Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I

Institut für Physik

Physikalisches Grundpraktikum I

Versuchsprotokoll

Versuch **O8**: Fraunhofersche Beugung

Arbeitsplatz Nr. 1

0. Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Ziel dieses Versuches soll es sein, das Beugungsverhalten von Licht an einem Einfachspalt, einem Spaltgitter und einer Lochblende zu untersuchen.
Hierfür soll zunächst mit einem Gitter, mit bekannter Gitterkonstante, die Wellenlänge des benutzten Lasers bestimmt werden.
Anschließend kann nun mit bekannter Wellenlänge die Breite des Einfachspalts gemessen werden.
Im Zuge dieses Versuches soll außerdem die Abbesche Formel für das Auflösungsvermögen eines Mikroskops qualitativ überprüft werden.
Letztendlich soll noch die relative Intensitätsverteilung der Beugungsabbildung für eine Lochblende gemessen werden und ein Vergleich mit theoretischen Werten stattfinden.

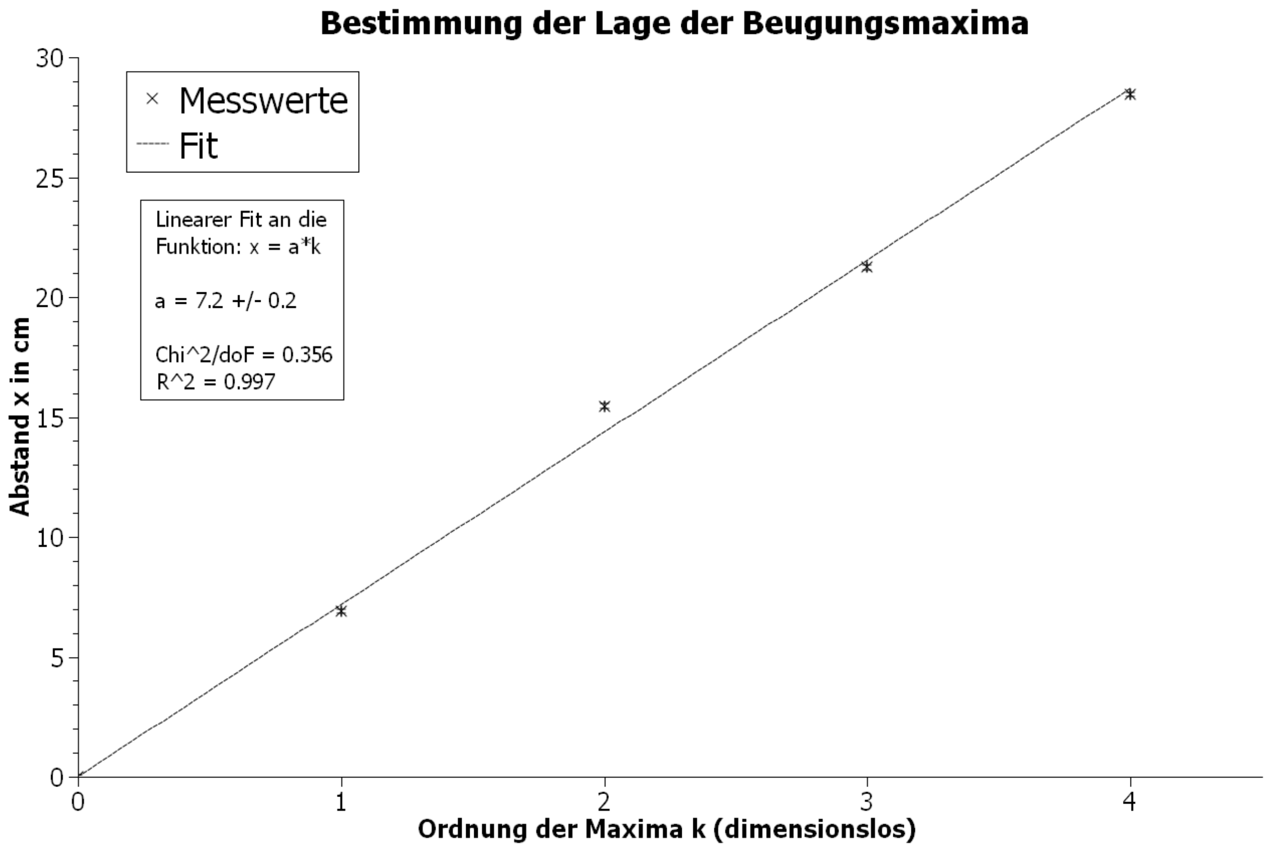
Detaillierte Durchführung, Skizzen, Hinweise und Herleitungen sind dem Skript "Physikalisches Grundpraktikum – Elektrodynamik und Optik 2005" zum Versuch O8 auf den Seiten 65 – 69 entnehmbar.

