Quantenfeldtheorie I **WS 14/15** **Prof. Jan Plefka**

Übungsblatt 6

Abgabe Mittwoch 21.01 nach der Vorlesung – Besprechung am Freitag 23.01

Aufgabe 6.1 – $2 \to 2$ Streuung in ϕ^4-Theorie (5 Punkte)

Bestimmen Sie das S-Matrixelement $\langle k.k'|S|p,p'\rangle$ in der $\lambda\,\phi^4$- Theorie bis zur Ordnung λ^2. Hierzu sind zunächst die relevanten Feynmangraphen anzugeben und in der Impulsdarstellung zu quantifizieren. Die resultierenden Integrale sollen (noch) nicht ausgeführt werden. Zeigen Sie, dass sich das Ergebnis in die Form

$$i\mathcal{M} = V(s) + V(t) + V(u)$$

bringen läßt, mit V einer geeigneten Funktion und den Mandelstammvariablen

$$s = (p+p')^2 = (k+k')^2 \qquad t = (k-p)^2 = (k-p')^2 \qquad u = (k'-p)^2 = (k-p')^2\,.$$

Wie lautet der Divergenzgrad von V?

Aufgabe 6.2 – Zerfallsrate in der Yukawa-Theorie (5 Punkte)

Wir betrachten den Zerfallsprozess eines massiven Spin 0 Teilchen mit Masse m_ϕ in ein Fermion-Antifermion-Paar beliebiger Spins mit Masse m_ψ in der Yukawa-Theorie. Bestimmen Sie die differentielle und integrierte Zerfallsrate des Prozesses! Sie sollten für die integrierte Zerfallrate das Resultat

$$\Gamma = \frac{g^2}{16\pi^2}\, m_\phi \left(1 - \frac{4m_\psi^2}{m_\phi^2}\right)^{3/2}$$

erhalten. Unterwegs müssen Sie von den bekannten Spinsummenrelationen Gebrauch machen.

Aufgabe 6.3 – Bose-Fermi Steuamplitude in der Yukawa-Theorie (10 Punkte)

Wir betrachten in der Yukawa-Theorie den Streuprozess

$$\text{Fermion} + \text{Antifermion} \longrightarrow \text{Boson} + \text{Boson}\,.$$

a) Zeichnen Sie die *zwei* relevanten, verbundenen Baumgraphen auf, mit Angabe aller Impulse an den Propagatoren.

b) Bestimmen Sie zunächst die hierzu korrespondierende Amplitude

$$i\mathcal{M}(f + \bar{f} \to b + b)$$

für allgemeine Massen m_ϕ und m_ψ im Impulsraum.

c) Zur Bestimmung des *unpolarisierten* Wirkungsquerschnitts dieses Prozesses benötigt man die Summe über alle zum Streuprozess beitragenden Matrixelemente im Betragsquadrat $\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2$. Bestimmen Sie dieses im Grenzfall $m_\psi \to 0$!

Hinweise:
$\sum_s u^s(p)\, \bar{u}^s(p) = \not{p} + m$ und $\sum_s v^s(p)\, \bar{v}^s(p) = \not{p} - m$
$\not{p}\,\not{q} = -\not{q}\,\not{p} + 2p \cdot q$ und $\not{q}^2 = q^2$.