

T4: Zustandsgleichung idealer Gase

Verfasserin: Dan-Nha Huynh

Versuchspartner: Marco Kraft

Versuchsbetreuer: A. Nagy

Versuchsplatz: 4

Versuchsdatum: 14.Mai 2008

1. ZIELSTELLUNG	3
2. VERSUCHSAUFBAU	3
3. VERWENDETE MESSINSTRUMENTE	3
4. DRUCKMESSUNG FÜR VERSCHIEDENE TEMPERATUREN	3
4.1 DURCHFÜHRUNG	3
4.2 DRUCKBESTIMMUNG BEI ZIMMERTEMPERATUR	4
4.2.1 Durchführung	4
4.2.2 Messdaten	4
4.2.3 Berechnung des Druckes	4
4.2.4 Messunsicherheit	5
4.2.5 Ergebnis	6
4.3 DRUCKBESTIMMUNG BEI GEFRIERTEMperatur	6
4.3.1 Durchführung	6
4.3.2 Messdaten	6
4.3.3 Berechnung des Druckes	7
4.3.4 Messunsicherheit	7
4.3.5 Ergebnis	7
4.4 DRUCKBESTIMMUNG BEI SIEDETEMPERATUR	7
4.4.1 Durchführung	7
4.4.2 Messdaten	7
4.4.3 Berechnung des Druckes	8
4.4.4 Messunsicherheit	8
4.4.5 Ergebnis	8
5. BESTIMMUNG DES SPANNUNGSKOEFFIZIENTEN	8
5.1 BERECHNUNG DES SPANNUNGSKOEFFIZIENTEN	8
5.2 MESSUNSICHERHEIT	9
5.3 ERGEBNIS	10
6. BESTIMMUNG DER ZIMMERTEMPERATUR	10
6.1 BERECHNUNG DER ZIMMERTEMPERATUR	10
6.2 MESSUNSICHERHEIT	10
6.3 ERGEBNIS	10
7. KRITISCHE BETRACHTUNG	10

Messdatenprotokoll

1. Zielstellung

Temperaturbestimmung mit Hilfe des Jollyschen Gasthermometers unter Verwendung des Gay-Lussacschen Gesetzes (Zustandsgleichung idealer Gase bei konstantem Volumen).

Hinweis: Für weitere Informationen zu den physikalischen Grundlagen und den Aufgabenstellungen zu diesem Versuch sei auf das Skriptⁱ verwiesen.

2. Versuchsaufbau

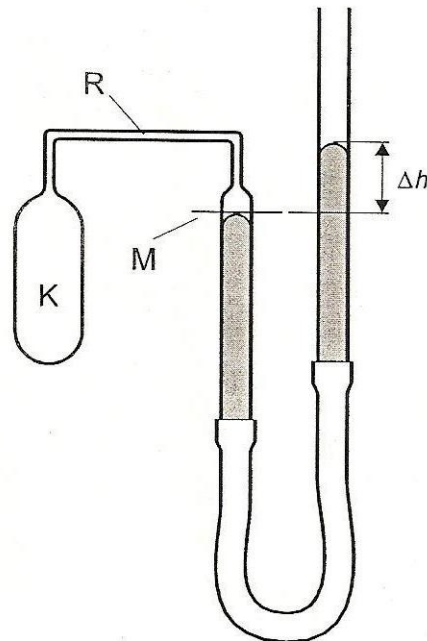


Abbildung 2-1ⁱⁱ

K: Glasballon, R: Kapillare, M: Marke, Δh : Höhendifferenz

3. Verwendete Messinstrumente

Digital-Präzisionsthermometer GTH 175/Pt, Messskale am Gasthermometer, Manometer zur Messung des Außendrucks.

4. Druckmessung für verschiedene Temperaturen

Durchführung

Für drei verschiedene Temperaturen (Zimmertemperatur, Gefriertemperatur sowie Siedetemperatur von Wasser) wird jeweils zehnmal die Höhendifferenz Δh gemessen, wobei lediglich die Temperatur des Glasballons verändert wird. Dabei werde die Oberseite des Meniskus (konvex) der Quecksilbersäule für jede Messung erneut mit Hilfe einer Stellschraube auf die Höhe einer Marke am

rechten Schenkel gehoben (vgl. Abbildung 2-1). Jene Marke befinde sich auf der Anfangshöhe $h_0 = 30,0\text{cm}$.

Die Höhendifferenz wird wiederum an der Oberseite des Meniskus des linken Schenkels abgelesen.

