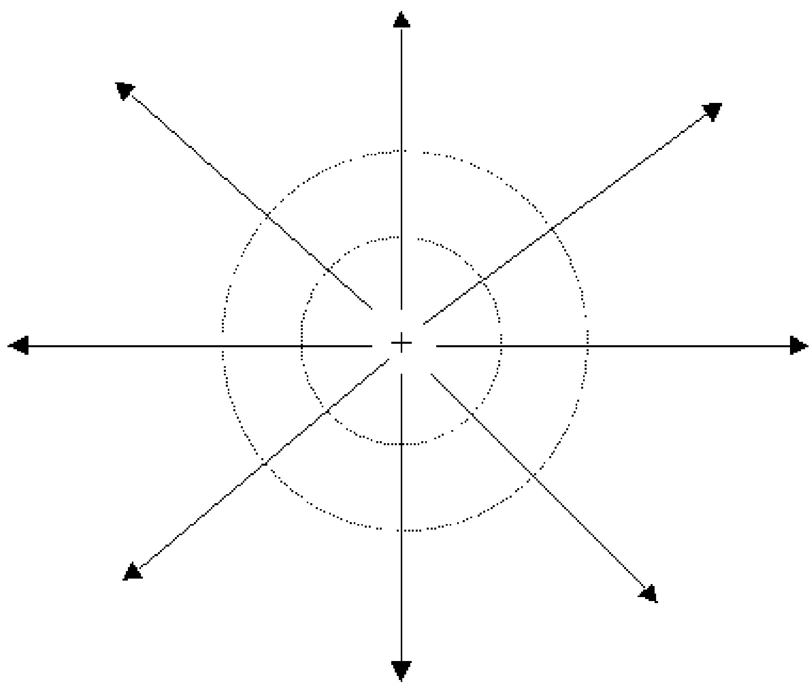
Das elektrische Feld einer Punktladung

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$



$\frac{\vec{r}}{r}$

Radiale Linien: Feld (Kraft-)linien
Kreise (bzw. Kugelflächen): Äquipotentialflächen

Die Feldlinien stehen senkrecht auf den Äquipotentialflächen.

Arbeit im elektrischen Feld

$$\text{Arbeit:} \qquad W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} d\vec{s} = q \int_{s_1}^{s_2} \vec{E} d\vec{s}$$

Das bestimmte Wegintegral über das elektrische Feld bezeichnet man als **Spannung** U:

$$\text{Spannung:} \qquad U = \int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{E} d\vec{s}$$

Als **Potential des elektrischen Feldes** V(x,y,z) bezeichnet man das unbestimmte Integral

$$\text{Potential:} \qquad V(x,y,z) = \int \vec{E}(x,y,z) d\vec{s}$$

Mit Hilfe des Potentials kann man die **Spannung** als **Potentialdifferenz** ausdrücken:

$$U = V(\vec{s}_2) - V(\vec{s}_1)$$

Das Potential ist (wie jedes unbestimmte Integral) bis auf eine Konstante bestimmt. Diese Konstante wird durch praktische Erwägungen festgelegt. In der Regel wählt man diese Konstante so, dass das Potential im Unendlichen oder auf dem Erdboden gleich Null wird. Auf den Betrag der Potentialdifferenz hat diese Festlegung keine Auswirkung. Kennt man das Potential eines elektrischen Feldes, so kann die Arbeit im elektrischen Feld sehr einfach durch die Spannung (Potentialdifferenz) U ausgedrückt werden:

$$W = qU$$

Als potentielle Energie bezeichnet man die Arbeit, die man aufwenden muss, um eine Ladung von einem vorgegebenen Punkt im Ortsraum zum Ort mit dem Potential Null zu bringen. Wo sich der Punkt mit dem Potential Null befindet, ist wegen der Wahlfreiheit der Integrationskonstante C durch Definition festgelegt. Mit

$$E_{pot} = \int_{s_1(\vec{r})}^{\vec{s}_2(V=0)} \vec{F} d\vec{s} = q \int_{s_1(\vec{r})}^{\vec{s}_2(V=0)} \vec{E} d\vec{s} = -qV(\vec{r})$$

besitzen potentielle Energie und Potential entgegengesetztes Vorzeichen. Damit gilt auch:

$$\text{potentielle Energie:} \quad E_{pot}(x, y, z) = -q \int \vec{E} d\vec{s}$$

