INSTITUT FÜR PHYSIK DER
HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM I

Versuchsprotokoll

P2 : T4 – Zustandsgleichung idealer Gase

Versuchsort: Raum 316 - 1
Versuchsbetreuer: Dipl. - Phys. Lienemann, J.

Name:
Drobniewski, Kai; Matr.Nr.: [redacted]

Versuchspartner:
[redacted] Matr.Nr.: [redacted]

13. Mai 2009

Inhaltsverzeichnis

1. Abstrakt

In dem Versuch soll mithilfe eines Jollyschen Gasthermometers anhand der Höhendifferenz zwischen zwei Quecksilbersäulen der Spannungskoeffizient γ (konstantes Volumen) berechnet werden.
Dieser gibt an, wie der Druck einer Stoffmenge bei steigender Temperatur zunimmt.

Außerdem soll die Raumtemperatur bestimmt werden und mit dem Wert des Zimmerthermometers verglichen werden. Danach wird die Abhängigkeit des Drucks und der Temperatur dargestellt. Dies dient der Überprüfung der idealisierten Gastheorie.

2. Versuchsaufbau und –Durchführung

Am Anfang des Versuchs wurde der für den Versuch relevante Luftdruck ($p_a = (1021 \pm 1) hPa$) mittels eines Barometers in einer Glasvitrine gemessen.
Ebenso haben wir Vergleichswerte für die Raumtemperatur gemessen, zum Einen in einem Nachbarraum mittel Zimmerthermometer ($t_{Z,V} = (22{,}6 \pm 0{,}5)°C$), zum Anderen mittels elektrischem Thermometer in einer Vitrine im Flur ($t_{Z,EF} = (25{,}0 \pm 0{,}1)°C$) und eines im Raum ($t_{Z,ER} = (25{,}7 \pm 0{,}2)°C$), mit dem auch die anderen Temperaturmessungen vorgenommen wurden.

Nachdem diese Werte aufgenommen wurden, wird die Quecksilberkuppel der Quecksilbersäule am Glaskolben auf Höhe der Marke bei $h = 30cm$ gebracht und die Höhe der Kuppel der anderen Säule am Messband abgelesen.
Das Ganze wird durch verstellen der Markierung und der Messmarke zehn Mal wiederholt.
Der Druck im Kolben berechnet sich nun aus der gemessenen Höhe mal 133,3 Pa, addiert mit dem äußeren Luftdruck.

Für den zweiten Teil des Versuchs wird daraufhin der Gaskolben in Eiswasser (Eis-Wasser-Gemisch, $t_0 = (0{,}4 \pm 0{,}2)°C$) getaucht und ebenfalls zehn Messungen vorgenommen.

Beim 3. Mal wird das Wasser bis zum Siedepunkt (gemessener Vergleich: $t_{S,V} = (100{,}4 \pm 0{,}3)°C$) erhitzt und wieder zehn Messungen vorgenommen.

Wenn das Wasser dann abkühlt, misst man bei bestimmten Höhen die Temperatur, um mit den gemessenen Werten eine lineare Regression durchzuführen.

Für detailliertere Informationen betrachte man das Script.

Benutzte Messmittel, bzw. angegebene Unsicherheiten:

MESSINSTRUMENT	MESSUNSICHERHEIT
Maßstab	0,5 mm
Thermometer	0,1% v. MW + 0,2°C
Barometer	1 hPa

Berechnungen erfolgten mit „Microsoft Excel“ und unter Verwendung von „QtiPlot“.