Druckbestimmung bei Zimmertemperatur

Durchführung

Der Glasballon wird in Wasser getaucht, welches in etwa Zimmertemperatur hat. Die Temperatur des Wassers wird notiert.

Messdaten

Äußerer Luftdruck: $p_a = (101,0 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{Pa}^1$

Gemessene Zimmertemperatur²: $\theta = (26,4 \pm 0,2)^\circ\text{C}$

Messung i	Höhe der Quecksilbersäule h_i/cm	Höhendifferenz $h_i - h_0 = \Delta h_i/\text{cm}$
1	36,0	6,0
2	35,8	5,8
3	35,8	5,8
4	35,9	5,9
5	35,8	5,8
6	36,2	6,2
7	36,1	6,1
8	36,0	6,0
9	35,9	5,9
10	35,9	5,9

Tabelle 4.2-1

Berechnung des Druckes

Aus den Höhendifferenzen lässt sich folgendermaßen der durchschnittliche Druck im Glasballon berechnen:

Zunächst wird als bestmöglicher Wert für die Höhendifferenz der arithmetische Mittelwert aller Höhendifferenzen angenommen:

$$\overline{\Delta h} = \sum_{i=1}^{10} \frac{\Delta h_i}{n} \quad (\text{Gl. 4.2-1})$$

n : Stichprobenumfang (hier: $n = 10$)

¹ Der äußere Luftdruck wurde während des ganzen Versuches dreimal überprüft. Jede Überprüfung führte zum selben Ergebnis. Der Luftdruck soll daher an dieser Stelle für das ganze Experiment als konstant angenommen werden. Zumal dessen sprunghafte Änderung im Zeitraum der Versuchsdurchführung als unwahrscheinlich erscheint.

² Die systematische Messunsicherheit für das digitale Thermometer ergibt sich aus: $\theta \cdot 10^{-3} + 0,2^\circ\text{C}$

$$\underline{\underline{\Delta\bar{h} = 5,94 \cdot 10^{-2} m}}$$

Nun kann mit Hilfe des Umrechnungsfaktor k die Umrechnung von Höhendifferenz $\Delta\bar{h}$ in Druck \bar{p} vorgenommen werden:

$$k = 133,3 \cdot 10^3 Pa / m$$

Somit gilt für den insgesamt im herrschenden Druck:

$$\tilde{p} = p_a + \bar{p} = p_a + k \cdot \Delta\bar{h} \quad (\text{Gl. 4.2-2})$$

$$\underline{\underline{\tilde{p} \approx 108,92 \cdot 10^3 Pa}}$$

Messunsicherheit

Die Messunsicherheit des Druckes $u_{\bar{p}}$ ergibt sich aus der Messunsicherheit des äußeren Luftdruckes u_{p_a} sowie der Messunsicherheit der durchschnittlichen Höhendifferenz $u_{\Delta\bar{h}}$, wobei der Umrechnungsfaktor k an dieser Stelle als fehlerfrei angenommen wird, da keine Informationen über dessen Messunsicherheit vorliegen:

$$u_{\bar{p}} = \sqrt{u_{p_a}^2 + (k \cdot u_{\Delta\bar{h}})^2} \quad (\text{Gl. 4.2-3})$$

Für u_{p_a} wird dabei ein Wert von $\pm 0,2 \text{ kPa}$ angenommen.

$u_{\Delta\bar{h}}$ ergibt sich hingegen aus systematischer und statistischer Messabweichung:

$$u_{\Delta\bar{h}} = \sqrt{e_s^2(\Delta\bar{h}) + e_z^2(\Delta\bar{h})} \quad (\text{Gl. 4.2-4})$$

$e_s(\Delta\bar{h})$: Systematische Messabweichung von $\Delta\bar{h}$

$e_z(\Delta\bar{h})$: Statistische Messunsicherheit von $\Delta\bar{h}$

Die systematische Messunsicherheit von $\Delta\bar{h}$ ist dabei folgende:

$$e_s(\Delta\bar{h}) = \sqrt{e_s^2(h_0) + e_s^2(h_i)} = e_s(h_0) \sqrt{2} \quad (\text{Gl. 4.2-5})$$

$e_s(h_0)$: Systematische Messabweichung der Anfangshöhe

$e_s(h_i)$: Systematische Messunsicherheit der einzelnen gemessenen Höhen, wobei $e_s(h_0) = e_s(h_i)$

