

VERSUCHSPROTOKOLL M9  
REVERSIONSPENDEL

JOHANN FÖRSTER 519519  
VERSUCHSPARTNER MEIKEL SOBANSKI  
MESSPLATZ 2

HUMBOLDT UNIVERSITÄT ZU BERLIN  
INSTITUT FÜR PHYSIK

# INHALTSVERZEICHNIS

|   | Seite |
|---|-------|
| 1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung .....                        | 3     |
| 2.1) Bestimmung des Schneidenabstands .....                                   | 3     |
| 2.2) Periodendauer als Funktion der Stellung der beweglichen Masse $M_1$ .... | 3-4   |
| 2.3) Präzisionsmessung der Periodendauer bei $x_1 = 1,7$ Ringmarken .....     | 5     |
| 2.4) Abhängigkeit der Periodendauer vom Auslenkungswinkel $\varphi_0$ .....   | 6     |
| 2.5) Bestimmung der Fallbeschleunigung $g$ .....                              | 7     |
| 3) Fehleranalyse und kritische Selbsteinschätzung .....                       | 7     |
| 4) Quellenangabe .....  | 7     |
| Anhang: Messprotokoll .....   | 8-9   |

## 1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Ziel des Versuches war es, die Fallbeschleunigung  $g$  mit Hilfe eines Reversionspendels möglichst genau zu bestimmen. Hierfür wurde zuerst der Schneidenabstand des Pendels bestimmt und danach gemäß der Versuchsanleitung [1], Seite 46 diejenigen Lagen eines verschiebbaren Massenstücks  $M_1$  bestimmt, bei denen das Pendel beim Schwingen auf beiden Schneiden die gleiche Periodendauer hat. Diese Periodendauer wurde dann mit Hilfe einer Präzisionsmessung noch einmal genauer bestimmt und schließlich wurde noch die Abhängigkeit der Periodendauer vom Auslenkungswinkel überprüft, um die Periodendauer entsprechend zu korrigieren.

### 2.1) Bestimmung des Schneidenabstands

Das Längennormal hatte eine Länge von  $l_0 = (0,9784 \pm 0,0001)\text{m}$ , die Abweichung der Länge des Reversionspendels wurde mit Hilfe einer Messuhr wie folgt gemessen ( $n=6$ , Anzahl der Messungen):

| Messung | Abweichung $\Delta l$ in mm |
|---------|-----------------------------|
| 1       | 3,42                        |
| 2       | 3,41                        |
| 3       | 3,42                        |
| 4       | 3,415                       |
| 5       | 3,42                        |
| 6       | 3,425                       |

$$\text{Mittelwert: } \overline{\Delta l} = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = 3,418333\text{mm}$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\overline{\Delta l} - \Delta l_i)^2} = 0,005163978\text{mm}$$

Vertrauensbereich:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n}} s = 0,002108185\text{mm}$$

Die systematische Messunsicherheit der Messuhr beträgt ein Skalenteil, also  $u_1 = 0,01\text{mm}$ , zusammen mit der Messunsicherheit des Längennormals  $u_2 = 0,1\text{mm}$  und der statistischen Unsicherheit  $\bar{s}$  ergibt sich damit für die Unsicherheit des Schneidenabstands  $l$ :  $u(l) = u_1 + u_2 + \bar{s} = 0,112\text{mm}$ . Somit ergibt sich für den Schneidenabstand  $l$ :

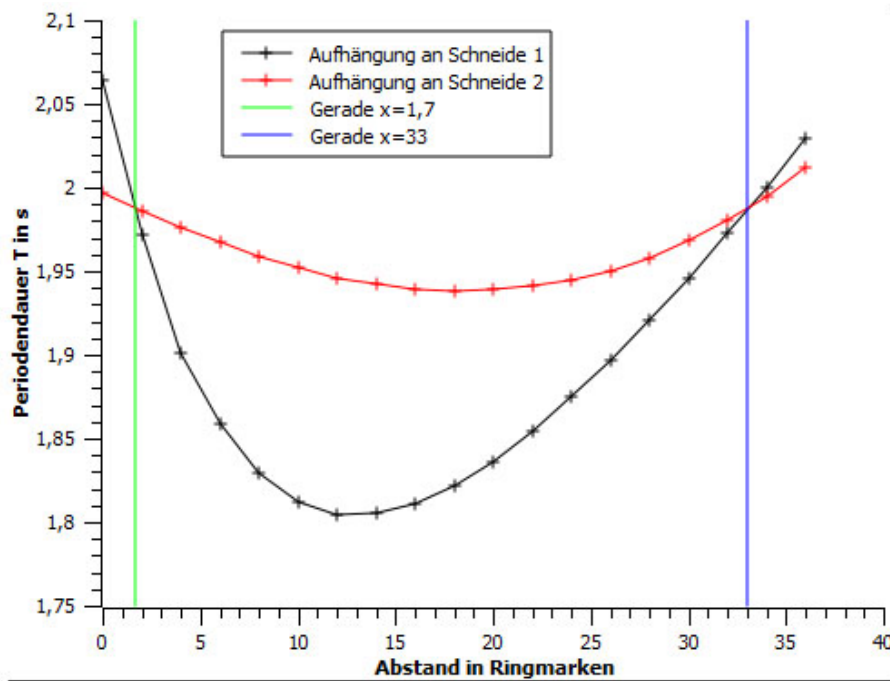
$$l = l_0 + \overline{\Delta l} \pm u(l) = (0,98182 \pm 0,00012)\text{m}$$

