

VERSUCHSPROTOKOLL T7
SPEZIFISCHE WÄRMEKAPAZITÄT IDEALER GASE

JOHANN FÖRSTER 519519

VERSUCHSPARTNER MEIKEL SOBANSKI

MESSPLÄTZE 4[METHODE 1], 1+2[METHODE 2]

HUMBOLDT UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung	3
2.1) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Luft nach der Methode von Clément-Desormes	3-4
2.2) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Luft nach der Schwingungsmethode	4-5
2.3) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Argon nach der Schwingungsmethode	5-6
3) Fehleranalyse und kritische Selbsteinschätzung	6-7
4) Quellenangabe	7
Anhang: Messprotokoll	8

1) Physikalische Grundlagen und Aufgabenstellung

Ziel des Versuches war es, den Adiabatenexponenten κ von Luft nach dem Verfahren von Clément-Desormes sowie die Adiabatenexponenten von Argon und Luft durch eine Schwingungsmethode gemäß Quelle [1], Seite 84-86 zu bestimmen.

2.1) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Luft nach der Methode von Clément-Desormes

Bei der Methode von Clément-Desormes sollte der Adiabatenexponent κ mittels an einem Manometer abgelesenen Höhendifferenzen, die Druckdifferenzen entsprechen, bestimmt werden. Das in Quelle [1], Seite 86 angegebene Korrekturverfahren war dabei allerdings nicht sinnvoll, da bei den Messwerten kein systematischer Trend erkennbar war, die Messung wurde von uns ab der dritten Messreihe also jeweils genau dann abgebrochen, wenn der Wert für die Höhendifferenz $3x$ konstant geblieben ist. Zu Beginn jeder Messreihe wurde die Zimmertemperatur am Raumthermometer abgelesen, die jedoch weitgehend konstant geblieben ist und zu $T = (27 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ gemessen wurde, die Unsicherheit wurde dabei zu einem halben Skalenteil abgeschätzt. Die Unsicherheit bei der Messung der Höhendifferenzen am Manometer wurde zu etwa $u(h_i)=1\text{mm}$, also einem Skalenteil abgeschätzt, da beidseitig abgelesen wurde.

Für die Höhendifferenzmessungen ergaben sich folgende Werte:

Zeit t in Minuten	Höhendifferenzen h_1 in cm für die jeweilige Messreihe					
	1	2	3	4	5	6
0	2,9	1,8	2,5	3,1	2,7	3,1
1	2,7	1,7	2,3	2,8	1,9	2,8
2	2,7	1,7	2,3	2,7	1,9	2,7
3	2,7	1,7	2,3	2,7	1,9	2,7
4	2,7	1,7		2,7		2,7
5	2,7	1,7				
Ergebnis:	$2,7 \pm 0,1$	$1,7 \pm 0,1$	$2,3 \pm 0,1$	$2,7 \pm 0,1$	$1,9 \pm 0,1$	$2,7 \pm 0,1$

Zeit t in Minuten	Höhendifferenzen h_2 in cm für die jeweilige Messreihe					
	1	2	3	4	5	6
0	0,5	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3
1	0,7	0,5	0,6	0,6	0,5	0,7
2	0,75	0,5	0,7	0,7	0,7	0,7
3	0,75	0,5	0,7	0,7	0,7	0,7
4	0,8		0,7	0,7	0,7	
5	0,8					
Ergebnis:	$0,8 \pm 0,1$	$0,5 \pm 0,1$	$0,7 \pm 0,1$	$0,7 \pm 0,1$	$0,7 \pm 0,1$	$0,7 \pm 0,1$

Nach Gleichung 15, Quelle [1], Seite 85 lässt sich der Adiabatenexponent bestimmen zu $\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$.

