



Physikalisches Grundpraktikum

Versuchsprotokoll

M3 - Elastizität und Torsion

Versuchsort: NEW 14'314 Platz 2

Versuchsbetreuer: M. Moser

Robert Riemann; Matr.Nr.: 521085

Versuchspartner: Thomas Murach; Matr.Nr.: 517771

7. Juni 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	2
2	Auswertung	2
2.1	Bestimmung Elastizitätsmodul	2
2.2	Bestimmung Torsionsmodul	3
3	Ergebniseinschätzung	3

Abbildungsverzeichnis

1	Längenänderung in Abhängigkeit von der Masse	2
2	Messprotokoll	4

1 Versuchsziel

Das Ziel des Versuches "Elastizität und Torsion" ist die Bestimmung des Elastizitätsmoduls sowie des Torsionsmoduls eines Drahtes. Hierzu wird die Längenänderung bei Belastung mit verschiedenen Massen und die Schwingungsdauer bei Variation des Trägheitsmomentes untersucht.

Weitere Information sind der Versuchsbeschreibung im [Skript] zu entnehmen.

2 Auswertung

2.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls

Durch die schrittweise Belastung des Drahtes mit 50 g Massestücken, kann der Zusammenhang zwischen Zugspannung auf Grund der Masse im Gravitationsfeld und Längenänderung untersucht werden. Laut [Skript] besteht folgender Zusammenhang:

$$\Delta L = \underbrace{\frac{1}{E} \frac{l}{A}}_{\text{Anstieg } a} g m \quad (1)$$

Um eine gewichtete lineare Regression durchführen zu können, muss noch die Unsicherheit der einzelnen Werte ermittelt werden.

Um die statistische Unsicherheit der Längenmessung berechnen zu können, wurde die Länge

bei einer Belastung mit 50 g 6 mal gemessen¹. Als Ergebnis dieser Berechnung ergibt sich ein Vertrauensbereich von $u_l = 0.001 \text{ mm}$. Diese Unsicherheit hätte theoretisch auf alle Längenmessungen übertragen werden können. Jedoch beträgt die maximale Abweichung zweier Messwerte (Länge für 200 g) 0.03 mm. Motiviert durch diese Diskrepanz wird der Größtfehler zu diesen 0.03 mm für alle Längenmessungen abgeschätzt. Die Herstellertoleranz von $\pm 5 \mu\text{m}$ kann hierbei vernachlässigt werden. Die Unsicherheit u_L ist demnach 0.03 mm. Nun kann die Längenänderung ΔL und deren Unsicherheit $u_{\Delta L}$ bestimmt werden.

$$\Delta L_m = \frac{L_{m,1} + L_{m,2}}{2} - \frac{L_{(m=0\text{g},1)} + L_{m=0\text{g},2}}{2}$$

$$u_{\Delta L} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{u_L^2 + u_L^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{u_L^2 + u_L^2}}{2}\right)^2}$$

$$= u_L = 0.03 \text{ mm}$$

Die Unsicherheit der Massenstücke wird folgend vernachlässigt.

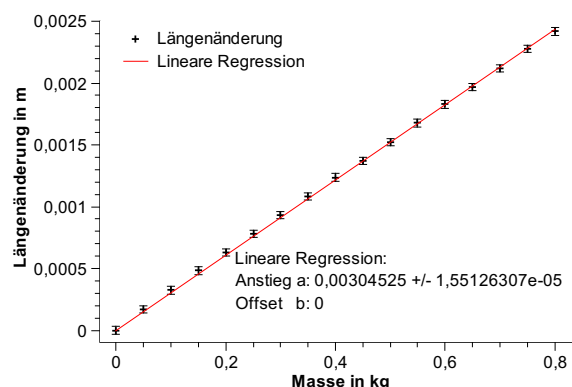


Abbildung 1: Längenänderung in Abhängigkeit von der Masse

Die Gleichung zur Berechnung des Elastizi-

¹Leider sind die Werte hierfür nur im Laborbuch, jedoch nicht im Messprotokoll aufgeführt.

tätsmoduls E geht aus (1) hervor.

$$E = \frac{1}{a} \frac{l}{A} g \quad (2)$$

$$u_E = \sqrt{\frac{\partial E^2}{\partial a} + \frac{\partial E^2}{\partial l} + \frac{\partial E^2}{\partial A}} \quad (3)$$

$$= \frac{g}{aA} \sqrt{\left(\frac{l}{a} u_a\right)^2 + (u_l)^2 + \left(\frac{l}{A} u_A\right)^2} \quad (4)$$

Somit erhält man als Ergebnis für das Elastizitätsmodul:

$$E = (98.48 \pm 1.34) \text{ GPa} \quad (5)$$

Dieser Wert liegt nahe der Spanne 10 - 120 GPa, die allgemein für Messing bis hin zu reinem Kupfer angegeben werden kann ([Paetec]).