### 2.2) Periodendauer als Funktion der Stellung der beweglichen Masse $M_1$

Die doppelte Periodendauer wurde als Funktion der Stellung der beweglichen Masse  $M_1$  bei der Aufhängung an beiden Schneiden automatisch mit Hilfe einer Lichtschranke gemessen. Dabei wurde das Pendel jeweils horizontal um  $\Delta x \approx 3\text{cm}$  ausgelenkt, wodurch für den Auslenkungswinkel  $\varphi_0$  folgt:  $\sin \varphi_0 = \frac{\Delta x}{l} \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin \frac{\Delta x}{l} \approx \arcsin \frac{0,03\text{m}}{0,98182\text{m}} \approx 1,75^\circ$ . Auf Betrachtung von Messunsicherheiten wird an dieser Stelle verzichtet, da diese Messungen nur zum Finden der benötigten Stellung des Massestücks  $M_1$  für die Präzisionsmessung benötigt werden.

Messergebnisse:

| Abstand in Ringmarken | Schneide 1                         |                          | Schneide 2                         |                          |
|-----------------------|------------------------------------|--------------------------|------------------------------------|--------------------------|
|                       | doppelte Periodendauer $2T_1$ in s | Periodendauer $T_1$ in s | doppelte Periodendauer $2T_2$ in s | Periodendauer $T_2$ in s |
| 0                     | 4,128                              | 2,064                    | 3,993                              | 1,997                    |
| 2                     | 3,944                              | 1,972                    | 3,971                              | 1,986                    |
| 4                     | 3,801                              | 1,901                    | 3,951                              | 1,976                    |
| 6                     | 3,717                              | 1,859                    | 3,933                              | 1,967                    |
| 8                     | 3,657                              | 1,829                    | 3,917                              | 1,959                    |
| 10                    | 3,623                              | 1,812                    | 3,904                              | 1,952                    |
| 12                    | 3,608                              | 1,804                    | 3,892                              | 1,946                    |
| 14                    | 3,610                              | 1,805                    | 3,884                              | 1,942                    |
| 16                    | 3,621                              | 1,811                    | 3,878                              | 1,939                    |
| 18                    | 3,643                              | 1,822                    | 3,876                              | 1,938                    |
| 20                    | 3,672                              | 1,836                    | 3,878                              | 1,939                    |
| 22                    | 3,708                              | 1,854                    | 3,881                              | 1,941                    |
| 24                    | 3,749                              | 1,875                    | 3,889                              | 1,945                    |
| 26                    | 3,793                              | 1,897                    | 3,900                              | 1,950                    |
| 28                    | 3,842                              | 1,921                    | 3,915                              | 1,958                    |
| 30                    | 3,892                              | 1,946                    | 3,935                              | 1,968                    |
| 32                    | 3,945                              | 1,973                    | 3,959                              | 1,980                    |
| 34                    | 4,000                              | 2,000                    | 3,989                              | 1,995                    |
| 36                    | 4,057                              | 2,029                    | 4,023                              | 2,012                    |



Abhängigkeit der Periodendauer von der Lage des Massenstücks  $M_1$

### 2.3) Präzisionsmessung der Periodendauer bei $x_1 = 1,7$ Ringmarken

Bei  $x_1 = 1,7$  Ringmarken ist im Graphen aus 2.2) offensichtlich der steilere Schnittpunkt der Kurven  $T(x)$  von Schneide 1 (schwarz) und Schneide 2 (rot), weshalb dort die Präzisionsmessung der Periodendauer durchgeführt wurde. Die horizontale Auslenkung betrug dabei jeweils wieder  $\Delta x \approx 3\text{cm} \Rightarrow \varphi_0 \approx 1,75^\circ$ . Dazu wurde das Massstück  $M_1$  etwa in diese Lage verschoben und schrittweise um Einzelumdrehungen auseinandergeschraubt, wobei folgende Ergebnisse erzielt wurden:

| Umdrehungen | Schneide 1                              | Schneide 2                              |
|-------------|---|---|
|             | zehnfache Periodendauer<br>$10T_1$ in s | zehnfache Periodendauer<br>$10T_2$ in s |
| 0           | 19,828                                  | 19,871                                  |
| 1           | 19,845                                  | 19,873                                  |
| 2           | 19,871                                  | 19,875                                  |
| 3           | 19,896                                  | 19,877                                  |
| 4           | 19,925                                  | 19,881                                  |
| 5           | 19,945                                  | 19,885                                  |

