

Die Poissongleichung

Die Poissongleichung stellt einen Zusammenhang zwischen dem Potential eines statischen elektrischen Feldes und der Ladungsträgerdichte her.

Mit Hilfe der Quellengleichung erhält man (im Vakuum)

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dq}{dV}$$

Da sich das elektrische Feld aus einem Potential ableiten lässt, gilt:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div}(-\operatorname{grad} U) = -\Delta U$$

Die Kombination beider Gleichungen ergibt die

Poisson-Gleichung

$$\Delta U = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Die Lösung der Poissongleichung entspricht der Grundaufgabe der Elektrostatik, aus einer gegebenen Ladungsverteilung $\rho(x,y,z)$ das Potential $U(x,y,z)$ zu berechnen. Ist das Potential bekannt, so kann das Feld \vec{E} und die Ladungsverteilung ρ berechnet werden:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} U$$

$$\rho = \operatorname{div} \vec{D}$$