

Versuchsprotokoll

zur Bestimmung der Brennweiten von
dünnen Linsen (O1)
am Arbeitsplatz 1

durchgeführt am **28.01.2009**
mit Versuchspartnerin **Barbara Baumann** (530573)

Protokoll von **Sebastian Milster** (529125)

Gliederung:

- I. Einleitung und Versuchsbeschreibung
- II. Einzelne Linsen
 - .1 Bestimmung mit der Abbildungsgleichung
 - .2 Bestimmung nach der Methode von Bessel
- III. Linsenkombinationen
 - .1 Bestimmung nach der Methode von Bessel
 - .2 Vergleich mit II.
- IV. Genauigkeit der Methoden
- V. Auswertung

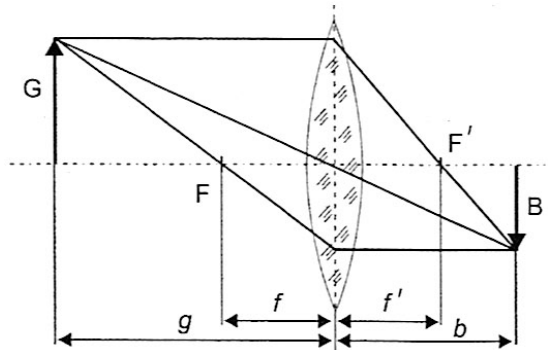
I. Einleitung

Die Brennweite f von verschiedenen Linsen soll mittels zwei verschiedener Methoden ermittelt werden. Zunächst werde ich die beiden Methoden erläutern.

Bestimmung mit der Abbildungsgleichung

In der Skizze erkennt man, dass es einen Zusammenhang zwischen der Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f gibt, der mit der Abbildungsgleichung ausgedrückt wird.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

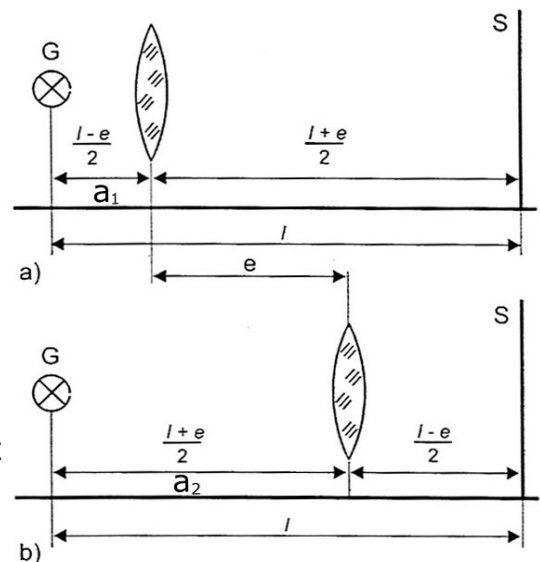


In unserem Versuch haben wir den Abstand zwischen Schirm und Gegenstand $l = g + b$ und g gemessen. Daraus haben wir unsere gesuchten Größen gewonnen und f berechnet.

Bestimmung nach der Methode von Bessel

Bei dieser Methode wird der Schirm bei verschiedenen Entfernungen l zum Gegenstand fest positioniert und die Linse oder die Linsenkombination verschoben. Wenn $l > 4 \cdot f$, dann erhält man zwei scharfe Bilder für zwei verschiedene Abstände a_n der Linse zur Quelle. Für einzelne Linsen ist $a_n = g_n$. Bei Linsenkombinationen ist es ein fester Punkt relativ zu den Linsen. Es ist egal wo dieser Punkt liegt, da uns nur die Differenz $e = a_2 - a_1$ interessiert. Mit e und l lässt sich die Brennweite mithilfe dieser Formel berechnen.

