

Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik

PAUL SCHULTZ
MATRIKEL NR. 529976



Versuchsprotokoll

M9 - Reversionspendel

Versuchspartner Dennis Sperlich (529816)
Versuchsort Newtonstraße 14, Raum 316, Platz 3
Versuchsbetreuer Dr. P. Schäfer
Versuchsdatum 29.04.2009

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	2
1.1	Zielstellung	2
1.2	Versuchsaufbau und -durchführung	2
1.2.1	Messgeräte	2
1.3	verwendete Formeln	2
2	Messwerte und Auswertung	2
2.1	Festlegung	2
2.2	Messung des Schneidenabstands des Reversionspendels	3
2.3	Bestimmung der reduzierten Pendellänge durch Finden der Schnittpunkte x_1 und x_2	3
2.4	Untersuchung der Amplitudenabhängigkeit der Periodendauer	4
2.5	Berechnung der Fallbeschleunigung g aus den Messgrößen	4
3	Fehlerbetrachtungen und Ergebniseinschätzung	5

1 Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

1.1 Zielstellung

Der Versuch hat das Ziel die Fallbeschleunigung g , unter der Verwendung des Prinzips des Reversionspendels, präzise zu messen.

1.2 Versuchsaufbau und -durchführung

Sofern nichts anderes erwähnt wird entsprach der Versuch der Darstellung in [1], S. 44 ff. Ebenso findet man dort die Angaben zur Versuchsdurchführung. Anzumerken ist, dass wir für die Präzisionsbestimmung der Periodendauer auf die Nutzung des PC-Programms REVPEN verzichtet und den Schnittpunkt, wie weiter unten ausgeführt, alternativ bestimmt haben.

1.2.1 Messgeräte

Zur Zeitmessung wurde eine Digitalstoppuhr mit Lichtschranke verwendet, die mit einer Ungenauigkeit von $u_T = \pm(10^{-3}\text{s} + \frac{1\text{s}}{1\text{d}} \cdot T)$ behaftet ist, wobei T die gemessene Periodendauer meint. Die Länge wurde mit einem digitalen Messschieber bestimmt, dessen Messunsicherheit $\delta L = \pm(0.02 + 0.00005\text{mm}^{-1} \cdot L)\text{mm}$, mit der gemessenen Länge L , beträgt. Zusätzlich ist noch die Breite der Messgabel, die zwischen den Schneiden entlangefahren wurde, zu beachten. Sie ist mit $d = (10.03 \pm 0.03)\text{mm}$ angegeben.

1.3 verwendete Formeln

Die Formeln, die für die physikalische Auswertung der Messergebnisse benötigt werden sind [1], S.44 ff. entnommen, mit Ausnahme der Formel für die Periodendauer des Schnittpunktes $(x_g; T_g)$. Hierbei gehen wir von dem Wertequadrupel von Periodendauern aus, innerhalb dessen der Schnittpunkt liegen muss¹.

$$t_1(x) = m_1x + n_1 \quad (1)$$

$$t_2(x) = m_2x + n_2 \quad (2)$$

$$(3)$$

Setzen von $x_1 = 0, x_2 = 1$:²

$$T_{11} = t_1(x_1) = m_1 \cdot x_1 + n_1 = n_1 \quad (4)$$

$$T_{12} = t_1(x_2) = m_1 \cdot x_2 + n_1 = m_1 + T_{11} \quad (5)$$

$$T_{21} = t_2(x_1) = m_2 \cdot x_1 + n_2 = n_2 \quad (6)$$

$$T_{22} = t_2(x_2) = m_2 \cdot x_2 + n_2 = m_2 + T_{21} \quad (7)$$

$$\Rightarrow m_1 = T_{22} - T_{21} \quad (8)$$

$$\Rightarrow m_2 = T_{12} - T_{11} \quad (9)$$

$$(10)$$

Für den Schnittpunkt $(x_g; T_g)$ muss folgendes gelten:

$$m_2x_g + n_2 = m_1x_g + n_1 \quad (11)$$

$$\Rightarrow x_g = \frac{T_{11} - T_{21}}{T_{22} - T_{21} - T_{12} + T_{11}} \quad (12)$$

$$\Rightarrow T_g = t_1(x_g) = \frac{(T_{11} - T_{21})(T_{12} - T_{11})}{T_{22} - T_{21} - T_{12} + T_{11}} + T_{11} \quad (13)$$