Folgende Formeln aus dem Script wurden verwendet:

$$t_s = 100 + 2{,}81 \cdot 10^{-4} \cdot \left(p_a - 10{,}13 \cdot 10^4\right) \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{p_s - p_0}{p_0 \cdot t_s} \quad (2)$$

$$p_Z = p_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t_Z) \quad \Leftrightarrow \quad t_Z = \frac{p_Z - p_0}{p_0 \cdot \gamma} \quad (3)$$

$t_s -$ Temperatur siedendes Wasser

$p_a -$ äußerer Luftdruck

$\gamma -$ Spannungskoeffizient

$p_s -$ Druck bei siedendem Wasser

$p_0 -$ Druck bei Eiswasser

$p_Z -$ Druck bei Zimmertemperatur

$t_Z -$ Zimmertemperatur

3. Messergebnisse und Auswertung

3.1 Bestimmung des Spannungskoeffizienten γ

Die Höhendifferenz ergibt sich aus der Differenz der gemessenen Höhe der rechten Quecksilbersäule mit der Höhe der festgesetzten Marke. Die Unsicherheit wird dabei von der Messung der Höhe bestimmt (die bei der Marke kann vernachlässigt werden) und bereits unter 2. genannt wurde.
Die gesamte Unsicherheit ist dabei der Betrag der Unsicherheit der Messung mit dem Betrag des zufälligen Fehlers (in diesem Fall der Vertrauensbereich) addiert.

Da $1mm$ dem Druck von $133{,}3\ Pa$ enstspricht, muss der Mittelwert der verschiedenen Höhendifferenzen mit diesem Wert multipliziert und danach mit dem äußeren Luftdruck $p_a = (1021 \pm 1)hPa$ addiert werden.

Die Unsicherheit des Drucks ergibt sich dabei aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz unter Berücksichtigung der Gesamtunsicherheit der Höhendifferenz u_{ges} und der Unsicherheit des äußerden Luftdrucks u_{p_a}.

Die Temperatur für das Eiswasser wurde gemessen, während sich die Temperatur des siedenden Wassers aus der Formel (1) berechnet und die dazugehörige Unsicherheit mittels Fehlerforpflanzungsgesetz unter Berücksichtigung der Unsicherheit des äußeren Luftdrucks u_{p_a}.

Der Vergleichswert beträgt: $t_{S,V} = (100{,}4 \pm 0{,}3)°C$.

Man erkennt, dass sich die Intervalle der berechneten Temperatur und des Vergleichswertes überschneiden, wobei sogar der berechnete Wert im Intervall des Vergleichswertes liegt.
Anders herum ist das nicht der Fall, weil die Berechnung wesentlich genauer ist, als das Messinstrument, weil dieses seine eigene Unsicherheit, die in 2. Genannt wurde, besitzt, während die berechnete Temperatur nur durch die Unsicherheit des äußeren Luftdrucks beeinflusst wird, die im Verhälnis zum Wert des Luftdrucks nur ein Zehntel so groß ist, wie bei dem Verhältnis bei der Temperatur

Höhendifferenzen Δh bei unterschiedlichen Temperaturen und dazugehöriger Druck

Messung n	Δh_Z in mm	Δh_0 in mm	Δh_S in mm
1	24,5	-42	219
2	24,5	-42	218,5
3	25	-45	217
4	24,5	-43	218
5	24,7	-44,5	218
6	24,7	-41,5	217
7	24,8	-41	218,8
8	25	-42	219
9	24,9	-43,5	219
10	24,9	-42	219,2
Mittelwert	24,75	-42,65	218,35
Standartabweichung	0,20	1,31	0,82
Vertrauensbereich	0,06	0,42	0,26
u_{ges}	0,56	0,92	0,76
Druck p in Pa	105399	96415	131206
u_p in Pa	125	158	142
Temperatur t in °C	-	0,4	100,22
u_t in °C	-	0,1	0,03

Um den Spannungskoeffizienten γ zu berechnen, benutzen wir nun die Formel (2).
Die Unsicherheit berechnen wir dabei mittels Fehlerfortpflanzungsgesetz für korrelierte Größen, da eine Proportionalität zwischen dem Druck p_S und der Temperatur t_S existiert.

Die Kovarianz der beiden Größen ist in diesem Fall das Produkt der Unsicherheiten des Drucks und der Temperatur, da der Korrelationskoeffizient wegen des linearen Zusammenhangs den Wert 1 annimmt.