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4 \cdot l}$$



Die Linsen



1



2



3



4

konvex-konkav	bi-konvex	bi-konvex	konvex-konkav
Zerstreuungslinse	Sammellinse	Sammellinse	Zerstreuungslinse

II. Einzelne Linsen

II.1 Bestimmung mit der Abbildungsgleichung

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linse 2:

Long Name	g	l	b	f
Units	in cm			
1	50	100	50	25
2	60	102,5	42,5	24,87805
3	70	108,5	38,5	24,83871
4	80	116,5	36,5	25,06438
5	90	124,5	34,5	24,93976
6	100	133	33	24,81203

Daraus ergibt sich der Mittelwert \bar{f}_2 und eine Standardabweichung von s .
Ohne die systematischen Fehler erhalten wir eine Brennweite von :

$$\bar{f}_2 = 24,9 \text{ cm} ; s = 0,10 \text{ cm} \rightarrow f_2 = (24,9 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linse 3:

Long Name	g	l	b	f
Units	in cm			
1	30	65,5	35,5	16,25954
2	40	67,5	27,5	16,2963
3	50	74	24	16,21622
4	60	82,5	22,5	16,36364
5	70	91	21	16,15385
6	80	100	20	16

$$\bar{f}_3 = 16,2 \text{ cm} ; s = 0,12 \text{ cm} \rightarrow f_3 = (16,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

II.2 Bestimmung nach der Methode von Bessel

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linse 2:

Long Name	l	a1	a2	e	f
Units	in cm				
1	105	40,5	64,3	23,8	24,90133
2	110	38,5	71,5	33	25,025
3	113	36,7	75,5	38,8	24,91938
4	115	36,4	78,5	42,1	24,89693
5	118	35,5	82,3	46,8	24,85966
6	120	35,4	84,5	49,1	24,97748
7	125	34,4	90,5	56,1	24,95558
8	128	34	94,2	60,2	24,9218
9	130	33,7	96,1	62,4	25,012
10	135	32	101,8	69,8	24,7277

$$\bar{f}_2 = 24,9 \text{ cm} ; s = 0,09 \text{ cm} \rightarrow f_2 = (24,9 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linse 3:

Long Name	l	a1	a2	e	f
Units	in cm				
1	70	25,4	44,3	18,9	16,22425
2	75	23,8	51,4	27,6	16,2108
3	80	22,7	57,5	34,8	16,2155
4	82	22,4	69,5	47,1	13,73655
5	85	21,9	63,2	41,3	16,23326
6	90	21,4	68,8	47,4	16,259
7	95	20,9	74	53,1	16,32997
8	97	20,7	76,3	55,6	16,28258
9	100	20,3	79,5	59,2	16,2384
10	105	20,1	85	64,9	16,2214

Beim vierten Messwert von a_2 scheint ein grober Messfehler oder Notierungsfehler vorzuliegen ($69,5 \Leftrightarrow 59,5$?), wenn wir diesen Wert dennoch berücksichtigen, erhalten wir $f_3 = (16,0 \pm 0,8) \text{ cm}$. Die Standardabweichung ist ungewohnt hoch. Unter Weglassung diesen stark abweichenden Wertes ergibt dies für unsere Brennweite:

$$\bar{f}_3 = 16,2 \text{ cm} ; s = 0,04 \text{ cm} \rightarrow f_3 = (16,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

III. Linsenkombination

III.1 Bestimmung nach der Methode von Bessel

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linsenkombination 2+3:

Long Name	l	a1	a2	e	f
Units	in cm				
1	52	12,5	32	19,5	11,17188
2	55	12	36	24	11,13182
3	57	11,5	38,3	26,8	11,09982
4	59	11,2	40,5	29,3	11,11233
5	60	11,2	41,5	30,3	11,17462
6	62	10,9	43,9	33	11,10887
7	65	10,6	47,1	36,5	11,12596
8	70	10,2	52,5	42,3	11,10968
9	72	10	54,6	44,6	11,09319
10	75	9,8	57,8	48	11,07

Linsenabstand: $d = 6 \text{ cm}$

$$\bar{f}_{2+3} = 11,1 \text{ cm} ; s = 0,03 \text{ cm} \rightarrow f_{2+3} = (11,1 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Dies ist die Brennweite der Sammellinsenkombination. Sie wird im nächsten Abschnitt (III.2) mit den aus II. ermittelten Werten verglichen.