Die Unsicherheit ergibt sich nach der Fehlerfortpflanzung zu $u(\kappa) =$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial \kappa}{\partial h_1} u(h_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial h_2} u(h_2)\right)^2} = \sqrt{\left(\left(\frac{-h_2}{(h_1 - h_2)^2}\right) 1mm\right)^2 + \left(\left(\frac{h_1}{(h_1 - h_2)^2}\right) 1mm\right)^2}$$

Damit ergibt sich für die jeweiligen Messreihen:

Adiabatenexponent κ für die jeweilige Messreihe					
1	2	3	4	5	6
1,421±0,078	1,417±0,123	1,438±0,094	1,350±0,070	1,583 ±0,141	1,350±0,070

Bis auf den Wert der 5. Messreihe überschneiden sich alle Ergebnisse innerhalb ihrer Messunsicherheit. Der Adiabatenexponent der 5. Messreihe ist deutlich größer als die restlichen und hat auch eine größere Unsicherheit, da es sich also vermutlich um eine Fehlmessung handelt wird dieser nicht weiter berücksichtigt.

Aus den übrigen Werten wird gemäß [2], Seite 47 ein gewichtetes Mittel gebildet. (6. Ergebnis := κ_5 , Rest in Messreihenfolge, C:=1)

$$\bar{\kappa} = \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{\kappa_i}{u(\kappa_i)^2}}{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{u(\kappa_i)^2}} = 1,384 \text{ mit der Unsicherheit } u(\bar{\kappa}) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{u(\kappa_i)^2}}}{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{u(\kappa_i)^2}} = 0,036$$

Ergebnis: $\kappa = 1,38 \pm 0,04$

Nach Gleichung 12, Quelle [1], Seite 84 gilt für den Adiabatenexponenten $\kappa = 1 + \frac{2}{f}$, wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases ist. Luft besteht im wesentlichen aus Stickstoff- (N_2) und Sauerstoffmolekülen (O_2), hat also 5 Freiheitsgrade. Damit liegt der theoretische Wert für den Adiabatenexponenten bei $\kappa = 1,4$, was mit dem experimentellen Wert $\kappa = 1,38 \pm 0,04$ innerhalb seiner Messunsicherheit gut übereinstimmt.

2.2) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Luft nach der Schwingungsmethode

Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach der Schwingungsmethode wurde gemäß [1], Seite 85-86 die 100-fache Periodendauer der Schwingung 6x automatisch mittels Lichtschranke gemessen. Die Unsicherheit der Zeitmessung wird zur letzten auf dem Messgerät dargestellten Ziffer abgeschätzt, also $u(100T_s) = 0,01s \Rightarrow u(T_s) = 1 * 10^{-4}s$, experimentell wurden also folgende Ergebnisse erzielt:

Messung	$100T_s$ in s	T_s in s
1	55,23	0,5523
2	55,27	0,5527
3	55,02	0,5502
4	54,80	0,5480
5	54,53	0,5453
6	54,32	0,5432

$$\text{Mittelwert: } \bar{T}_s = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_{s,i} = 0,5486s$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (T_{s,i} - \bar{T}_s)^2} = 0,0038s$$

$$\text{Vertrauensbereich: } \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{6}} s = 0,0016s$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{T}_s = \bar{T}_s \pm \sqrt{\bar{s}^2 + u(T_s)^2} = (0,5486 \pm 0,0016)s$$

Der Adiabatenexponent κ wird nach Gleichung 18, Quelle [1], Seite 86 bestimmt zu $\kappa = \frac{4Vm}{r^4 p T^2}$.

Am Versuchsplatz gab es folgende Angaben für den Schwingkörper:

$$m_1 = (6,122 \pm 0,005)g, D = (13,93 \pm 0,01)mm \Rightarrow r = (6,965 \pm 0,005)mm$$

Das Volumen des Glaskolbens wurde angegeben zu $V = (4381 \pm 10)cm^3$.

