**Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
der Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Physik – Physikalisches Grundpraktikum**

Versuchsprotokoll

Zustandsgleichung idealer Gase (T4)
Arbeitsplatz 2

durchgeführt am **06.05.2009**
mit Versuchspartner **Andreas Koher** (529737)

Protokoll von **Sebastian Milster** (529125)

Gliederung:

I. Einleitung

Druckbestimmung bei(m)

II. Zimmertemperatur

III. Gefrierpunkt

IV. Siedetemperatur

V. Abkühlen

VI. Spannungskoeffizient und Raumtemperatur

VII. Auswertung

I. Einleitung

In diesem Versuch soll mit Hilfe des Jolly'schen Gasthermometer und Gay-Lussac'schen Gesetz die Raumtemperatur und der Spannungskoeffizient γ ermittelt werden. Die Ergebnisse dienen zur Überprüfung der Richtigkeit der idealisierten Gastheorie. Die physikalischen Grundlagen, Versuchsaufbau und die Durchführung befinden sich im Skript "Mechanik und Thermodynamik" ab Seite 71.

Bei der Durchführung wurden folgende Messinstrumente benutzt:

Digital-thermometer	Messungenauigkeit: $u=10^{-3}\cdot T+0{,}2\,K$ $0{,}2\,K$ beruht auf der Anzeigenungenauigkeit; $0{,}2\,K \hat{=} 2\,Digit$
Lineal der des Gasthermo-meters	Ableseungenauigkeit: $u=0{,}5\,mm$ Da, die Quecksilbersäule auf der linken Seite ebenfalls an einer Millimetermarke eingestellt werden musste, verdoppelt sich die Ablesungenauigkeit! $u=1\,mm$
Manometer	Für die exakte Berechnung wurde der Luftdruck im Gebäude gemessen: $p_a=(1007\pm 2)\cdot 10^2\,Pa$ Die Unsicherheit wurde unter Berücksichtigung der Ablesegenauigkeit und der natürlichen Schwankungen des Luftdrucks abgeschätzt.
Zimmer-thermometer	Als Vergleichsgröße wurde die Raumtemperatur (im Nachbarzimmer bei geschlossenem Fenster) ermittelt: $t=22{,}7\,°C$

Formeln aus dem Skript:

$$1\,mm \text{ Hg-Säule} \hat{=} 133{,}3\,Pa$$

$$\Rightarrow \text{Umrechnungsfaktor:} \quad q=\frac{1333\,Pa}{1\,cm} \qquad (*)$$

$$Gay-Lussac: \quad p_t=p_0(1+\gamma\, t) \qquad (7)$$

$$\gamma=\frac{p_s-p_o}{p_o\cdot t_s} \qquad (16)$$

$$\text{Genaue Siedetemperatur:} \quad \frac{t_s}{°C}=100+2{,}84\cdot 10^{-4}\left(\frac{p_a}{Pa}-10{,}13\cdot 10^4\right) \qquad (17)$$

II. Druckbestimmung bei Zimmertemperatur:

Δh in cm
3,05
3,1
3,1
3,22
3,15
3,25
3,25
3,25
3,25
3,35

Mittelwert:

$$\overline{\Delta h} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta h_i = 3{,}197\,cm$$

Standardabweichung für Δh :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{i=1}^{n}(\Delta h_i - \overline{\Delta h})^2} = 0{,}09298\,cm$$

Daraus ergibt sich der zufällige Fehler für Δh :

$e_z = t_s \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 0{,}0294\,cm$ (Student-Faktor $t_s = 1$ für $n \geq 6$)

Für die systematischen Fehler ist uns die Ableseungenauigkeit am Lineal der mit $e_s = 0.1\,cm$ bekannt. Daraus ergibt sich die Messungenauigkeit für Δh :

$$u = |e_z| + |e_s| = 0{,}129\,cm$$

Vollständiges Messergebnis:

$$\Delta h = \overline{\Delta h} \pm u = (3{,}2 \pm 0{,}1)\,cm$$

Mithilfe des Höhenunterschiedes Δh , dem atmosphärischen Druck p_a und dem Umrechnungsfaktor q $(*)$ können wir nun den Druck $\tilde{p}$ innerhalb des Glasballons ermitteln:

Der offensichtliche Zusammenhang lautet:

$$\tilde{p} = p_a + q \cdot \Delta h$$

$$\overline{\tilde{p}} = \overline{p}_a + q \cdot \overline{\Delta h} = 104\,966\,Pa$$

$$u_{\tilde{p}} = \sqrt{\left(u_{p_a}\right)^2 + \left(q \cdot u_{\Delta h}\right)^2}$$
$$u_{\tilde{p}} = 240\,Pa$$

$$p_z = (1050 \pm 2) \cdot 10^2\,Pa$$

Der Umrechnungsfaktor q wird als fehlerfrei angenommen.

