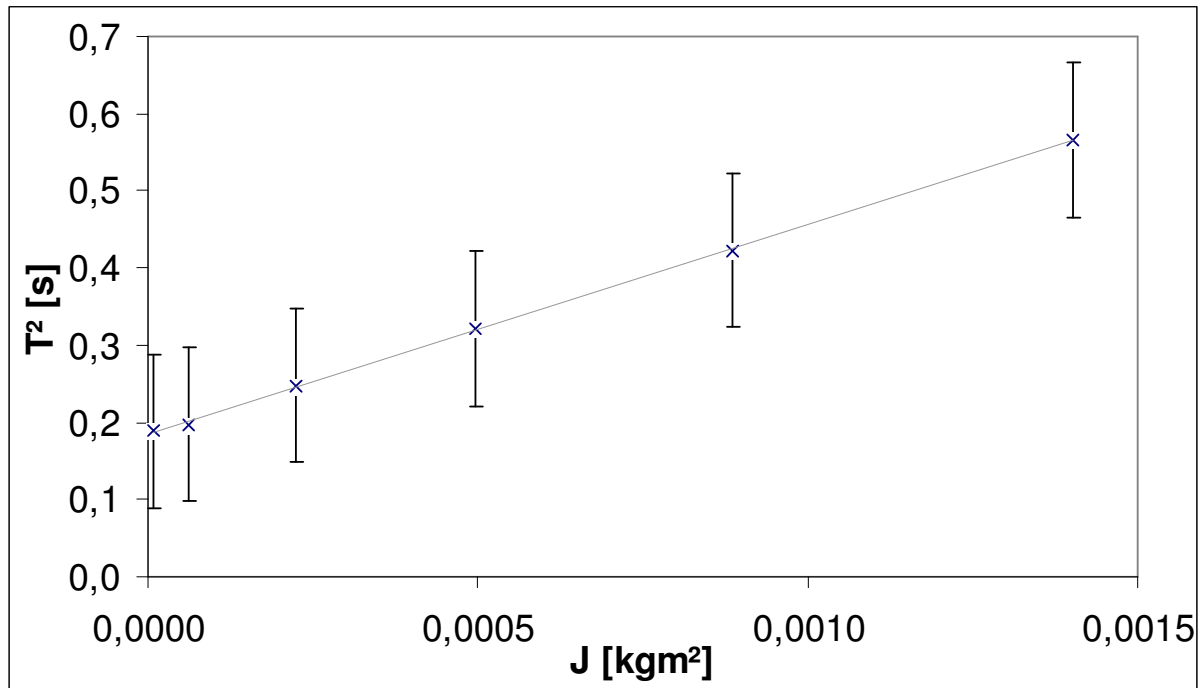


Diagramm 1: Funktionaler Zusammenhang zwischen T^2 und J

sowie die Formel für die Ausgleichsgerade:

$$T^2 = f(J) = \left(271,21 \pm 9,13 \frac{s^2}{kgm^2} \right) \cdot J + (0,1848 \pm 0,0063)s^2$$

Das Trägheitsmoment kann nun ermittelt werden, indem der Schnittpunkt der Ausgleichsgeraden mit der Abszissenachse berechnet wird:

$$J_T = \frac{0,1848 s^2 kg m^2}{271,21 s^2} = 6,814 \cdot 10^{-4} kg m^2$$

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich für die Messunsicherheit:

$$u_{J_T} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial a} u_a \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial b} u_b \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1848}{(271,21)^2} \cdot 9,13 \right)^2 + \left(\frac{0,0063}{(271,21)^2} \right)^2} = 2,91 \cdot 10^{-5} kgm^2$$

$$\Rightarrow \boxed{J_T = (6,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} kg m^2}$$

3. Drehtisch mit Zylinder

In Vorbereitung zur Überprüfung des Modells des Trägheitsellipsoids als Beschreibung des Trägheitsmoments in Abhängigkeit der räumlichen Neigungswinkel, wurden die Periodendauern des Drehtisches mit einem Zylinder, der um den Winkel γ um seine mittlere Hauptträgheitsachse gedreht wurde, wobei $\gamma=0$ die Senkrechte sei. Folgende Werte wurden ermittelt:

γ [$\pi \cdot \text{Rad}$]	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	\bar{T} [s]
0	5,2	5,18	0,5190
1/12	5,35	5,32	0,5335
1/6	5,73	5,76	0,5745
1/4	6,36	6,3	0,6330
1/3	6,91	6,93	0,6920
5/12	7,22	7,21	0,7215
1/2	7,32	7,36	0,7340

Tabelle 3a: Drehtisch mit Zylinder

Mit Hilfe der Kurve aus Aufgabe 2 (Diagramm1) können nun die Werte der Trägheitsmomente abgelesen werden. Um aber die Ablesefehler zu umgehen kann auch in die ermittelte Formel eingesetzt werden:

$$T^2 = f(J) = \left(271,21 \pm 9,13 \frac{\text{s}^2}{\text{kgm}^2} \right) \cdot J + (0,1848 \pm 0,0063) \text{s}^2$$

$$J = \frac{T^2 - (0,1848 \pm 0,0063) \text{s}^2}{(271,21 \pm 9,13) \text{s}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2}}$$

$\sin^2 \gamma$ [1]	\bar{T}^2 [s]	J [10^{-4} kg m^2]
0,00	0,2694	3,1179
0,07	0,2846	3,6806
0,25	0,3301	5,3556
0,50	0,4007	7,9602
0,75	0,4789	10,8427
0,93	0,5206	12,3802
1,00	0,5388	13,0510

Tabelle 3a: Drehtisch mit Zylinder (ohne Messfehler)

4. Überprüfung des Trägheitsellipsoides

Es soll gezeigt werden, dass eine Lineare Abhängigkeit zwischen J und $\sin^2 \gamma$ besteht. Um dies zu überprüfen, wird die Gleichung 7 aus dem Skript ausgewertet:

$$J_y = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma$$

$$J_y = J_y \sin^2 \gamma + J_x \cos^2 \gamma$$

$$J_y = J_z + (J_y - J_z) \sin^2 \gamma$$

Des Weiteren kann der Fehler in $\sin^2 \gamma$ ermittelt werden:

$$u_{\sin^2 \gamma} = 2 \sin \gamma \cos \gamma \cdot \frac{u_\gamma}{\gamma} \sin^2 \gamma$$

wobei der Ablesefehler von γ : u_γ auf ca. 5° geschätzt wird.