An dieser Stelle wird für die systematische Messabweichung³ $e_s(h_0)$ ein Wert von $\pm 0,5 \text{ mm}$ (halber Skalenteil) statt wie im Skript beschrieben ein Wert von $\pm 0,2 \text{ mm}$ angenommen, da sich weder die Anfangshöhe der Quecksilbersäule so genau einstellen lässt, noch dieser Wert für die Ables- bzw. Schätzgenauigkeit seitens der Experimentatoren als verlässlich erscheint (weiteres hierzu siehe Abschnitt 7). Somit erhalte man:

³ Die hier als systematische Messunsicherheit aufgefasste Messabweichung kann auch als statistische betrachtet werden, da die Messabweichungen nach oben sowie nach unten abweichen können (Näheres finden hierzu finden Sie in Abschnitt 7). Die Bezeichnung war hier lediglich Geschmackssache.

$$\underline{\underline{e_s(\Delta\bar{h}) \approx 7,1 \cdot 10^{-4} m}}$$

Die statistische Messunsicherheit von $\Delta\bar{h}$ entspricht dem Vertrauensbereich $\sigma(\Delta\bar{h})$, welcher sich folgendermaßen berechnet:

$$e_z(\Delta\bar{h}) = \sigma(\Delta\bar{h}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n=10} (h_i - \Delta\bar{h})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma(\Delta\bar{h})}{\sqrt{n}}$$

$\sigma(\Delta\bar{h})$: Standardabweichung von $\Delta\bar{h}$

$$\underline{\underline{e_z(\Delta\bar{h}) = 4,3 \cdot 10^{-4} m}}$$

Nun kann auch $u_{\Delta\bar{h}}$ nach Gl. 4.2-4 berechnet werden:

$$\underline{\underline{u_{\Delta\bar{h}} \approx 8,3 \cdot 10^{-4} m}}$$

Gemäß Gl. 4.2-3 gilt dann:

$$\underline{\underline{u_{\tilde{p}_z} \approx 228,3 Pa}}$$

Ergebnis

$$p_z = \tilde{p} \pm u_{\tilde{p}_z} = (108,9 \pm 0,2) \cdot 10^3 Pa$$

Druckbestimmung bei Gefriertemperatur

Durchführung

Der wird in Eiswasser gebettet und dessen Temperatur gemessen.

Messdaten

Gemessene Temperatur des Eiswassers: $\theta = (0,0 \pm 0,2)^\circ C$

Messung i	Höhe der Quecksilbersäule h_i/cm	Höhendifferenz $h_i - h_0 = \Delta h_i/cm$
1	29,5	-0,5
2	29,5	-0,5
3	29,4	-0,6
4	29,4	-0,6
5	29,4	-0,6
6	29,5	-0,5
7	29,6	-0,4
8	29,5	-0,5
9	29,4	-0,6
10	29,6	-0,4

Tabelle 4.2-2

Berechnung des Druckes

Die Berechnung wird gemäß Abschnitt 4.2.2 ausgeführt. Als Ergebnisse erhält man somit:

$$\underline{\underline{\Delta \bar{h} = -5,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{\tilde{p} = 100,31 \cdot 10^3 \text{ Pa}}}$$

Messunsicherheit

Die Berechnung der Messunsicherheit von p wird gemäß 4.2.4 durchgeführt, wobei die angegebenen systematischen Messunsicherheiten die gleichen bleiben.

$$\underline{\underline{e_s(\Delta \bar{h}) \approx 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{e_z(\Delta \bar{h}) = \bar{\sigma}(\Delta \bar{h}) = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{u_{\Delta \bar{h}} \approx 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{u_{\tilde{p}_0} \approx 223,6 \text{ Pa}}}$$

Ergebnis

$$p_0 = \tilde{p} \pm u_{\tilde{p}_0} = (100,3 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Druckbestimmung bei Siedetemperatur

Durchführung

Der Glasballon wird in Wasser getaucht, welches anschließend zum Sieden gebracht wird. Sobald das Wasser siedet, schaltet sich hierbei der Wasserkocher aus. Dann ist auch die Siedetemperatur erreicht.

Anmerkung: Aufgrund eines defekten Wasserkochers, musste dieser mit dem von Versuchsplatz 1 ersetzt werden.