III. Druckbestimmung beim Gefrierpunkt:

$t_o = 0{,}2\,°C$ gemessen mit dem digitalen Thermometer

Δh in cm
-3,3
-3,2
-3,2
-3,17
-3,2
-3,2
-3,25
-3,3
-3,25
-3,25

Mittelwert: $\overline{\Delta h} = -3{,}232\,cm$

Standardabweichung: $s = 0{,}04492\,cm$

Zufälliger Fehler: $e_z = 0{,}01420\,cm$

Messungenauigkeit: $u = 0{,}114\,cm$

Vollständiges Messergebnis: $\Delta h = (-3{,}2 \pm 0{,}1)\,cm$

Für den Druck erhält man also: $p_o = (964 \pm 2) \cdot 10^2\,Pa$

IV. Druckbestimmung bei Siedetemperatur:

$t_s = (99{,}6 \pm 0{,}2)\,°C$ gemessen mit dem digitalen Thermometer, leider konnten kleine Temperaturschwankungen nicht vermieden werden.

Δh in cm
22,2
22,1
22,2
22,1
22,3
22,3
22,4
22,4
22,35
22,25

Mittelwert: $\overline{\Delta h} = 22{,}26\,cm$

Standardabweichung: $s = 0{,}11005\,cm$

Zufälliger Fehler: $e_z = 0{,}03480\,cm$

Messungenauigkeit: $u = 0{,}135\,cm$

Vollständiges Messergebnis: $\Delta h = (22{,}3 \pm 0{,}1)\,cm$

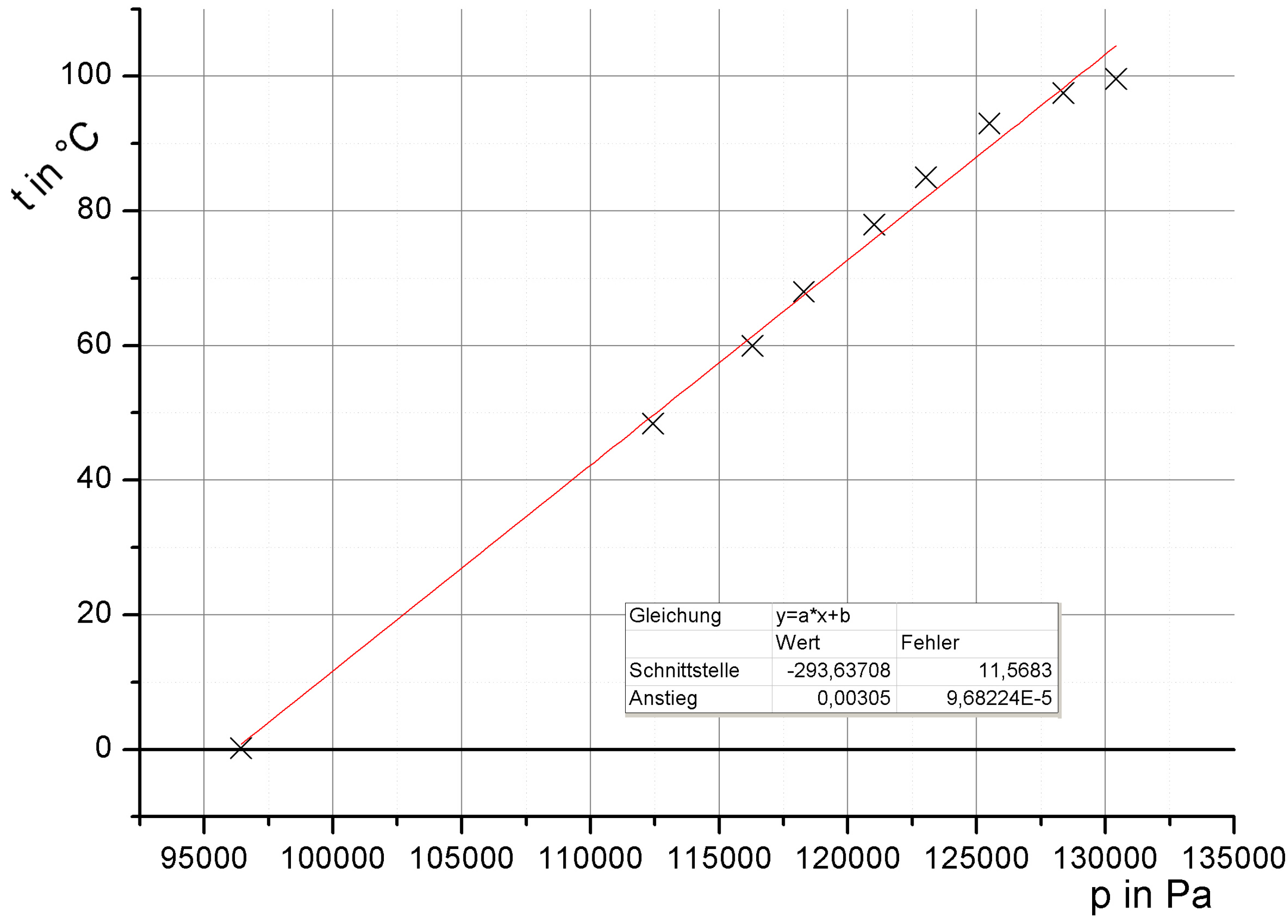
Für den Druck erhält man also: $p_s = (1304 \pm 2) \cdot 10^2\,Pa$