Somit gilt für die Berechnung der Unsicherheit des Spannungskoeffizienten:

$$u_\gamma = \sqrt{\left(\frac{u_{p_s}}{p_0 \cdot t_S}\right)^2 + \left(-\frac{p_S \cdot u_{p_0}}{t_S \cdot p_0{}^2}\right)^2 + \left(\frac{-p_S + p_0}{p_0 \cdot t_S{}^2} \cdot u_{t_S}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{p_0 \cdot t_S} \cdot \frac{-p_S}{p_0 \cdot t_S{}^2} \cdot u_{p_S} \cdot u_{t_S}}$$

Damit erhalten wir für den Spannungskoeffizienten: $\gamma = \underline{\underline{(360 \pm 2) \cdot 10^{-5} °C^{-1}}}$

Den Vergleichswert können wir berechnen durch: $\gamma = \dfrac{1}{273{,}15°C} \approx 366 \cdot 10^{-5} °C^{-1}$

Wie man erkennen kann, liegt der Vergleichswert nur in der Nähe des Intervalls des berechneten Spannungskoeffizienten, allerdings nicht innerhalb dieses.
Der Grund dafür kann an der Ungenauigkeit des Temperatur des Eiswassers liegen, die knapp über 0°C lag, sowie an der groben Schätzung für die Unsicherheit des Barometers.
Der gemessene Wert sollte allerdings korrekt sein, da auch auf www.wetteronline.de für Berlin Tempelhof 1020 hPa ansagte.

3.2 Bestimmung der Zimmertemperatur t_Z

Nachdem wir den Spannungskoeffizienten $\boldsymbol{\gamma}$ berechnet haben, können wir nun das Gay-Lussac-Gesetz umstellen und die Zimmertemperatur mit der Formel (3) berechnen.

Die Unsicherheit ergibt sich dabei aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz unter Berücksichtigung der Unsicherheiten des äußeren Luftdrucks u_{p_a}, des Drucks bei Zimmertemperatur u_{p_Z} und des Spannungskoeffizientens u_γ.

Somit erhalten wir für die Zimmertemperatur: $t_Z = \underline{\underline{(25{,}9 \pm 0{,}6)°C}}$

Zum Vergleich haben wir die Zimmertemperatur mittels Zimmerthermometer in einem benachbarten Raum gemessen [$t_{Z,V} = (22{,}6 \pm 0{,}5)°C$], sowie im Flur [$t_{Z,EF} = (25{,}0 \pm 0{,}1)°C$] und mit dem elektrischen Thermometer auch direkt im Raum [$t_{Z,ER} = (25{,}7 \pm 0{,}2)°C$].

Wir erkennen, dass die Temperatur im benachbarten Raum stark von unserem berechneten Wert abweicht, was eben auch daran liegen kann, das dort durch eine andere Erwärmung des Raumes eine geringere Temperatur herrschte, zumal im Versuchsraum noch eine andere Versuchsgruppe, die ebenfalls zur Erwärmung der Luft beiträgt, Experimente durchführte.

Die Temperatur im Flur reicht schon näher an unseren berechneten Wert heran, aber dessen Intervall liegt immer noch 0,2°C vom berechneten entfernt, was an denselben Ursachen, wie bei der Zimmertemperatur im anderen Raum, liegen kann. Außerdem befand sich das Messinstrument in einer Glasvitrine und dürfte dadurch noch einmal im gewissen Maß thermisch abgeschirmt sein.

Der direkt im Raum gemessene Wert für die Temperatur befindet sich im Gegensatz zu den anderen beiden im Intervall unseres berechneten Wertes. Ebenso gilt dies anders herum.
Auffällig ist, dass die Unsicherheit bei der Berechnung drei Mal so groß ist, wie bei der Messung, was daran liegt, dass in die Berechnung die Unsicherheit von den drei oben genannten Größen einfließt.