2. Messwerte und Fehlerberechnung

2.1. Bestimmung der Wellenlänge

Das benutze Gitter hatte eine Gitterkonstante von $g = 10^{-5} m$ und befand sich in einer Entfernung von $d = (108 \pm 1) cm$ zum Projektionsschirm.
Mit einem Holzlineal wurde nun der Abstand x der Beugungsmaxima zur optischen Achse auf dem Schirm, in Abhängigkeit der Ordnung der Maxima gemessen.
Den Fehler dieser Messung nehmen wir an mit $u_x = 0.2 cm$, während die Ordnung als fehlerfrei angesehen wird.

Es ergaben sich folgende Messwerte:



Nach Gleichung (4) aus dem Skript gilt:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\lambda}{g} \cdot k$$

Die Näherung $\sin(\alpha_k) \approx \tan(\alpha_k)$ gilt nur für kleine Winkel. Bei diesem Versuch liegt der maximale Winkel bei 15°. Bei diesem Winkel liegt die Abweichung von Sinus zu Tangens bei etwa 4%, was relativ gering ist, jedoch in der Fehlerbetrachtung berücksichtigt werden sollte. Mit dieser Näherung gilt dann:

$$\sin(\alpha_k) \approx \tan(\alpha_k) = \frac{x}{d} = \frac{\lambda}{g} \cdot k$$

Somit gilt für die gemessene Abhängigkeit:

$$x(k) = \frac{\lambda d}{g} \cdot k$$

Also gilt für den Parameter a der Linearen Regression:

$$a = \frac{\lambda d}{g}$$

Beziehungsweise, es gilt für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{a\,g}{d} = \frac{7.2\,cm \cdot 10^{-5}\,m}{108\,cm} \simeq 6.67 \cdot 10^{-7}\,m$$

Der Fehler der Wellenlänge berechnet sich nach der Formel:

$$u_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial a} \cdot u_a\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial d} \cdot u_d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{g}{d} \cdot u_a\right)^2 + \left(\frac{a\,g}{d^2} \cdot u_d\right)^2} = \sqrt{\left(1.8 \cdot 10^{-8}\,m\right)^2 + \left(6.2 \cdot 10^{-9}\,m\right)^2} \approx 2 \cdot 10^{-8}\,m$$

Somit ergibt sich die Wellenlänge zu:

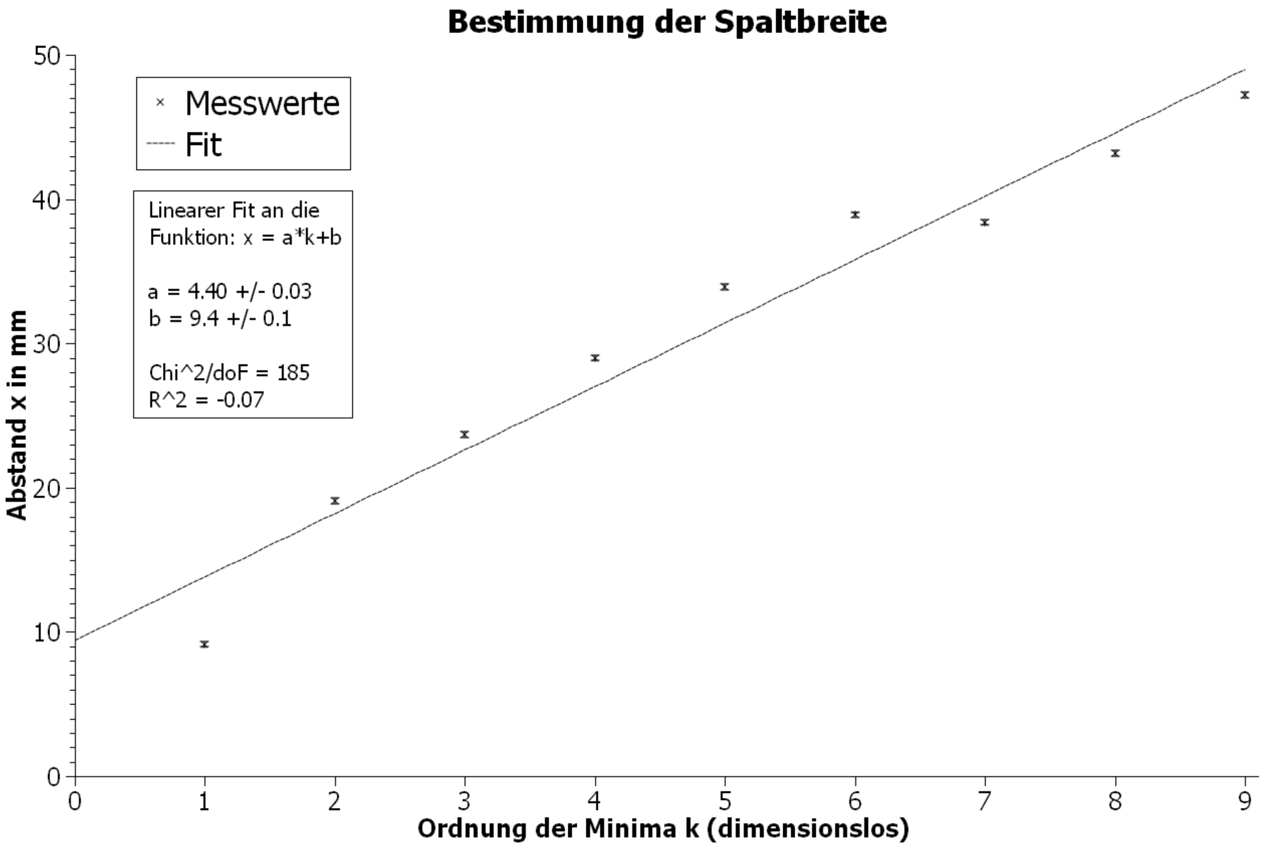
$$\lambda = \underline{(670 \pm 20)\,nm}$$

Der Referenzwert für einen Helium-Neon-Laser beträgt 632.8 nm.
Der ermittelte Wert liegt somit zwar in der selben Größenordnung wie der wahre Wert, stimmt jedoch erst in der doppelten errechneten Fehlertoleranz mit ihm überein.
Da bei der trigonometrischen Näherung eine Abschätzung nach oben stattfand, denn der Sinus ist kleiner als der Tangens müsste man den erhaltenen Wert nach unten korrigieren. Bei einem Abzug von 4% erhält man einen Wert von 640 nm welcher bedeutend näher am Referenzwert liegt.

2.2. Bestimmung der Spaltbreite

Hierfür wurde der zu untersuchende Spalt in einer Entfernung von $d = (161 \pm 1)\,cm$ vom Schirm platziert und die Position x der Beugungsminima in Abhängigkeit von der Ordnung gemessen.
Hierbei wurde ein sehr genauer Detektor verwendet, der sich über einen Stelltrieb mit einem Fehler von $u_x = 0.2\,mm$ genau einstellen ließ. Es wurden jeweils die Positionen notiert, an denen die Intensität ein Minimum erreicht hatte.

Es ergaben sich folgende Messwerte:



Nach Gleichung (2) aus dem Skript gilt für die Minima:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\lambda}{b} \cdot k$$

Unter der gleichen Näherung, wie in 2.1. folgt:

$$x(k) = \frac{\lambda d}{b} \cdot k$$

Hierbei ist der maximale betrachtete Winkel sogar kleiner als 2°, was einer Abweichung von nur 0.06% zwischen Sinus und Tangens entspricht. Es ist also eine größere Präzision zu erwarten.
Für die Breite des Spalts gilt somit:

$$b = \frac{\lambda d}{a} = \frac{670\,nm \cdot 161\,cm}{4.40\,mm} \simeq 2.452 \cdot 10^{-4}\,m$$