V. Druckbestimmung beim Abkühlen:

t in °C	Δh in cm	p in Pa
99,6	22,3	130425,9
97,5	20,75	128359,75
93	18,6	125493,8
85	16,75	123027,75
78	15,25	121028,25
68	13,2	118295,6
60	11,7	116296,1
48,4	8,8	112430,4
0,2	-3,2	96434,4

Die gelblich hinterlegten Zeilen dieser Tabelle wurden aus III. und IV. entnommen. Die restlichen Werte wurden beim Abkühlen gemessen. Die Temperatur fiel ständig, wodurch diese Messreihe nicht besonders genau sein kann. Sie soll lediglich als Vergleich dienen.
Die Werte für den Druck wurden wie in der Beispielrechnung (II.) berechnet.

Graphische Darstellung $t(p)$:



Bei unserem Versuch haben wir eigentlich den Druck in Abhängigkeit der Temperatur gemessen. Ich habe mich dennoch für die graphische Darstellung $t(p)$ entschieden. Bei idealen Gasen besteht ein linearer Zusammenhang, wobei wir nun mit dem Schnittpunkt b mit der y-Achse den absoluten Nullpunkt t_{an} ablesen können. Die lineare Regression lieferte uns den Wert:

$$t_{an}=(-293\pm 12)°C$$

Der tatsächliche absolute Nullpunkt liegt bei $t_{an}=-273{,}15°C$.

Die Größenordnung unseres Ergebnisses stimmt, doch die Abweichung ist sehr groß, was bei unserer stark fehlerbehafteten Messung beim Abkühlen nicht verwunderlich ist.

Am Graphen habe ich den Wert für $\overline{p}_z=1050\cdot 10^2 Pa$ abgelesen: $t(\overline{p}_z)\approx 27°C$
Dieser Wert scheint zu hoch, dennoch liegt er in der erwarteten Größenordnung.

Diese Werte sollen nur Vergleichsgrößen darstellen.

VI. Spannungskoeffizient und Raumtemperatur

Zunächst soll der Spannungskoeffizient nach (16) berechnet werden. Dies soll mit der genauen Siedetemperatur nach (17) berechnet werden.

Siedetemperatur:

$$t_s = \left(100 + 2{,}84 \cdot 10^{-4} \left(\frac{p_a}{Pa} - 10{,}13 \cdot 10^4\right)\right) {}^\circ C$$

$$\bar{t}_s = (100 + 2{,}84(10{,}07 - 10{,}13)) {}^\circ C$$
$$\bar{t}_s = 99{,}83 {}^\circ C$$

$$u_{t_s} = \left| \frac{2{,}84 \cdot 10^{-4}}{Pa} \cdot u_{p_a} \right| {}^\circ C$$
$$u_{t_s} = 0{,}0568 {}^\circ C$$

$$t_s = (99{,}83 \pm 0{,}06) {}^\circ C$$

Spannungskoeffizient:

$$\gamma = \frac{p_s - p_o}{p_o \cdot t_s}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{(1304 - 964) \cdot 10^2 Pa}{964 \cdot 10^2 Pa \ \cdot \ 99{,}83 {}^\circ C}$$
$$\bar{\gamma} = 3{,}533 \cdot 10^{-3} \cdot {}^\circ C^{-1}$$

$$u_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial p_s} \cdot u_{p_s}\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial p_o} \cdot u_{p_o}\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t_s} \cdot u_{t_s}\right)^2}$$
$$u_\gamma = \sqrt{\left(\frac{1}{p_o t_s} \cdot u_{p_s}\right)^2 + \left(-\frac{p_s}{p_o^2 t_s} \cdot u_{p_o}\right)^2 + \left((-\frac{p_s}{p_o t_s^2} + \frac{1}{t_s^2}) \cdot u_{t_s}\right)^2}$$

$$u_\gamma = 3{,}5024 \cdot 10^{-5} \cdot {}^\circ C^{-1}$$

$$\gamma = (3{,}53 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-3} \cdot {}^\circ C^{-1}$$