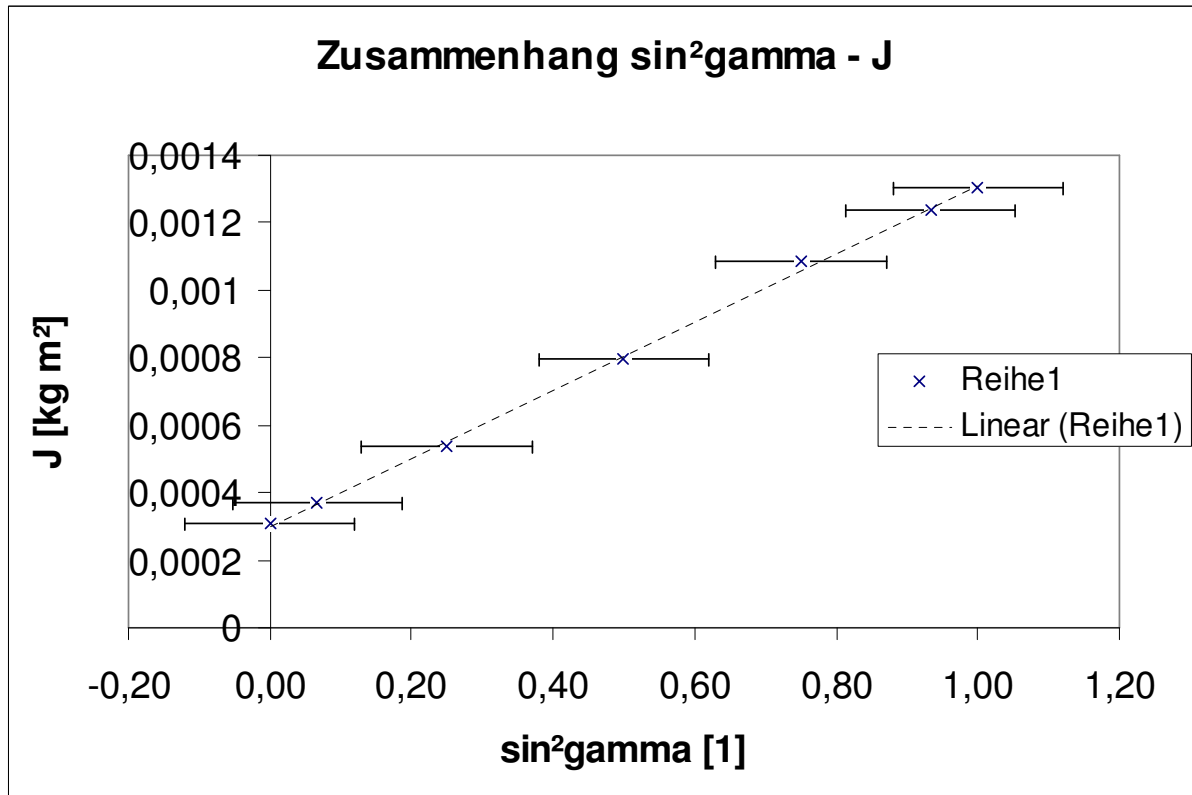


Diagramm2: $\sin^2 \gamma - J$

5. Berechnung der theoretischen Trägheitsmomente

Nun sollen die Trägheitsmomente des Zylinders theoretisch ermittelt werden und mit den gemessenen verglichen werden. Zunächst für eine Auslenkung von 0° :

$$J_{0^\circ} = 0,5 \cdot m \cdot R^2 = 0,5 \cdot 1,3547 \cdot 0,05^2 \text{kgm}^2 = 3,2784 \cdot 10^{-4} \text{kgm}^2$$

Für die Messunsicherheiten ergeben sie $u_m = 10^{-4} \text{kg}$ und $u_R = 5 \cdot 10^{-5} \text{m}$ als Ablesefehler, und somit für den Gesamtfehler:

$$u_{J_{0^\circ}} = \sqrt{(0,5R^2 \cdot u_m)^2 + (mR \cdot u_R)^2} = 2,98 \cdot 10^{-6} \text{kgm}^2$$

Für den um 90° geneigten Zylinder ergibt sich:

$$J_{90^\circ} = 0,25 \cdot m \cdot R^2 + \frac{1}{12} mh = 1,291 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$$

Für die Messunsicherheit ergibt sich Folgendes:

$$u_{J_{0^\circ}} = \sqrt{\left(\left(0,25R^2 + \frac{1}{12}h^2\right) \cdot u_m\right)^2 + \left(\frac{1}{12}mR \cdot u_R\right)^2 + \left(\frac{1}{6}mh \cdot u_h\right)^2} = 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

Vergleich der experimentellen Werte mit den theoretischen:

	Experimenteller Wert	Theoretischer Wert
J für 0° [10 ⁻⁴ kg m ²]	(3,5 ± 0,2)kgm ²	(3,28 ± 0,03)kgm ²
J für 90° [10 ⁻⁴ kg m ²]	(13,1 ± 0,2)kgm ²	(12,91 ± 0,03)kgm ²

6. Ergebniseinschätzung und kritische Reflexion

Der Versuch verlief ohne weitere Zwischenfälle und zu meiner vollen Zufriedenheit. Alle Ergebnisse liegen innerhalb der erwarteten Parameter. Sowohl die Eichkurve, als auch die mit ihrer ermittelten Ergebnisse liegen in Übereinstimmung mit den Erwarteten Ergebnissen. einzig ist zu beobachten, dass die Trägheitsmomente allesamt größer sind als erwartet. Grund hierfür ist, dass das Trägheitsmoment der Aufhängung in die Messung einfluss, jedoch bei der Auswertung übergangen wurde.

Als verbesserungswürdig ist zum einen die angesprochene Halterung, sowie die ungenaue Zeitmessung. Um dies zu ändern könnte man die Halterung bei der Eichung ebenfalls mit messen. Um die Zeit genauer zu nehmen, könnte man eine automatische Laservorrichtung benutzen.