Der Fehler berechnet sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu:

$$u_b = \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial \lambda} \cdot u_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial d} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial a} \cdot u_a\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{a} \cdot u_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{a} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\lambda d}{a^2} \cdot u_a\right)^2}$$

$$u_b = \sqrt{(7.3 \cdot 10^{-6}\,m)^2 + (1.5 \cdot 10^{-6}\,m)^2 + (1.7 \cdot 10^{-6}\,m)^2} \approx 8 \cdot 10^{-6}\,m$$

Und die bestimmte Spaltbreite ist somit:

$$b = \underline{(245 \pm 8)\,\mu m}$$

Dieser Wert liegt in einer realistischen Größenordnung und liegt im Bereich von Referenzwerten anderer Protokolle.

2.3. Überprüfung der Abbeschen Formel

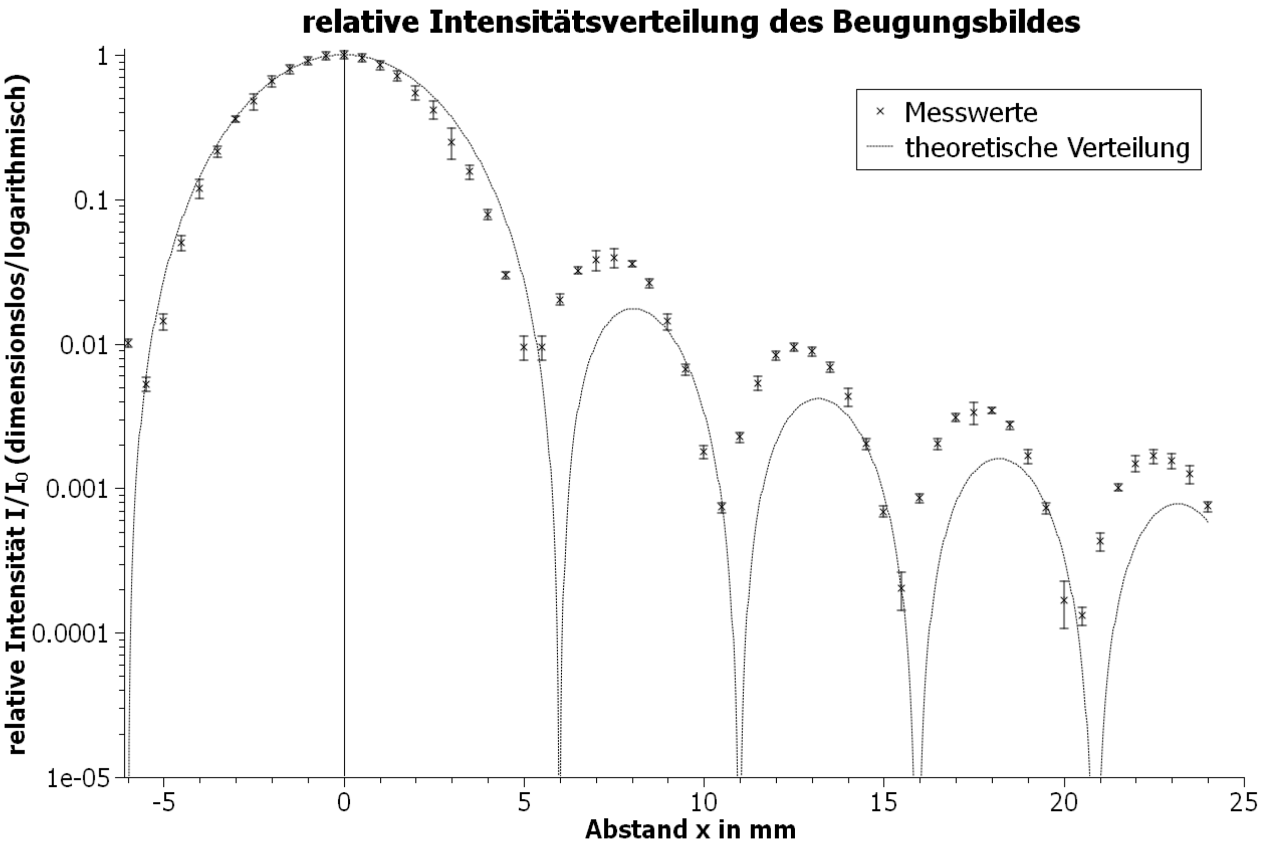
Aufgrund von technischen Schwierigkeiten, war es an unserem Versuchsplatz nicht möglich die zu erwartenden Beobachtungen durchzuführen.
Allerdings haben wir an einem anderen Versuchsplatz, an dem dieser Versuchsteil bereits aufgebaut war deutlich erkennen können, dass mindestens zwei Beugungsmaxima an der Abbildungen beteiligt sein müssen um ein erkennbares Bild zu erhalten.
Außerdem war zu beobachten, dass je mehr Ordnungen ausgeblendet wurden das Bild an Schärfe verlor.
Somit ist dies eine Unterstützung der Abbeschen Abbildungstheorie.

