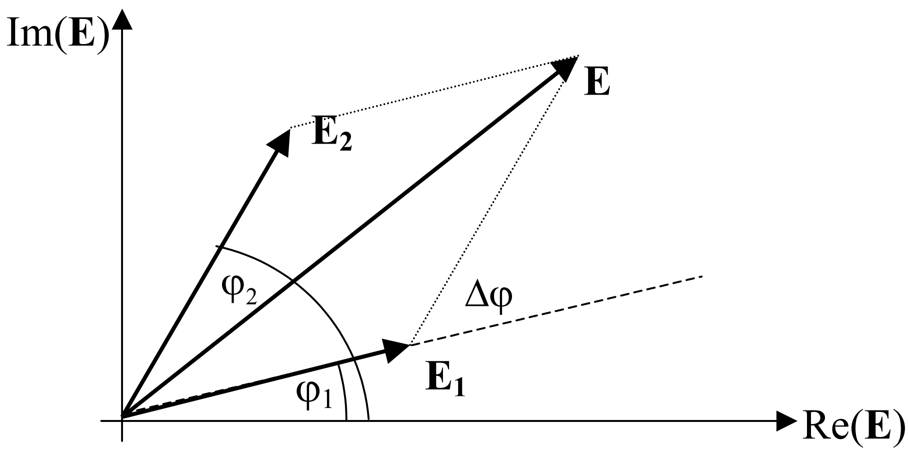
Superposition ebener Wellen - Interferenz

Wir betrachten die Überlagerung der Feldvektoren zweier ebener Wellen in einem beliebigen Raumpunkt (x,y,z). Die Phasenlage einer Welle sei ausgedrückt durch

$$\varphi = \omega t + \Phi + \vec{k}\vec{r} \quad \text{mit} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \exp j\varphi$$

Im folgenden sei vorausgesetzt, dass die Wellen in derselben Ebene polarisiert seien. Allerdings sollen sich die Wellen in ihrer Phasenlage unterscheiden. Man kann dann die Feldstärkevektoren in der komplexen Ebene (Zeigerdiagramm) auftragen, wobei sich die Richtung von E nunmehr nicht auf die Orientierung im Raum sondern die Phase der Feldstärke bezieht. Dann gilt:

$$E = \sqrt{\left(\mathrm{Re}(E_1) + \mathrm{Re}(E_2)\right)^2 + \left(\mathrm{Im}(E_1) + \mathrm{Im}(E_2)\right)^2}$$



$$E_i = E_{i0} \exp\left(-j(\omega t + \varphi_i)\right)$$

$$|E| = E_0 : \quad \text{Amplitude} \qquad \mathrm{Re}(\vec{E}) : \quad \text{Elongation}$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\Delta\varphi)$$

Sind die Frequenzen beider Wellen identisch, so rotieren beide Feldstärkevektoren im Zeigerdiagramm mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω und daher mit einer **festen Phasendifferenz** $\Delta\varphi$ zueinander – die Wellen sind **kohärent**.
Die Überlagerung kohärenter Wellen mit gleicher Frequenz bezeichnet man als Interferenz.

Mit Hilfe des Kosinussatzes (siehe Abbildung) ergibt sich das Quadrat der resultierenden (reellen) Amplitude zu

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\Delta\varphi)$$

Die Intensität bei der Überlagerung kohärenter Wellen ist damit wegen $I \sim E^2$ gegeben durch

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)}$$

Intensitätsmaxima: $\Delta\varphi = 2\pi z$; falls $I_1 = I_2 = I_0$: $I = 4I_0$

Intensitätsminima: $\Delta\varphi = (2z+1)\pi$; falls $I_1 = I_2 = I_0$: $I = 0$