Zwischen 2 und 3 Umdrehungen existiert offensichtlich ein Schnittpunkt, welcher sich in guter linearer Näherung aus dem Schnittpunkt zweier Geraden wie folgt ermitteln lässt:

$$\begin{aligned}
 \text{Schneide 1: } & g(x_1) = 19,871s ; g(x_2) = 19,896s ; g(x) = g(x_1) + \frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}x \\
 \text{Schneide 2: } & h(x_1) = 19,875s ; h(x_2) = 19,877s ; h(x) = h(x_1) + \frac{h(x_2)-h(x_1)}{x_2-x_1}x \\
 g(x_s) = h(x_s) & \Leftrightarrow x_s = \frac{(x_2-x_1)(g(x_1)-h(x_1))}{h(x_2)-h(x_1)-g(x_2)+g(x_1)} \Leftrightarrow g(x_s) = g(x_1) + \frac{(g(x_2)-g(x_1))(g(x_1)-h(x_1))}{h(x_2)-h(x_1)-g(x_2)+g(x_1)} \\
 10T_s = g(x_s) & = 19,871s + \frac{(19,896s-19,871s)(19,871s-19,875s)}{19,877s-19,875s-19,896s+19,871s} = 19,87534783s
 \end{aligned}$$

Bei einer Schätzung des systematischen Fehlers der Lichtschrankenmessung auf ein Skalenteil und Vernachlässigung des Fehlers aufgrund der linearen Näherung ergibt sich die Unsicherheit  $u(10T_s) = 0,001s$ . Daraus ergibt sich für die Periodendauer  $T_s$ , die bei der Aufhängung an beiden Schneiden mit Abstand  $l$  gleich ist:

$$T_s = \frac{10T_s \pm u(10T_s)}{10} = (1,9875 \pm 0,0001)s$$

## 2.4) Abhängigkeit der Periodendauer vom Auslenkungswinkel $\varphi_0$

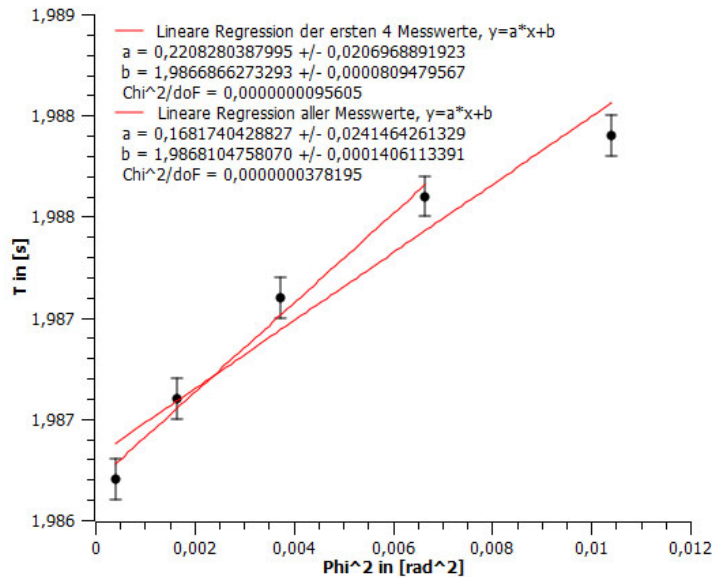
Zur Bestimmung der Abhängigkeit der Periodendauer vom Auslenkungswinkel  $\varphi_0$  wurden folgende Werte gemessen:

| Auslenkung<br>$\Delta x$ in cm | Auslenkungswinkel<br>$\varphi_0 = \arcsin \frac{\Delta x}{l}$ in $^\circ$ | Auslenkungswinkel<br>$\varphi_0 = \arcsin \frac{\Delta x}{l}$ in rad | zehnfache Perioden-<br>dauer 10T in s |
|--------------------------------|---|--|---------------------------------------|
| 20                             | 1,167216802   | 0,020371776  | 19,867                                |
| 40                             | 2,334918362   | 0,040752013  | 19,871                                |
| 60                             | 3,503591252   | 0,061149203  | 19,876                                |
| 80                             | 4,673725695   | 0,081571902  | 19,881                                |
| 100                            | 5,845817433   | 0,102028762  | 19,884                                |