2 Messwerte und Auswertung

2.1 Festlegung

Für das weitere Protokoll sollen folgende Festlegungen gelten:

¹Voraussetzung ist die Annahme eines linearen Verlaufs der Graphn in diesem kleinen Intervall.

²Dies ist möglich, da x_g relativ zu x_1 bzw. x_2 ausreichend ist um T_g zu bestimmen.

Aufhängung 1: Konfiguration bei der M_2 unten ist

Aufhängung 2: Konfiguration bei der M_2 oben ist

2.2 Messung des Schneidenabstands des Reversionspendels

Das Reversionspendel wurde in einer Halterung befestigt und dann die Strecke zwischen den Schneiden mit einem digitalen Messschieber abgefahren. Hinzu zum Messergebnis kommt noch die Dicke d der Messgabel, da diese nur zwischen den Schneiden bewegt werden konnte. Aus den im Messprotokoll unter *Teil 1* aufgeführten Werten ergibt sich:

Mittelwert: $\bar{L} = 970.145\text{mm}$

Konfidenzintervall: $e_z = 0.0118\text{mm}$

Messunsicherheit: $u_l = \sqrt{e_z^2 + (\delta L)^2} = \sqrt{(0.0118)^2 + (0.02 + \frac{0.00005}{970.145})^2} = 0.069\text{mm}$

$L = (970.15 \pm 0.069)\text{mm} + (10.03 \pm 0.03)\text{mm} = (980.18 \pm 0.072)\text{mm}$

2.3 Bestimmung der reduzierten Pendellänge durch Finden der Schnittpunkte x_1 und x_2

Um die reudzierte Pendellänge zu bestimmen, sucht man die Stellung von M_1 , bei der für beide Aufhängungen die Periodendauer identisch ist. Dazu haben wir zunächst M_1 vom oberen Anschlag in Aufhängung 1 in Schritten von zwei Ringmarken nach unten in Richtung M_2 verschoben und jeweils in beiden Aufhängungen die Periodendauer von zwei Schwingungen gemessen³ (*Teil 2* im Messprotokoll).

Das Ergebnis der Messungen wurde in *Abb. 1* geplottet, deutlich zu erkennen sind die Schnittpunkte, x_1 zwischen der 4. und 6., sowie x_2 zwischen der 32. und 34. Ringmarke (von der Ausgangsstellung gezählt).