2.4. Messung der Intensitätsverteilung

Hierfür wurde der Detektor aus 2.2. benutzt um die Intensitätsverteilung innerhalb des Beugungsbildes einer Lochblende, in einer Entfernung von $d = (150 \pm 1)\,cm$, zu messen.
Da eine zur Intensität proportionale Stromstärke gemessen wurde und in der grafischen Darstellung eine relative Intensität abgetragen ist, ergeben sich keine zusätzlichen Fehler, lediglich der Fehler des Amperemeters zu $u_I = 0.05 \cdot \hat{I}$.

Für einen Vergleich mit theoretischen Werten wurde zunächst der Durchmesser der Lochblende mit einem Mikroskop zu $B = (203.4 \pm 0.8)\,\mu m$ bestimmt.
Die theoretische Kurve wurde nach Gleichung (5) aus dem Skript berechnet, wobei erneut die Näherung aus 2.1. benutzt wurde, mit einem maximalen Winkel von 1.2°. Somit sollte dadurch keine zu große Abweichung entstehen.

Es ergibt sich folgende grafische Darstellung:



Wie zu erwarten ähneln sich die Kurven der experimentellen und theoretischen Werte stark in Form und Größe. Lediglich ein mit x steigender Offset entlang der x-Achse fällt auf

3. Diskussion

Mit diesem Versuch konnten wir deutlich das Beugungsverhalten von Licht untersuchen.
Alle Messungen ergaben Werte die in der richtigen Größenordnung lagen.
Die Messung der Spaltbreite und der Wellenlänge lieferten einen relativen Fehler von nur 3%, was für eine relativ genaue Methode spricht.
Bei der Bestimmung der Wellenlänge lieferte die lineare Regression den größten Fehleranteil, weshalb man den Gesamtfehler wohl am günstigsten verringern könnte indem man mehr Messwerte in der Regression benutzt. Verringert man den Fehler der Wellenlänge würde sich auch der Fehler der Spaltbreite stark reduzieren, da hier Lambda den größten Fehleranteil stellt.
Außerdem wären eine präzisere Messung der Abstände sinnvoll und wünschenswert, da insbesondere das Hantieren mit Zollstock und Holzlineal zu ungenauen Ergebnissen führt. So könnte man zum Beispiel die optische Bank mit einer Skala versehen und an den Halterungen für Schirm, Gitter und Spalt Markierungen befestigen, die das Ablesen vereinfachen würden.

Für die Messung einer punktsymmetrischen Intensitätsverteilung eignet sich meiner Meinung nach ein Detektor mit schlitzförmigem Einlass nur bedingt, da es so nicht möglich ist ein Beugungsminimum exakt zu erfassen, da stets an den Rändern bereits das nächste Maximum in den Sensor leuchtet.

So fällt auch auf, dass im Vergleich zur theoretischen Verteilung, die experimentelle Verteilung nahe am Mittelpunkt nie stark abnimmt und Null erreicht. Eine punktförmige Öffnung wäre hier wohl zweckmäßiger.
Allerdings auch die Ausdehnung des Detektors und das allgegenwärtige Hintergrundlicht eine Rolle.

4. Quellen

[1] Skript: „Physikalisches Grundpraktikum - Elektrodynamik und Optik“, 2005

[2] Skript: „Physikalisches Grundpraktikum - Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik“, 2007

[3] http://de.wikipedia.org/wiki/Helium-Neon-Laser

5. Anhang