Ein Feld besitzt ein eindeutiges Potential, wenn die Arbeit zur Verschiebung der Ladung wegunabhängig ist. Dies bedeutet, dass

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$$

Wenn das Potential eines Feldes nur vom Ort abhängt, so ist die auf einem geschlossenen Weg verrichtete Arbeit Null.
In diesem Fall kann das elektrische Feld auch eindeutig aus der potentiellen Energie abgeleitet werden und es gilt:

$$\vec{E} = -\text{grad } E_{pot}$$

Für die mechanische Gesamtenergie gilt:

$$E_{mech} = E_{kin} + E_{pot}$$

Das Coulombpotential

$$V(r) = \int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{1}{r^2} dr$$

$$\boxed{V(r) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} + C}$$

Setzt man die Konstante C = 0, so verschwindet das Potential im Unendlichen. Mit dieser Eichung erhält man für das Coulombpotential der Ladung q somit

$$\boxed{V(r) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Die potentielle Energie einer Ladung q' im Feld der Ladung q erhält man dann mittels

$$E_{pot} = -q'V = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Für ein Elektron (q = -e) im Feld eines Protons (q' = +e) ist sowohl das Coulombpotential als auch die potentielle Energie negativ.

Der elektrische Fluss

Unter dem elektrischen Fluss Φ versteht man eine Grösse, die dem von elektrischen Ladungen erzeugten Feld und dem von diesem Feld durchsetzten Fläche proportional ist:

$$d\Phi = \vec{E}\, d\vec{A}$$

bzw.

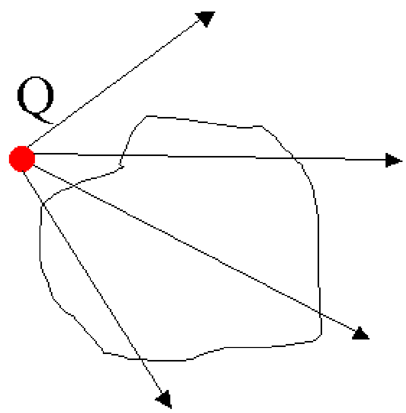
$$\Phi = \iint \vec{E} d\vec{A}$$

Gewissermaßen ist die Feldstärke ein Maß für die Dichte der elektrischen Feldlinien und der Fluss ein Maß für die Gesamtzahl der eine Fläche durchdringenden Feldlinien. Das Skalarprodukt berücksichtigt die Orientierung der Fläche zum Feld. Falls $\vec{E}$ parallel zur Fläche gerichtet ist, durchsetzen die Feldlinien die Fläche nicht. Folglich wäre der Fluss gleich Null. Das Integral berücksichtigt die Veränderung des Feldes (Betrag und Richtung) über der Fläche.

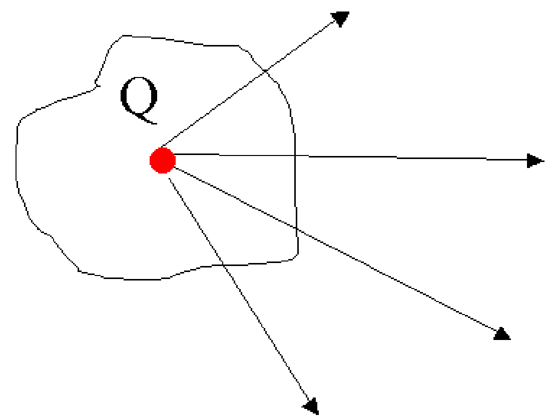
Satz von Gauß - Ostrogradski

Der gesamte Fluss durch eine beliebige geschlossene Fläche ist proportional zur Gesamtladung Q innerhalb dieser Fläche:

$$Q = \varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{A}$$



$$\Phi = 0$$



$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$