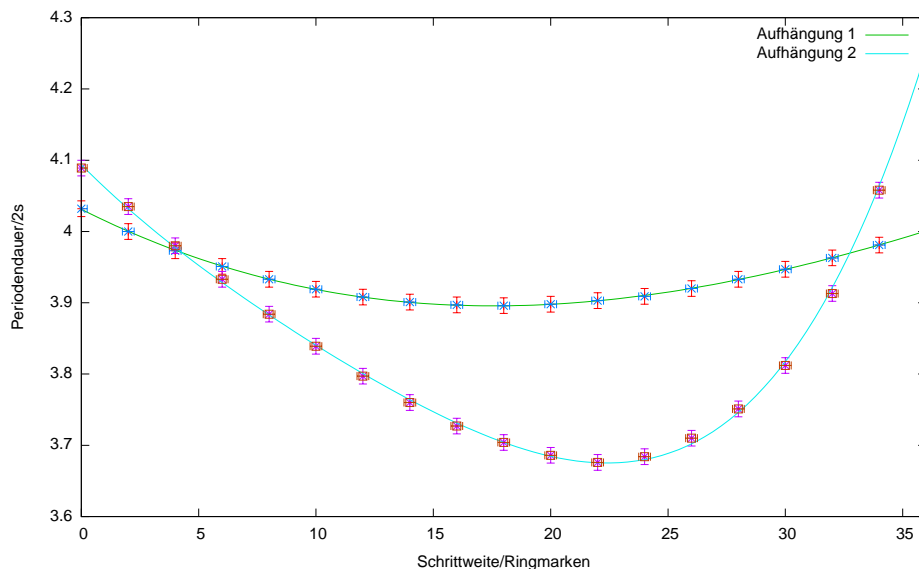


Abbildung 1: graphische Darstellung des Periodendauer-Positions-Zusammenhangs aus den Messwerten

Für eine präzisere Messung wurde $x_2 := x_g$ ausgewählt, da die Kurvenäste in diesem Punkt steiler schneiden. M_1 wurde vollständig auseinandergedreht und dann in Schritten von 1 Umdrehung wieder zusammengeschaubt (*Teil 3* im Messwerteprotokoll), außerdem wurde statt der doppelten jetzt die zehnfache Periodendauer aufgenommen.

Einsetzen der Werte aus *Tabelle 3* in Gleichung (13) ergibt:

$$T'_g = \left(\frac{(19.857 - 19.849)(19.862 - 19.857)}{19.845 - 19.862 - 19.849 + 19.857} + 19.857 \right) \text{s} = 19.853\text{s} \quad (14)$$

Wendet man die Regln der Fehlerfortpflanzung bei Addition und Multiplikation ([2], S.37) auf Gleichung (13) an, so ergibt sich eine Messunsicherheit $u_{T'_g} = 2 \cdot u_T = 0.003\text{s}$. Damit ist also:

$$T_g = 0.1 \cdot T'_g = (1.9853 \pm 0.0003)\text{s}.$$

³Hierbei wurde auf eine gleiche Amplitude der Auslenkung geachtet.

Aufhängung i	T_{i1} in s	T_{i2} in s
Aufhängung 1	19.857	19.849
Aufhängung 2	19.862	19.845

Tabelle 1: Wertequadrupel der Periodendauern zwischen dene

2.4 Untersuchung der Amplitudenabhängigkeit der Periodendauer

Ausgehend von Aufhängung 2 haben wir nun für verschiedene Winkel die Periodendauer gemessen⁴. Gleichung (5) aus [1], S.44, wird zu Gleichung (15) genähert:

$$\begin{aligned}
 T(\varphi_0) &= T\left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots\right) \\
 \varphi_0 &= \arctan \frac{a}{l} \quad \text{Amplitude } a, \text{ Pendellänge } l \\
 T(a) &= T\left(1 + \frac{\arctan\left(\frac{a}{l}\right)^2}{16}\right) \tag{15}
 \end{aligned}$$

⇒ Kleinwinkelnäherung, Vernachlässigung höherer als der zweiten Ordnung

Für unsere Messwerte genähert ergibt sich:

$$T(a) = 19.81(1 + 0.01^2 \cdot a^2)$$

Die Pendellänge entspricht dem Schneidenabstand l_r , für die Messwerte siehe *Teil 4* im Messprotokoll.