Messdaten

Gemessene Siedetemperatur: $\theta = (100,0 \pm 0,3)^\circ\text{C}$

Messung i	Höhe der Quecksilbersäule h_i/cm	Höhendifferenz $h_i - h_0 = \Delta h_i/\text{cm}$
1	55,8	25,8
2	55,9	25,9
3	55,7	25,7
4	55,9	25,9
5	55,8	25,8
6	55,7	25,7
7	55,9	25,9
8	56,0	26,0
9	56,0	26,0
10	55,9	25,9

Tabelle 4.2-3

Berechnung des Druckes

Die Berechnung wird wiederum gemäß Abschnitt 4.2.2 ausgeführt. Als Ergebnisse erhält man somit:

$$\underline{\underline{\Delta \bar{h} = 25,86 \cdot 10^{-2} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{\tilde{p} = 135,47 \cdot 10^3 \text{ Pa}}}$$

Messunsicherheit

Die Berechnung der Messunsicherheit von p wird gemäß 4.2.4 durchgeführt, wobei die angegebenen systematischen Messunsicherheiten die gleichen bleiben.

$$\underline{\underline{e_s(\Delta \bar{h}) \approx 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{e_z(\Delta \bar{h}) = \bar{\sigma}(\Delta \bar{h}) = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{u_{\Delta h} \approx 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{u_{\tilde{p}_s} \approx 225,7 \text{ Pa}}}$$

Ergebnis

$$p_s = \tilde{p} \pm u_{\tilde{p}_s} = (135,5 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

5. Bestimmung des Spannungskoeffizienten

Mit den in Abschnitt 4 berechneten Werten für Siededruck und Druck am Gefrierpunkt des Wassers lässt sich nun im Folgenden der Spannungskoeffizient berechnen.

Berechnung des Spannungskoeffizienten

Aus dem Gay-Lussacschen Gesetz⁴ für feste Volumina erhält man folgenden Ausdruck für den Spannungskoeffizienten γ :

$$\gamma = \frac{p_s - p_0}{p_0 \cdot \theta_s} \quad (\text{Gl. 5.1-1})$$

θ_s : Siedetemperatur

p_s : Siededruck

p_0 : Druck bei 0°C

Für die genaue Siedetemperatur gilt dabei:

$$\theta_s = \left(100 + 2,81 \cdot 10^{-4} \left(\frac{p_a}{Pa} - 10,13 \cdot 10^4 \right) \right) \cdot ^\circ C \quad (\text{Gl. 5.1-3})$$

$$\underline{\underline{\theta_s \approx 99,9^\circ C}}$$

Setzt man nun diese Siedetemperatur, sowie die entsprechenden Ergebnisse für Siededruck und Druck bei 0°C aus 4.3.5 und 4.4.5 in Gl. 5.1-1 ein, so erhält man für den Spannungskoeffizienten:

$$\underline{\underline{\tilde{\gamma} \approx 3,51 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^\circ C}}$$

Messunsicherheit

Die Messunsicherheit des Spannungskoeffizienten ergibt sich folgendermaßen aus den Messunsicherheiten der Siedetemperatur u_{θ_s} , des Siededruckes u_{p_s} sowie des Druckes bei 0°C u_{p_0} :

$$u_\gamma = \sqrt{\left(\frac{1}{p_0 \cdot t_s} \cdot u_{p_s} \right)^2 + \left(-\frac{p_s}{p_0^2 \cdot t_s} \cdot u_{p_0} \right)^2 + \left(-\frac{p_s - p_0}{p_0 \cdot t_s^2} \cdot u_{\theta_s} \right)^2} \quad (\text{Gl. 5.2-1})$$

Dabei berechnet sich die Messunsicherheit u_{θ_s} aus der Messunsicherheit des äußeren Luftdrucks (dieser ist bereits in 4.2.4 angegeben):

$$u_{\theta_s} = \left| \frac{2,81 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ C}{Pa} \cdot u_{p_a} \right| \quad (\text{Gl. 5.2-2})$$

$$\underline{\underline{u_{\theta_s} \approx 0,06^\circ C}}$$

Somit erhält man:

$$\underline{\underline{u_\gamma \approx 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ C}}$$

⁴Das Gay-Lussacsche Gesetz für V=const. lautet:

$$p_\theta = p_0 (1 + \gamma \cdot \theta)$$

θ : Celsiusstemperatur, p_θ : Druck bei der Temperatur θ

Setzt man für die θ und p_θ jeweils Siedetemperatur und Siededruck ein, so erhält man den Ausdruck Gl. 5.1-1.