Die Periodendauer  $T(\varphi_0)$  beträgt gemäß [1], Seite 44 theoretisch:

$$T(\varphi_0) = T * (1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots) \approx T(1 + \frac{\varphi_0^2}{16} + \dots)$$

Die Abhängigkeit  $T(\varphi_0^2)$  sollte also linear sein. Darstellung mit QtiPlot:



Abhängigkeit der Periodendauer vom Quadrat des Auslenkungswinkels  $\varphi_0$

Offensichtlich liegt, wenn alleine die Unsicherheit der Ordinatenwerte  $u(T)=0,0001s$  (Lichtschrankenmessung) berücksichtigt wird und alle Messwerte berücksichtigt werden, nur der zweite Messwert innerhalb der Regressionsgeraden. Wird jedoch der letzte Messwert ignoriert, da es sich vermutlich um eine Fehlmessung handelt, liegt jeder Messwert innerhalb der Regressionsgeraden und die Abhängigkeit ist damit in guter Näherung linear. Die Ursache für die Fehlmessung des letzten Messwertes ist vermutlich ungenaues Auslenken gewesen, da der betrachtete Auslenkungswinkel selbst noch so klein ist, dass die Abweichung von der Näherung  $T(\varphi_0^2) = T(1 + \frac{\varphi_0^2}{16} + \dots)$  immernoch zu gering wäre, um es zu erklären.

$$[\frac{1}{4} \sin^2(\frac{0,101501815}{2}) + \frac{9}{64} \sin^4(\frac{0,102028762}{2}) - \frac{0,102028762^2}{16}] \approx 3,866 * 10^{-7}$$

## 2.5) Bestimmung der Fallbeschleunigung $g$

Unter Vernachlässigung des Luftauftriebs und der Amplitudenabhängigkeit der Periodendauer beträgt die Fallbeschleunigung  $g$  gemäß [1], Seite 44 Gleichung 4 und Seite 45 Gleichung 8:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_s^2} = \frac{4\pi^2 * 0,9818183m}{(1,987534783s)^2} = 9,812087189 \frac{m}{s^2}$$

Die Unsicherheit ergibt sich nach der Fehlerfortpflanzung zu:

$$u(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T_s} u(T_s)\right)^2} = 1,5651 * 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{g} = g \pm u(g) = (9,812 \pm 0,002) \frac{m}{s^2}$$

Unter Anwendung der Korrekturformel (10), Quelle [1], Seite 45 zur Berücksichtigung des Luftauftriebes und der Auslenkung ergibt sich:

$$g_c = g\left(1 + \frac{\varphi_0^2}{8} + \frac{\rho l}{\rho}\right) = g\left(1 + \frac{0,030560307^2}{8} + \frac{1,29}{8000}\right) = 1,00027792g = 9,814814866 \frac{m}{s^2}$$

Vergleich mit Referenzwert:

Nach Quelle [2] beträgt die Fallbeschleunigung  $g$  in Potsdam  $g = (9,81274 \pm 0,00003) \frac{m}{s^2}$ , was mit dem ermittelten Wert für  $g$  innerhalb seiner Messunsicherheit gut übereinstimmt.

## 3) Fehleranalyse und kritische Selbsteinschätzung

Das erzielte Resultat für die Fallbeschleunigung  $g$  und sein Vergleich mit dem Referenzwert für Potsdam zeigen, dass die Fallbeschleunigung durch den Versuch sehr genau bestimmt werden konnte. Allerdings können weitere, nicht beachtete Messunsicherheiten das Ergebnis beeinflusst haben, zum Beispiel war das Auslenken des Pendels recht ungenau und der Fehler beim Auslenkungswinkel  $\varphi_0$  relativ groß, weil die horizontale Auslenkung  $\Delta x$  nur mit einem Geodreieck gemessen wurde und das Pendel ggf. nicht perfekt losgelassen wurde, sondern evtl. ein Anfangsimpuls, was zu einer veränderten Amplitude  $\varphi_0$  führt, auf das Pendel übertragen wurde. Weiterhin wurde auch der Fehler von  $T_s$  aufgrund der linearen Näherung in 2.3) vernachlässigt.

## 4) Quellenangabe

[1] Skript "Phys. Grundpraktikum I: Mechanik und Thermodynamik", 2005, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/GPRI.html> (Stand: 25.05.2008)

[2] [http://www.laiv-mv.de/land-mv/LAiV\\_prod/LAiV/AfGVK/\\_faltblaetter/FB.L.S.H.pdf](http://www.laiv-mv.de/land-mv/LAiV_prod/LAiV/AfGVK/_faltblaetter/FB.L.S.H.pdf) (Stand: 25.05.2008)