Die gesamte schwingende Masse m setzt sich zusammen aus der Masse m_1 des Schwingkörpers und der Masse m_2 der schwingenden Luft, wobei

$m_2 = V \rho_L = \pi r^2 l \rho_L$. Leider haben wir vergessen, die maximale Auslenkung l des Schwingkörpers zu messen, wodurch eine sinnvolle Angabe von m_2 nicht mehr möglich ist. Eine Beispielrechnung mit $l = 20cm$ und $\rho_L = 1,1828 \frac{kg}{m^3}$ (gemäß [1], Seite 11) liefert allerdings das Resultat $m_2 = 3,61 * 10^{-5}kg$, also ist der Einfluss der Masse der Luft auf die Gesamtmasse als sehr gering einzuschätzen und im folgenden wird m_1 als Gesamtmasse angenommen und die Unsicherheit nach oben abgeschätzt: $m = (6,122 \pm 0,045)g$

Für den Druck p gilt nach [1], Seite 86, Gleichung 16: $p = p_0 + \frac{m_1 g}{\pi r^2}$, wobei der äußere Luftdruck p_0 gemessen wurde zu $p_0 = (101,70 \pm \sqrt{2} * 0,1)kPa$, die Unsicherheit resultiert aus der Unsicherheit durch zweifaches Ablesen bei einer Unsicherheit von einem halben Skalenteil ($u = 0,1kPa$). Mit dem Wert der Erdbeschleunigung $g = (9,81274 \pm 0,00003) \frac{m}{s^2}$ für Potsdam ([3]) folgt damit für den Druck: $p = 102,1kPa$ mit der Unsicherheit (die Unsicherheit von g wird

$$\text{vernachlässigt) } u(p) = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial p_0} u(p_0)\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial m_1} u(m_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial r} u(r)\right)^2} = 0,14kPa$$

$$\Rightarrow p = (102,1 \pm 0,2)kPa$$

Damit lässt sich der Adiabatenexponent der Luft bestimmen zu

$$\kappa = \frac{4Vm}{r^4 p T^2} = 1,481 \text{ mit der Unsicherheit } u(\kappa) = \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa}{\partial V} u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial m} u(m)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial r} u(r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial p} u(p)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T} u(T)\right)^2} = 0,015$$

Ergebnis: $\kappa = 1,48 \pm 0,02$

Der mit der Schwingungsmethode bestimmte Wert des Adiabatenexponenten für Luft liegt also deutlich über dem theoretischem Wert $\kappa = 1,4$ und überschneidet sich auch nicht innerhalb seiner Messunsicherheit mit dem theoretischem Wert.

2.3) Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Argon nach der Schwingungsmethode

Die Bestimmung des Adiabatenexponenten von Argon nach der Schwingungsmethode verläuft komplett analog zu 2.2). Der äußere Luftdruck für diesen Teil des Experiments wurde wieder zu $p_0 = (101,70 \pm \sqrt{2} * 0,1)kPa$ gemessen und die Angaben am Versuchsplatz waren: $m_1 = (6,231 \pm 0,005)g$, $D = (13,95 \pm 0,01)mm \Rightarrow r = (6,975 \pm 0,005)mm$, $V = (4325 \pm 10)cm^3$.

Experimentell wurden folgende Werte für die Periodendauer bestimmt:

Messung	$100T_s$ in s	T_s in s
1	53,47	0,5347
2	53,39	0,5339
3	53,34	0,5334
4	53,32	0,5332
5	53,30	0,5330
6	53,26	0,5326

$$\text{Mittelwert: } \overline{T_s} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_{s,i} = 0,5335s$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (T_{s,i} - \overline{T_s})^2} = 0,0007s$$

$$\text{Vertrauensbereich: } \overline{s} = \sqrt{\frac{1}{6}}s = 0,0003s$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{T_s} = \overline{T_s} \pm \sqrt{\overline{s}^2 + u(T_s)^2} = (0,5335 \pm 0,0003)s$$

Auch hier haben wir leider die maximale Auslenkung l des Schwingkörpers nicht gemessen. Die Dichte von Argon beträgt nach [4] das 1,38-fache der Dichte der Luft, also wird die Unsicherheit der gesamten schwingenden Masse m diesmal als $u(m)=0,06g$ angesetzt.