Raumtemperatur:

Nun können wir die Raumtemperatur nach Gay-Lussac (7) bestimmen:

$p_t = p_0(1 + \gamma t)$ mit $p_t = p_z$ und $t = t_z$ die Werte für die Zimmertemperatur

umgestellt nach t_z: $$t_z = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{p_z}{p_o} - 1\right)$$

$$\bar{t}_z = \frac{1}{3{,}53 \cdot 10^{-3} {}^\circ C^{-1}} \left(\frac{1050 \cdot 10^2 Pa}{964 \cdot 10^2 Pa} - 1\right)$$

$$\bar{t}_z = 25{,}272 {}^\circ C$$

$$u_{t_z}=\sqrt{\left(\frac{\partial t_z}{\partial \gamma}\cdot u_\gamma\right)^2+\left(\frac{\partial t_z}{\partial p_z}\cdot u_{p_z}\right)^2+\left(\frac{\partial t_z}{\partial p_o}\cdot u_{p_o}\right)^2}$$

$$u_{t_z}=\sqrt{\left(-\frac{1}{\gamma^2}\left(\frac{p_z}{p_o}-1\right)\cdot u_\gamma\right)^2+\left(\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1}{p_o}\cdot u_{p_z}\right)^2+\left(-\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{p_z}{p_o^2}\cdot u_{p_o}\right)^2}$$

$$u_{t_z}=0{,}915\,°C$$

$$t_z=(25{,}3\pm 0{,}9)\,°C$$

Endergebnis:

$$\gamma=(3{,}53\pm 0{,}04)\cdot 10^{-3}\,°C^{-1};\qquad t_z=(25{,}3\pm 0{,}9)\,°C$$

VII. Auswertung

Der tatsächliche Wert für $\gamma=3{,}66\cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$ ist größer als der von uns bestimmte Wert. Die Zimmertemperatur im Nachbarraum betrug $22{,}7\,°C$, was deutlich unter der Temperatur liegt, die wir ausgerechnet haben. $t_z=25{,}3\,°C$ erscheint dennoch nicht unbedingt unwahrscheinlich. Es fühlte sich am Versuchstag tatsächlich sehr warm in dem Raum an.

Es gibt natürlich auch physikalische Gründe, wieso das Ergebnis unserer Temperatur zu hoch ausfiel:

Wir sind davon ausgegangen, dass das Volumen konstant war, allerdings muss durch die Erwärmung der Glasballon sich ausgedehnt haben. Inwiefern das das Ergebnis beeinflusst, bleibt ungewiss, da es keine Angaben zum Glaskolben diesbezüglich gibt.

Es wurde lediglich der Glaskolben erwärmt oder gekühlt, nicht jedoch die Kapillare, es lag also keine homogene Wärmeverteilung vor. Die tatsächliche Temperatur beim Gefrierpunkt muss demzufolge etwas höher gewesen sein als gemessen. Bei Siedetemperatur war die tatsächliche Temperatur kleiner. Das beeinflusst natürlich den Druck! Das hatte zu folge, dass $\gamma=\frac{p_s-p_o}{p_o\cdot t_s}$ zu klein ausgefallen ist. p_s ist größer und p_o ist kleiner als ermittelt. Dadurch wären der Zähler größer, der Nenner kleiner und somit γ größer! Ein zu geringer Wert für γ beeinflusst direkt $t_z=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{p_z}{p_o}-1\right)$, weshalb t_z zu groß ausfiel.

Stark zu kritisieren ist auf jeden Fall noch die Messung bei Siedetemperatur. Wie schon erwähnt konnte trotz aufmerksamen Arbeitens mit dem Wasserkocher eine Schwankung von $0{,}2\,°C$ nicht vermieden werden.

In jedem Fall liegen die Ergebnisse in der erwarteten Größenordnung und der einfache Versuchsaufbau bestätigt die Gesetze von Gay-Lussac und Boyle-Marotte.