Ergebnis

$$\gamma = \tilde{\gamma} \pm u_\gamma \approx (3,51 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

6. Bestimmung der Zimmertemperatur

Berechnung der Zimmertemperatur

Die Zimmertemperatur θ_z berechnet sich mit folgender Formel:

$$\theta_z = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{p_z}{p_0} - 1 \right) \quad (\text{Gl. 6-1})$$

p_z : Druck bei Zimmertemperatur

$$\underline{\underline{\tilde{\theta}_z \approx 24,47^\circ\text{C}}}$$

Messunsicherheit

Für die Messunsicherheit von θ_z gilt:

$$u_{\theta_z} = \sqrt{\left(-\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{p_z}{p_0} - 1 \right) \cdot u_\gamma \right)^2 + \left(\frac{1}{\gamma \cdot p_0} \cdot u_{p_z} \right)^2 + \left(-\frac{p_z}{\gamma \cdot p_0^2} \cdot u_{p_0} \right)^2} \quad (\text{Gl. 6.2-1})$$

$$\underline{\underline{u_{\theta_z} \approx 0,98^\circ\text{C}}}$$

Ergebnis

$$\theta_z = \tilde{\theta}_z \pm u_{\theta_z} \approx (24 \pm 1)^\circ\text{C}$$

7. Kritische Betrachtung

Vergleicht man das Ergebnis aus 6.3 mit der Messung des Wassers bei Zimmertemperatur in 4.2.2, so sind die beiden Resultate selbst unter Einbeziehung der Messunsicherheiten nicht miteinander verträglich. Dies kann folgende Gründe haben:

- Das verwendete Gay-Lussacsche Gesetz besitzt streng genommen nur Gültigkeit für konstante Volumina. Dieses ist jedoch aufgrund der Wärmeausdehnung gegenüber dem Volumen bei 0°C nicht gegeben. Das Experiment genügt daher der allgemeinen Zustandsgleichung: $p_\theta V_\theta = p_0 V_0 (1 + \gamma \cdot \theta)$, jedoch liegen keine Informationen über die benötigten Volumina vor, zumal nicht alle Gas enthaltenen Teile des Systems einer Volumenänderung bzw. einer gleichmäßigen Volumenänderung unterliegen. Die Kapillare z.B. wird nicht mit erwärmt bzw. abgekühlt. Dies betrifft lediglich den Glasballon.

- Somit ist auch die Wärmeverteilung nicht homogen über das ganze System. Dies ist insbesondere von Bedeutung für die Kapillare und alle ebenfalls Gas enthaltenden Teile des Versuchsaufbaus (mit Ausnahme des Glasballons). Die gemessenen Drücke fallen daher für die gemessenen Temperaturen (es wurde ja jeweils nur die Temperatur des Glasballons gemessen) bei der Erwärmung auf die Siedetemperatur des Wassers zu klein und bei der Abkühlung auf den Gefrierpunkt zu groß aus. Dementsprechend findet sich bei Raumtemperatur, bei der die Wärmeverteilung relativ zu den anderen Messungen homogen ist, der kleinste Fehler für den Druck (vgl. Abschnitt 4).
- Außerdem kam es teilweise zu Schwankungen des digitalen Temperaturmessgerätes von bis zu 0,2°C. Der anzunehmende systematische Fehler liegt also über dem in 4.2.2 angegebenen. Besonders schwierig erwies sich allerdings das halten der Siedetemperatur, da sich der Wasserkocher am Siedepunkt automatisch ausschaltete.
- Trotz der angebrachten Spiegel an der Markierung, war es nicht immer einfach die Position der Oberseite des Meniskus zu bestimmen. Jedoch ist dieses auch bei der Berechnung der Messunsicherheit durch die Wahl einer entsprechenden Messunsicherheit für die Höhendifferenz berücksichtigt worden.
- Das Gay-Lussacsche Gesetz gilt nur für ideale Gase. Da jedoch keine Informationen über das im Glasballon befindliche Gas vorliegen, lässt sich auch keine Aussage über die „Idealität“ von Gas und Versuch treffen.
- Es stellt sich zudem die Frage, inwiefern es sich bei der Anordnung um ein geschlossenes System handelt. Eine Veränderung der Stoffmenge ist bei der Berechnung nämlich nicht berücksichtigt worden.

Besser wäre daher ggf. eine Größtfehlerabschätzung statt der pythagoreischen Fehlerfortpflanzung zur Berechnung der Messunsicherheiten gewesen. Da jedoch laut Skript sogar eine auf $\pm 0,2\text{mm}$ genaue Messung von Höhendifferenz und äußerem Luftdruck vorgeschlagen wird und bei der Auswertung stattdessen eine größere Messabweichung angenommen wurde, wurde die pythagoreische Variante gewählt.

Quellenangabe:

ⁱ Vgl. [71-75], *Physikalisches Grundpraktikum – Mechanik und Thermodynamik 2005, Humboldt-Universität, Berlin, August 2005*

ⁱⁱ [74], *Physikalisches Grundpraktikum – Mechanik und Thermodynamik 2005, Humboldt-Universität, Berlin, August 2005*