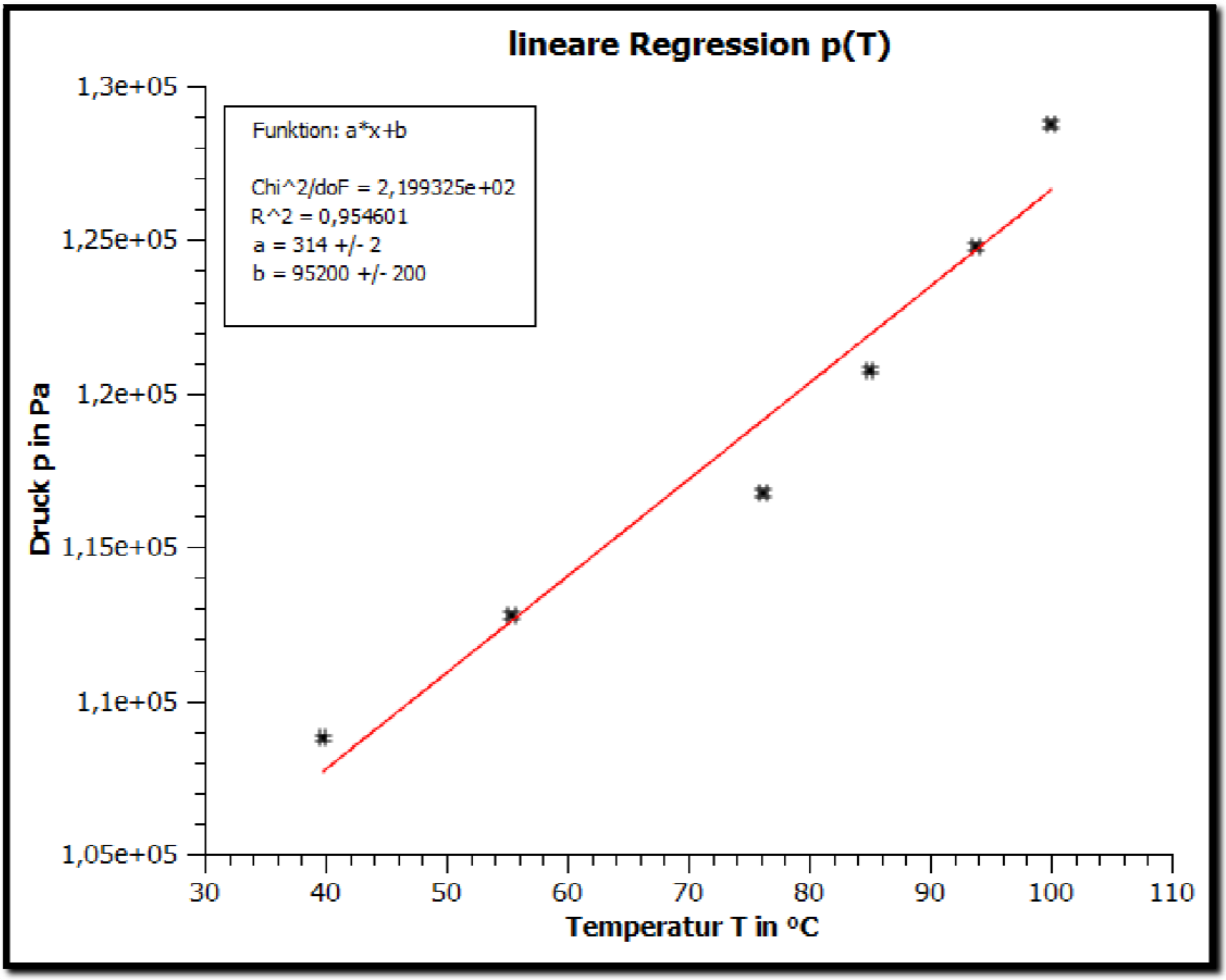
3.3 Untersuchung des Zusammenhangs p(T)

Für die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen dem Druck p und der Temperatur T bei konstantem Volumen V (isochor), wurde die Temperatur bei verschiedenen Höhendifferenzen während des Abkühlungsvorgangs gemessen.

