Die Reflexion von Licht
Die Fresnel'schen Formeln

Gegenstand dieses Kapitels ist die Berechnung der Intensität eines reflektierten Lichtstrahles, der aus einem Medium mit der Brechzahl n_1 kommend auf eine Grenzfläche mit der Brechzahl n_2 auftrifft.

Für die Intensität einer ebenen Welle gilt:

$$I = \sqrt{\varepsilon_r} E_{eff}^2 / Z_v = n E_{eff}^2 / Z_v$$

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} = c_0 / c \qquad \text{Maxwell-Relation}$$

$$Z_v = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$$

Als Einfallsebene des Lichtstrahles wählen wir die x-z-Ebene.
An der Grenzfläche gelten folgende Randbedingungen:

- Stetigkeit der Normalkomponente von **D:**

  Diese Bedingung führt (wie die Stetigkeit der Parallelkomponente von **k**) zum Brechungsgesetz:

  $$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

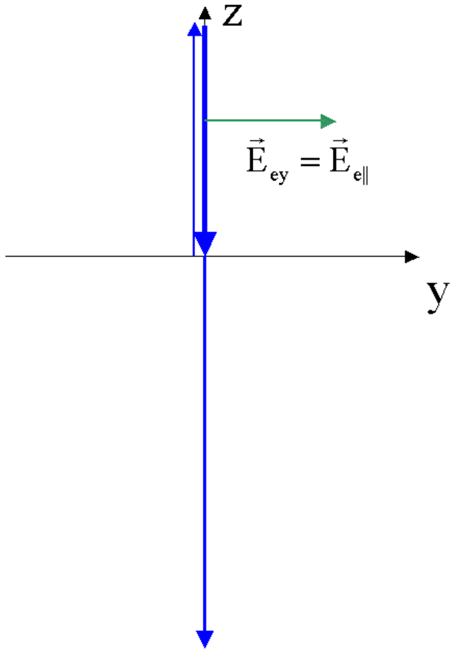
- Stetigkeit der Tangentialkomponente von **E:**

  $$E_{e\|} + E_{r\|} = E_{g\|}$$

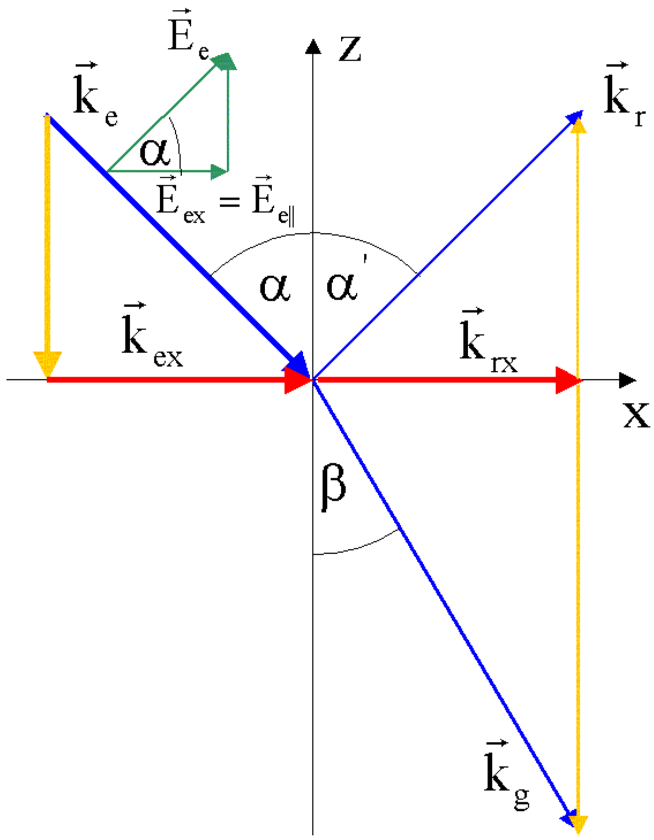
- Erhaltung der Normalkomponente des Energiestromes:

  $$I_{e\perp} - I_{r\perp} = I_{g\perp}$$

Einfallsebene sei die y-z-Ebene



s-Welle



p-Welle

Polarisation des Lichtes senkrecht zur Einfallsebene (s-Wellen)

Mit $\vec{E} = E_y \vec{j} = E_{\|} \vec{j}$ und $E_{e\|} + E_{r\|} = E_{g\|}$

erhält man die folgende Gleichung:

$$E_{ey} + E_{ry} = E_{gy}$$

Die Intensitätsbedingung für die Normalkomponente des Poynting-vektors $I_{e\perp} - I_{r\perp} = I_{g\perp}$

schreibt sich folgendermaßen:

$$\boxed{n_1\left(E_{ey}^2 - E_{ry}^2\right)\cos\alpha = n_2 E_{gy}^2 \cos\beta}$$

Eliminiert man aus beiden Gleichungen die Größe E_{gy} und verwendet das Brechungsgesetz, so erhält man folgende Beziehung zwischen den Effektivwerten der einfallenden (E_{ey}) und reflektierten (E_{ry}) Amplitude:

$$E_{ry} = E_{ey} \frac{\cos\alpha \sin\beta - \sin\alpha \cos\beta}{\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta} = -E_{ey} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Für den Reflexionskoeffizienten gilt dann:

$$\boxed{R_s = \left(\frac{E_{er}}{E_{ey}}\right)^2 = \left(\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}\right)^2}$$

Im Spezialfall fast senkrechten Einfalls ($\cos\alpha \approx 1$, $\cos\beta \approx 1$) erhält man:

$$\boxed{R_\perp = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2}$$

Polarisation des Lichtes in der Einfallsebene (p-Wellen)

Wegen der Stetigkeit der **E**-Komponenten in x-Richtung gilt

$$(E_e + E_r)\cos\alpha = E_g \cos\beta$$

Die Bedingung für den Energiestrom ist analog:

$$n_1\left(E_e^2 - E_r^2\right)\cos\alpha = n_2 E_g^2 \cos\beta$$

Diesmal erhält man für den Reflexionskoeffizienten:

$$R_p = \left(\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}\right)^2$$

Für senkrechten Einfall gilt analog wie bei s-Wellen:

$$R_\perp = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$$

Für nahezu parallelen Einfall gilt für s-wie p-Wellen:

$$R_\parallel = 1$$

Im Falle $\alpha + \beta = 90°$ ist für p-Wellen $R_p = 0$. Man erhält dann mittels des Brechungsgesetzes das **Brewster'sche Gesetz**:

$$\tan\alpha_{Br} = n_2 / n_1$$

Rechenbeispiele für den Übergang Glas-Wasser