2.2 Bestimmung des Torsionsmoduls

Um das Torsionsmodul G zu bestimmen, kann auf die Formel aus dem [Skript] zurückgegriffen werden.

$$G = \frac{8\pi l}{R^4} \frac{mr^2}{T_S^2 - T_V^2} \quad (6)$$

Im Sinne der Fehlerrechnung müssen die Größen Drahtlänge l , Drahtradius R , Periodendauer T_V , sowie die Zusatzmasse m mit deren Radius r und deren Periodendauer T_S bedacht werden. Die Anwendung der Fehlerfortpflanzungsgesetze führen auf folgenden Zusammenhang für die Unsicherheit u_G :

$$\frac{u_G^2}{G^2} = \left(\frac{u_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2u_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{4u_R}{R}\right)^2 + 2(T_S^2 - T_V^2)^{-2} \left([T_S u_{T_S}]^2 + [T_V u_{T_V}]^2\right) \quad (7)$$

Man erhält also insgesamt für das Torsionsmodul G :

$$G = (36.42 \pm 4.86) \text{ GPa} \quad (8)$$

Die Richtigkeit des Torsionsmoduls kann an dieser Stelle nicht bewertet werden, da keine Referenzwerte zum Zeitpunkt des Verfassens vorlagen.

3 Ergebniseinschätzung

Das Elastizitätsmodul könnte möglicherweise genauer bestimmt werden, wenn sich die statistische Schwankung der gemessenen Längen auch im Messbereich der Mikrometermessschraube bewegen würde. Um dies zu erreichen, sollte die Messreihe möglichst zügig aufgenommen werden, um etwaige Abweichungen auf Grund von Temperaturschwankungen auszuschließen. Hierzu sollten Fenster und Türen geschlossen gehalten werden. So kann gleich auch noch der möglicherweise störende Einfluss von Zugluft unterbunden werden. Um ein noch genaueres Ergebnis zu erreichen, könnte die Längenmessung auch durch einen Laser erfolgen.

Das Torsionsmodul hat eine weit höhere relative Unsicherheit. Dies ist wohl darauf zurückzuführen, dass wesentlich mehr Messgrößen das Ergebnis bestimmen. Teilweise gehen jene auch in höherer Potenz ein, was dazu führt, dass die Unsicherheit dieser Messgrößen in höherem Maße den Fehler mitbestimmt.

Literatur

- [Skript] Physikalisches Grundpraktikum, Optik und Elektrodynamik, Humboldt-Universität 2005
- [MAP] Physikalisches Grundpraktikum, Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik, Humboldt-Universität 2007
- [Paetec] Formeln und Tabellen. 9. Auflage. Paetec. Berlin 2001.

Messprotokoll - M3 (Elastizität u. Torsion)

Datum: 4.6.08

Messplatz: 2

Messdraht: $L = (2160 \pm 5) \text{ mm}$
 $D = (0,30 \pm 0,01) \text{ mm}$

Zusatzscheibe: $m = (130,472 \pm 0,001) \text{ g}$
 $d = (50,0 \pm 0,1) \text{ mm}$

Längenänderung:

Masse in g	1. Messung	2. Messung (in mm)
0	7,660	7,665
50	7,830	7,835
100	7,980	7,995
150	8,145	8,145
200	8,275	8,305
250	8,435	8,455
300	8,590	8,600
350	8,730	8,760
400	8,890	8,910
450	9,025	9,045
500	9,180	9,190
550	9,340	9,340
600	9,490	9,490
650	9,630	9,630
700	9,785	9,780
750	9,935	9,940
800	10,080	10,080

Schwingungsdauer:

ohne Zusatzmasse: 85,915; 85,945

50g: ~~480,825~~

187,065; 186,685; 186,10;

186,855; 186,505; 186,505

50g und Zusatzmasse:

~~113,365; 113,785; 113,375;~~

125,965; 125,875; 125,975;

126,045; 126,095; 126,065

Moser

Abbildung 2: Messprotokoll