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linsenkombination 1+3:

Long Name	l	a1	a2	e	f
Units	in cm				
1	25	7	16,4	9,4	5,3664
2	24,5	7,1	15,8	8,7	5,35265
3	24	7,2	15,4	8,2	5,29958
4	23,5	7,5	14,3	6,8	5,38309
5	23	8,1	13,7	5,6	5,40913
6	22,5	8,3	12,2	3,9	5,456
7	22	9,3	11,5	2,2	5,445
8	25,5	6,2	17,4	11,2	5,1452
9	23,8	7,4	14,7	7,3	5,39023
10	22,8	8,1	13,1	5	5,42588

Linsenabstand: $d=6\text{ cm}$

$$\bar{f}_{1+3}=5,4\text{ cm} ; s=0,09\text{ cm} \rightarrow f_{1+3}=(5,4\pm 0,1)\text{ cm}$$

Messwerte und jeweilige Brennweite für Linsenkombination 4+3:

Long Name	l	a1	a2	e	f
Units	in cm				
1	115	27,2	39,7	12,5	28,41033
2	120	22,2	46,9	24,7	28,72898
3	125	20,2	54	33,8	28,96512
4	130	18,5	60,4	41,9	29,12383
5	135	17	67	50	29,12037
6	140	16,9	72,5	55,6	29,47971
7	145	15,8	78,7	62,9	29,4286
8	128	19,1	58,4	39,3	28,98342
9	133	17,6	64	46,4	29,20308
10	138	16,8	70,2	53,4	29,33413

Linsenabstand: $d=12\text{ cm}$

$$\bar{f}_{4+3}=29,1\text{ cm} ; s=0,33\text{ cm} \rightarrow f_{4+3}=(29,1\pm 0,3)\text{ cm}$$

III.2 Vergleich mit II.

Im Abschnitt II. erhielten wir Brennweiten für die Sammellinsen 2 und 3. Im Abschnitt III.1 haben wir für die Kombination dieser beiden Linsen ebenfalls die Brennweite festgestellt.

$$f_2=(24,9\pm 0,1)\text{ cm} ; f_3=(16,2\pm 0,1)\text{ cm} ; f_{2+3}=(11,1\pm 0,1)\text{ cm}$$

Es bleibt zu überprüfen, ob die Ergebnisse durch die Formel $\frac{1}{f_{2+3}}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}$

bestätigt werden. $f=1/(\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3})=9,8\text{ cm}$ Dieses Ergebnis weicht um in etwa 10% vom erwarteten Wert ab. Es kann dennoch als Bestätigung angesehen werden, wenn man die Ungenauigkeiten der Messungen, welche Im Abschnitt IV. Diskutiert werden, berücksichtigt.

IV. Genauigkeit der Methoden

Die Versuchsanordnung und Ablesemethode

Unabhängig von den Methoden ist allein aufgrund des Aufbaus mit starken Abweichungen zu rechnen. Als erstes ist das Ablesen auf der Skala ein Schätzen zwischen 1 und 2 mm, da sie nicht verspiegelt ist und die darauf verschiebbaren Stative nur abgerundete Ecken zum Ablesen anbieten. Ein weitaus gravierendere Ungenauigkeit ist jedoch die Tatsache, dass das Bild subjektiv vom Betrachter als scharf eingeschätzt wird. Bei sehr kleinen Brennweiten (Linsenkombination 1+3) kommt es zu sehr kleinen Abbildungen des Gegenstandes, die das Abschätzen der richtigen Position erschweren. Bei großen Brennweiten (Linsenkombination 4+3) gibt es eine relativ große Spanne, in der das Bild für das menschliche Auge scharf zu sein scheint. Auch hier muss wieder eine subjektive Abschätzung getroffen werden, die hohen Schwankungen unterliegt, welche durch die Standardabweichung $s_{4+3}=0,33\text{ cm}$ repräsentiert wird. Im Großen und Ganzen ist der gesamte Aufbau mit systematischen Fehlern behaftet, die den Vergleich in III.2 plausibel machen.

