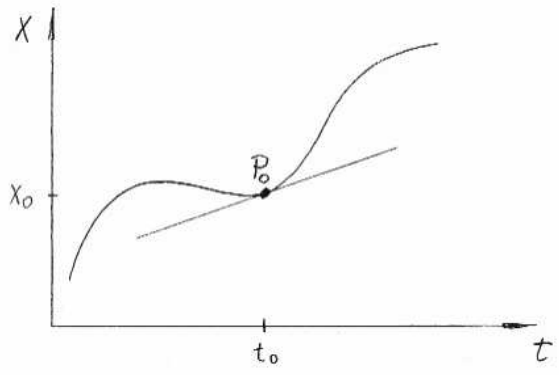
Grundbegriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung

Die Geschwindigkeit $\vec{v}$ eines Körpers ist ein Maß für seinen je Zeiteinheit in einer bestimmten Richtung zurückgelegten Weg. Sie ist, wie der Ort, ein Vektor und definiert durch die Relation

$$\vec{v}(t) = \lim_{t\to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(t)$$

- SI-Einheit: $\frac{m}{s}$
- Dimension: Länge/Zeit - $\frac{L}{T}$
- Die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung der Weg-Zeit-Funktion
  Die Geschwindigkeit ist ein Vektor, deren Länge den Betrag der Geschwindigkeit und dessen Richtung die Richtung der Bewegung angibt.

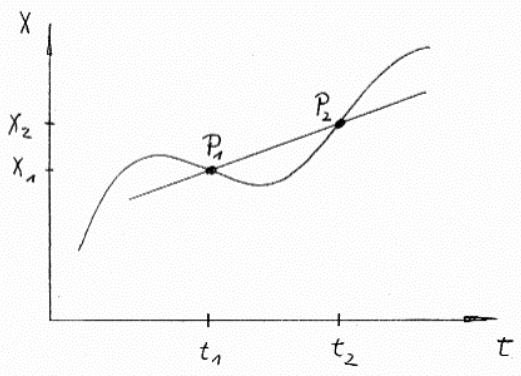
Die Geschwindigkeit kann sich zeitlich ändern!
Die **Momentangeschwindigkeit** zum Zeitpunkt t_o ist der Anstieg der Tangente der Funktion **r**(t) bei $t = t_o$.



Tangente in $\mathbf{P_0}$:
Momentangeschwindigkeit

$$\vec{v}(t = t_o) = \frac{dx(t)}{dt}\Big|_{t=t_o}$$

Die **Mittlere Geschwindigkeit** zwischen zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 erhält man aus dem Anstieg der Sekante zwischen den Punkten $P_1(x_1,t_1)$ und $P_2(x_2,t_2)$



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Für hinreichend kleine Δt geht die mittlere Geschwindigkeit in die Momentangeschwindigkeit über.

Ist die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ eines Körpers gegeben, so kann man die Weg-Zeit-Funktion $\vec{r}(t)$ durch Integration ermitteln:

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t)dt + \vec{r}_C$$

oder

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)dt$$

$\vec{r}_C(t)$: Integrationskonstante; $\vec{r}_0(t_0)$: Anfangsbedingung

Beispiel: **geradlinig gleichförmige Bewegung**

Für $\vec{v}(t) = \text{const.} = \vec{v}_0(t)$ gilt dann: $\vec{r}(t) - \vec{r}_0(t=0) = \vec{v}_0 t$

Da die Größen $\vec{v}(t)$, $\vec{v}_0(t)$ und $\vec{r}(t)$, $\vec{r}_0(t)$ Vektoren sind, erhält man mit

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

und

$$\vec{v}(t) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

aus obiger Vektorgleichung drei Gleichungen:

$$\mathbf{x(t) = x_o + v_{0x}\, t\ ;\ \ y(t) = y_0 + v_{0y}\, t\ ;\ \ z(t) = z_0 + v_{0z}\, t}$$

Ist die Funktion $\vec{v}(t)$ bekannt, so kann der zeitliche Mittelwert der Geschwindigkeit zwischen zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 auch folgendermaßen berechnet werden:

$$\overline{v} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)dt}{t_2 - t_1} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Die Berechnung des zeitlichen Mittelwertes der Geschwindigkeit durch Integration führt zum selben Resultat, wie die Berechnung aus dem Anstieg der Sekante.