Der Druck p lässt sich berechnen zu $p = p_0 + \frac{m_1 g}{\pi r^2} = 102,1kPa$ mit der

$$\text{Unsicherheit } u(p) = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial p_0} u(p_0)\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial m_1} u(m_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial r} u(r)\right)^2} = 0,14kPa$$

$$\Rightarrow p = (102,1 \pm 0,2)kPa$$

Aus diesen Daten lässt sich nun wieder der Adiabatenexponent bestimmen zu:

$$\kappa = \frac{4Vm}{r^4 p T^2} = 1,571 \text{ und die Unsicherheit ergibt sich zu}$$

$$u(\kappa) = \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa}{\partial V} u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial m} u(m)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial r} u(r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial p} u(p)\right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T} u(T)\right)^2} = 0,016$$

$$\text{Ergebnis: } \kappa = 1,57 \pm 0,02$$

Da Argon ein Edelgas ist und demnach nur einatomig vorkommt, hat es nur 3 Freiheitsgrade und der theoretisch zu erwartende Wert für den Adiabatenexponenten wäre $\kappa = 1 + \frac{2}{f} = 1\frac{2}{3} \approx 1,67$. Der experimentell bestimmte Wert ist jedoch deutlich kleiner und überschneidet sich nicht innerhalb seiner Messunsicherheit mit dem theoretischen Wert.

3) Fehleranalyse und kritische Selbsteinschätzung

Das erzielte Resultat für den Adiabatenexponenten κ nach der Methode von Clément-Desormes entspricht voll und ganz den theoretischen Erwartungen, zumindest unter der Annahme, dass die fünfte Messung eine Fehlmessung war. Die Zimmertemperatur blieb während aller Messungen in sehr guter Näherung konstant und das im Skript angegebene Korrekturverfahren musste nicht angewendet werden. Auch Abweichungen von der Näherung $\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$ sind als gering einzuschätzen, da die Höhendifferenzen h_1 relativ klein eingestellt wurden.

Bei der Bestimmung der Adiabatenexponenten von Luft und Argon widersprechen sich jedoch beide Ergebnisse mit den theoretischen Erwartungen und es haben folglich grobe, nicht berücksichtigte systematische Messunsicherheiten das

Ergebnis beeinflusst. Der Einfluss der von uns nicht gemessenen maximalen Auslenkungen l der Schwingkörper wurde bereits diskutiert und erklärt nicht allein die großen Abweichungen vom theoretischen Wert. Nicht beachtet wurde zum Beispiel, dass sich die Theorie auf ein ideales Gas bezieht, jedoch mit realen Gasen experimentiert wurde, allerdings steht das Ergebnis der Methode von Clément-Desormes im Einklang mit der Theorie und diese Abweichungen sind daher ebenfalls als gering einzuschätzen. Betrachtet man die gemessenen Zeiten, so wurde im Verlauf der Messungen die gemessene Periodendauer immer etwas kleiner bis auf eine kleine Abweichung in die andere Richtung bei der zweiten Messung der Periodendauer von Luft. Daher ist anzunehmen, dass Abweichungen von der als ideal angenommenen Schwingung das Ergebnis beeinflusst haben, es kann zum Beispiel nicht nachvollzogen werden, ob der Zustrom des Gases während des gesamten Experiments konstant blieb.

4) Quellenangabe

[1] Skript "Phys. Grundpraktikum I: Mechanik und Thermodynamik", 2005, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/GPRI.html> (Stand: 22.06.2008)

[2] Skript "Phys. Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik", 2007, online verfügbar unter <http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Einfuehrung/PDF-Datei/Einfuehrung.pdf> (Stand: 22.06.2008)

[3] http://www.laiv-mv.de/land-mv/LAiV_prod/LAiV/AfGVK/_faltblaetter/FB.L.S.H.pdf (Stand: 22.06.2008)

[4] <http://www.airliquide.de/loesungen/produkte/gase/gasekatalog/stoffe/argon.html> (Stand: 22.06.2008)