Vergleich der Methoden miteinander

Hierzu betrachten wir zunächst die Standardabweichungen aus II.1 und II.2:

Standardabweichung	Abbildungsgleichung	Bessel
Linse 2	$s=0,10\text{ cm}$	$s=0,09\text{ cm}$
Linse 3	$s=0,12\text{ cm}$	$s=0,04\text{ cm}$

Die Abweichungen liegen in der selben Größenordnung, wobei an diesem aufgeführten Beispiel die Abweichungen für die Bessel-Methode kleiner sind. Dies ist jedoch leider nur die Abweichung für die zufälligen Fehler. Die systematischen Fehler der Versuchsanordnung wurden bis dahin nicht berücksichtigt. Bei der Bessel-Methode wird ein Wert mehr aufgenommen und in der Berechnungsformel treten Quadrate auf, die die Fehler zusätzlich erhöhen. Auch das Beispiel der Linsenkombination 4+3 zeigt, dass die Methode nach Bessel sehr ungenau sein kann.

Größtfehlerabschätzung für Bessel-Methode:

Ablesefehler auf Skala: $\Delta b = \Delta l = \Delta a_n = \Delta g = \pm 0,2\text{ cm} \rightarrow \Delta e = 2 \cdot \Delta a_n = 0,4\text{ cm}$
„Schärfeintervall“ steckt in der Standardabweichung.

$$\Delta f = f \cdot \left(\frac{2 \cdot \Delta l}{l} + \frac{2 \Delta e}{e} \right) + s$$
$$\Delta f \approx 5\% \cdot f + s$$

V. Auswertung

Auch wenn unser Versuch sehr ungenau erscheint, wollen wir Brennweiten für all unsere Linsen erhalten. Berechnung der Brennweiten für die konvex-konkaven Linsen mithilfe der Linsenkombinationen:

$$\frac{1}{f_{1+3}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_3} \rightarrow \bar{f}_1 = 1 / \left(\frac{1}{f_{1+3}} - \frac{1}{f_3} \right) = 8,1 \text{ cm} \rightarrow f_1 = (8,1 \pm 1,7) \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_{4+3}} = \frac{1}{f_4} + \frac{1}{f_3} \rightarrow \bar{f}_4 = 1 / \left(\frac{1}{f_{4+3}} - \frac{1}{f_3} \right) = -36,5 \text{ cm} \rightarrow f_4 = -(36,5 \pm 2,3) \text{ cm}$$

Zu Beginn haben wir angenommen, dass Linse 1 eine Zerstreuungslinse ist. Bei unserem Versuch haben wir sie anscheinend mit der konvexen Seite zum Gegenstand hin eingesetzt, wodurch die konvex-konkave Linse die Eigenschaft einer Sammellinse hat. Dadurch ist die Brennweite $f_1 > 0$. Für Linse 4 gilt: $f_4 < 0$, also hat sie die Eigenschaft einer Zerstreuungslinse. Wir korrigieren unsere Tabelle und fassen zusammen:

Linse 1	Linse 2	Linse 3	Linse 4
konvex-konkav	bi-konvex	bi-konvex	konvex-konkav
als Sammellinse	Sammellinse	Sammellinse	als Zerstreuungslinse
$f_1 = (8,1 \pm 1,7) \text{ cm}$	$f_2 = (24,9 \pm 1,4) \text{ cm}$	$f_3 = (16,2 \pm 1,0) \text{ cm}$	$f_4 = -(36,5 \pm 2,3) \text{ cm}$

Trotz der großen Messungenauigkeit und subjektiven Abschätzungen konnten wir in unserem Versuch Werte ermitteln, um die Größenordnung der Brennweiten festzustellen und auch Vergleiche zwischen den Linsen zu machen.