Messwerte der Höhendifferenz, des Drucks und der Temperatur

Δh in mm	p in Pa	T in $°C$
200	128760	100
170	124761	93,8
140	120762	85
110	116763	76,2
80	112764	55,4
50	108765	39,8

Die Unsicherheit der Höhendifferenz beträgt dabei $\boldsymbol{0{,}5mm}$, die der Temperatur wird wie in 2. beschrieben berechnet und die des Drucks äquivalent zu 3.1 berechnet.



Die Messwerte weichen dabei zum Teil relativ stark von der Regressionsgeraden ab, was aber daran liegt, dass während des Abkühlungsprozesses der Quecksilberpegel auf der Marke gehalten werden musste und bei schon bei einer leichten Verstellung die Quecksilbersäule um eine relativ große Strecke versetzte.

Da wir uns feste Punkt an der Höhenskala zur Messung gesucht haben, konnte die Temperatur nur ungenau gemessen werden und dieser Fehler fließt in die Rechnung nicht mit ein.
Zu erwarten wäre eine eindeutige lineare Beziehung zwischen dem Druck p und der Temperatur T.

Anhand der Regressionsgerade kann man nun aber den Druck $\boldsymbol{p_0}$ bei Eiswasser ablesen, da dieser dem Achsenabschnittspunkt b entspricht. Vergleicht man ihn mit unserem anderen berechneten Wert ($\boldsymbol{p_0 = (96410 \pm 150)Pa}$), erkennt man nur eine ungefähre Näherung, keine Überschneidung.

Will man den Spannungskoeffizienten $\boldsymbol{\gamma}$ berechnen, so muss man lediglich den Anstieg a durch den Achsenabschnittspunkt b teilen. Die Unsicherheit würde sich dann aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz korrelierter Größen unter Berücksichtigung von a und b ergeben.

Wir erhalten: $\gamma_{\mathrm{Re}\,g} = (329{,}8 \pm 1{,}2) \cdot 10^{-5} °C^{-1}$ $\left(\gamma = (360 \pm 2) \cdot 10^{-5} °C^{-1} \right)$

Die beiden Werte weichen stark voneinander ab und man erkennt, dass die Messung für die lineare Regression viel zu ungenau war, um sie verwenden zu können.

4. Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung

4.1 Auswertung der Ergebnisse

Wie wir bereits in 3.1 anhand der Ergebnisse erkennen konnten, waren unsere Messungen relativ genau, wenn auch nicht ausreichend genau, um Werte um den Vergleichswert zu erhalten.

Dies kann die bereits in 3.1 genannten Möglichkeiten als Grund haben, es wäre aber auch denkbar, dass die ungleichmäßige Wärmeverteilung eine gewisse Rolle bei der Ungenauigkeit spielt.
Zum Einen wird nur der Kolben erhitzt/gekühlt, während das Verbindungsrohr bis zu Marke, was auch zum Volumen zählt, nicht direkt einer Temperaturänderung unterworfen ist.
Dadurch entsteht eine ungleichmäßige Wärmeverteilung.

Außerdem konnte man nicht für eine einheitliche Temperatur-Umgebung sorgen. Während der Kolben erhitzt wurde, wurde das Gas in dem Röhrchen bereits durch die Raumtemperatur wieder abgekühlt. Anders herum verhält es sich beim Kühlungsvorgang.
Speziell bei diesem wurde auch der obere Teil des Kolbens stärker abgekühlt, als der Untere, weil Wasser seine höchste Dichte bei 4°C hat und sich deswegen das wärmere Wasser unten lagerte.
Der Einfluss durch die ungleiche Wärmeverteilung dürfte allerdings aufgrund des geringen Gasvolumens nur sehr klein sein.