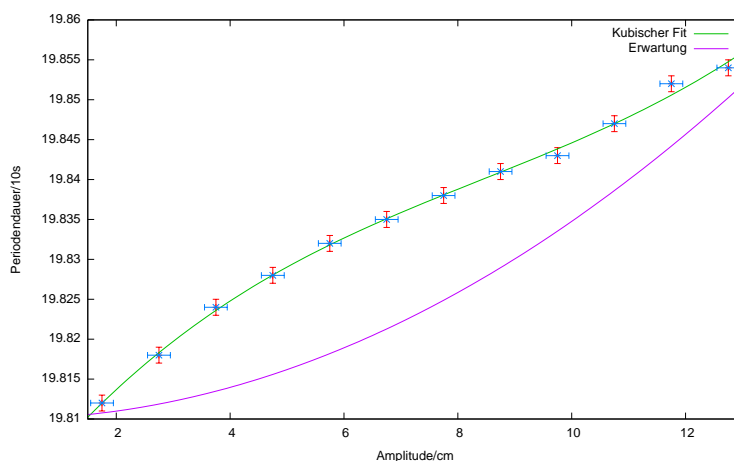


Abbildung 2: graphische Darstellung des Periodendauer-Amplituden-Zusammenhangs

2.5 Berechnung der Fallbeschleunigung g aus den Messgrößen

Nachdem nun die reduzierte Pendellänge $l_r = L = (980.18 \pm 0.072)\text{mm}$ sowie die Periodendauer $T'_g = (1.9853 \pm 0.0003)\text{s}$, für das Reversionspendel ermittelt wurden, lässt sich nun nach Formel (10), [1], S.45, die Fallbeschleunigung g bestimmen.

Nach Gleichung (3), in [1] S.44, gilt:

$$\begin{aligned}
 \bar{g} &= \left(\frac{2\pi}{T'_g}\right)^2 \cdot \bar{l}_r = 9.81778 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 u_g &= \left| \frac{\partial \left(\left(\frac{2\pi}{T'_g}\right)^2 \bar{l}_r \right)}{\partial T'_g} \right| u_{T'_g} + \left| \frac{\partial \left(\left(\frac{2\pi}{T'_g}\right)^2 \bar{l}_r \right)}{\partial \bar{l}_r} \right| u_{\bar{l}_r}
 \end{aligned}$$

⁴Der Praxis halber haben wir den Auslenkungswinkel nicht direkt sondern die horizontale Auslenkung des Pendels gemessen.

$$\begin{aligned}
&= \left| \frac{-8\pi^2 \bar{l}_r}{T_g^3} u_{T_g} \right| + \left| \frac{4\pi^2}{T_g^2} u_{l_r} \right| \\
&= 0.004 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}
\end{aligned}$$

Damit haben wir die Fallbeschleunigung g zu $g = (9.81778 \pm 0.004) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bestimmt.

3 Fehlerbetrachtungen und Ergebniseinschätzung

Das Schwereinformationssystem der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt[3] liefert für Adlershof einen Referenzwert von $g_r = (9.81265 \pm 0.00002) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ($13.5288^\circ / 52.4328^\circ$ bei 34m ü.N.N.), womit unser Wert eine Abweichung von $5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ vom Referenzwert aufweist, welche fast im Bereich der Messunsicherheit von $4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ liegt. Mögliche Fehlerquellen, die wir für die Berechnung von g nicht berücksichtigt haben wären nach [1], S.45 Gl.10, die Amplitudenabhängigkeit der Periodendauer sowie der Luftauftrieb. Abschließend ist zu sagen, dass man mit diesem Versuch durchaus eine Genauigkeit im Promillebereich möglich ist und der Versuch zur präzisen Bestimmung der Schwerebeschleunigung geeignet ist. Die Untersuchung der Periodendauer auf Amplitudenabhängigkeit konnte den Nachweis für die gegebene Funktion in unserem Falle nicht erbringen. Die Frage, ob unsere Messung auf einen anderen Zusammenhang hindeutet oder ob unsere Messwerte grob fehlerhaft sind, lässt sich mit unseren Erkenntnissen nicht beantworten. Womöglich müssten mehr Periodendauern mit höheren Amplituden gemessen werden.

Literatur

- [1] „Physikalisches Grundpraktikum, Mechanik und Thermodynamik 2005“ der Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I: Institut für Physik
- [2] „Physikalisches Grundpraktikum, Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik“ der Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I: Institut für Physik
- [3] „<http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php>“