Ein weiterer Punkt ist die Ausdehnung eines Stoffes bei Erwärmung, was in unserem Fall eine Ausdehnung des Glasgefäßes zufolge hat und somit eine leichte Veränderung des Volumens.
Diese dürfte allerdings minimal und somit zu vernachlässigen sein.

Außerdem muss man erwähnen, dass das Luftgemisch in dem Gaskolben mit Quecksilberdampf angereichert sein dürfte. Diese Anreicherung sollte jedoch nicht sehr stark sein und da man Quecksilberdampf näherungsweise als ideales Gas betrachten kann, entfällt auch dieser Effekt als Fehlerquelle.

Allerdings ist das Luftgemisch in dem Gaskolben an sich auch kein ideales Gas, da allein schon der Sauerstoff als Molekül auftritt und die Rotation (2 Freiheitsgerade mehr) eine stärkere Rolle spielt.
Umso geringer der Druck und umso größer die Temperatur ist, umso stärker verhält sich ein reales Gas wie ein Ideales Gas. Dazu vergleicht man den herrschenden Druck mit dem kritischen Druck und die herrschende Temperatur mit der kritischen Temperatur.

Aus dem „Metzler Physik“ S.161 Tabelle 4-3 erhalten wir folgende kritische Punkte:

O_2 :	$p_{O_2} = 50{,}4bar$	$T_{O_2} = -118{,}8°C$
N_2 :	$p_{N_2} = 33{,}94bar$	$T_{N_2} = -147{,}1°C$
CO_2 :	$p_{CO_2} = 73{,}8MPa$	$T_{CO_2} = 31{,}0°C$
H_2 :	$p_{H_2} = 12{,}95MPa$	$T_{H_2} = -239{,}9°C$

Da ein normales Luftgemisch aus ungefähr 78% Stickstoff und 21% Sauerstoff besteht, fallen diese Gase am stärksten ins Gewicht.

Bei einem Luftdruck von etwa 1 bar und gemessenen Drücken im Gaskolben von bis zu 1,3 bar liegen die Werte für die kritischen Drücke für alle vier Gase aus der Tabelle weit höher.
Da wir für ein Ideales Gas einen möglichst geringen Druck gegenüber dem kritischen Druck benötigen und dies in unserem Fall erfüllt ist, können wir das Gas unter Betrachtung des Drucks als Ideal ansehen.

Betrachten wir die kritischen Temperaturen, so erkennen wir, dass nur Kohlenstoffdioxid eine kritische Temperatur in der Nähe der Zimmertemperatur besitzt, alle anderen sind sehr viel geringer, weit unter dem Gefrierpunkt.
Das Luftgemisch besitzt aber nur einen sehr geringen Kohlenstoffdioxidanteil, deswegen können wir hier von einer hohen Temperatur gegenüber der kritischen Temperatur sprechen.
Somit können wir das Luftgemisch als Ideales Gas betrachten.

Die größte Unsicherheit dürfte also in der Messung der Höhendifferenz an sich liegen, da eine exakte Abmessung aufgrund der Oberflächenstruktur (Wölbung) der Quecksilberkuppen nicht möglich war und bereits eine kleine Verschiebung zum Einstellen auf die Marke eine größere Verschiebung der zu messenden Quecksilbersäule zur Folge hat.

Gerade bei der Messung für die lineare Regression ist das deutlich zu sehen. Es war eindeutig ein Fehler, feste Marken in der Höhe zu wählen und daran die Temperatur abzumessen.
Hätte man die Säulen die ganze Zeit justiert und zu bestimmten Temperaturen die Höhe abgemessen (die langsamer sank), hätte man auch genauer gemessen.

Eine Verbesserung dieser Messung würde man erreichen, wenn man die Temperatur für kurze Zeit konstant halten könnte, um dann die Höhenmessung vorzunehmen.