



Physikalisches Grundpraktikum

Versuchsprotokoll

M2 - Trägheitsmomente

Versuchsort: NEW 14'315 Platz 1

Versuchsbetreuerin: Dr. U. Herzog

Robert Riemann; Matr.Nr.: 521085

Versuchspartner: Thomas Murach; Matr.Nr.: 517771

30. Mai 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	2
2	Auswertung	2
2.1	Bestimmung der Eichkurve	2
2.1.1	Periodenlänge	2
2.1.2	Trägheitsmoment Scheibe	2
2.1.3	Trägheitsmoment Teller .	2
2.2	Untersuchung Winkelabhängigkeit	3
2.2.1	Bestimmung des Trägheitsmomentes aus der Eichkurve	3
2.2.2	Vergleich zwischen experimentell bestimmten und theoretischem Wert .	3

(siehe auch [Skript]):

$$T^2 = \underbrace{\frac{4\pi^2}{D}}_{\text{Anstieg } a} \cdot J_S + \underbrace{\frac{4\pi^2}{D} \cdot J_T}_{\text{Offset } b} \quad (1)$$

2.1.1 Periodenlänge

Da im Versuch die Zeit für 10 Perioden gemessen wurde, müssen die Werte durch 10 dividiert werden. Anschließend wird der Mittelwert beider Messerte gebildet. Gerätefehler und Stoppfehler auf Grund der Reaktion können zu insgesamt 0.1 s für 10 Perioden verrechnet werden.

Laut Herstellerangabe steigt die Unsicherheit mit zunehmender Messdauer, jedoch ist dieser Anteil klein gegen die Unsicherheit, welche aus der Reaktionszeit hervorgeht, und kann somit vernachlässigt werden.

$$u_T = 0.01 \text{ s} \quad (2)$$

2.1.2 Trägheitsmoment der Scheibe

Das Trägheitsmoment der Scheibe mit der Maße m_S ist vom Abstand s vom Mittelpunkt des Drehtellers zum Mittelpunkt der Scheibe selbst abhängig. Da Abstand sowie Maße der Scheibe bekannt sind, kann das Drehmoment J_S berechnet werden.

$$J_S = m_S \left(\frac{R^2}{2} + s^2 \right) \quad (3)$$

s in mm	J_S in 10^{-2} g m^2	T^2 in s^2
0	7.146 ± 0.017	0.25 ± 0.01
15	12.706 ± 0.028	0.26 ± 0.01
30	29.385 ± 0.058	0.32 ± 0.01
45	57.184 ± 0.097	0.42 ± 0.01
60	96.102 ± 0.138	0.57 ± 0.02
75	146.140 ± 0.181	0.73 ± 0.02

Tabelle 1: Quadratische Periodendauer in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment

Abbildungsverzeichnis

1	Quadratische Periodendauer in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment	3
2	Trägheitsmoment in Abhängigkeit von $\sin^2 \gamma$	3
3	Messprotokoll	5

1 Versuchsziel

Das Ziel des Versuches “Trägheitsmomente” ist die Bestimmung einer spezifischen Eichkurve um Trägheitsmomente in Abhängigkeit der Periodendauer eines schwingenden Drehtellers, auf dem der Probekörper steht. Anschließend können hiermit nun die Ergebnisse der Berechnungen aus einem Trägheitsellipsoid verifiziert werden.

Weitere Information sind der Versuchsbeschreibung im [Skript] zu entnehmen.

2 Auswertung

2.1 Bestimmung der Eichkurve

Durch Variation der Lage der Scheibe mit Trägheitsmoment J_Z auf dem Drehteller mit Trägheitsmoment J_T ergeben sie unterschiedliche Periodenlängen T . Der Steiner’sche Satz liefert

2.1.3 Trägheitsmoment des Drehtellers

Da nun a und b aus (1) bekannt sind, kann durch Umstellen direkt auf J_T geschlossen werden (siehe [Skript]). Die Unsicherheit lässt sich

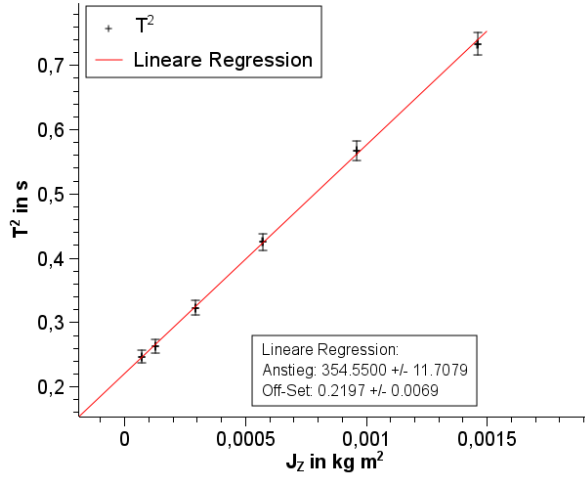


Abbildung 1: Quadratische Periodendauer in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment

aus den instrumentell gewichteten Fehlern der Regressionsparameter ableiten.

$$J_T = (6.2 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad (4)$$

2.2 Untersuchung der Winkelabhängigkeit

Es lässt sich zeigen (siehe [Skript]), dass für das Trägheitsmoment eines Zylinders in Abhängigkeit des Winkel γ zwischen Symmetrieachse und Rotationsachse folgender Zusammenhang gilt:

$$J_\gamma = J_Z + (J_Y - J_Z) \sin^2 \gamma \quad (5)$$

Hierbei stehen J_Z bzw. J_Y für die Trägheitsmomente in Hauptachsenrichtung.

Folgend kann nun gezeigt werden, dass der Zusammenhang in (5) auch wirklich linear in $\sin^2 \gamma$ ist.

2.2.1 Bestimmung des Trägheitsmomentes aus der Eichkurve

Der Winkel γ wird von 0° bis 90° variiert. Da die Periodenlänge T_γ gemessen werden kann, lässt sich nun aus der zuvor bestimmten Eichkurve das zugehörige Trägheitsmoment entnehmen.

$$J_\gamma = \frac{1}{a} T_\gamma^2 - J_T \quad (6)$$

$\sin^2 \gamma$	J_γ in 10^{-1} g m^2	T_γ^2 in s^2
0.00	3.69 ± 0.56	0.35 ± 0.01
0.07 ± 0.02	4.37 ± 0.58	0.37 ± 0.01
0.25 ± 0.03	6.45 ± 0.64	0.45 ± 0.01
0.50 ± 0.04	8.22 ± 0.69	0.51 ± 0.01
0.75 ± 0.03	10.88 ± 0.77	0.61 ± 0.02
0.93 ± 0.02	12.54 ± 0.83	0.66 ± 0.02
1.00	13.02 ± 0.84	0.68 ± 0.02

Tabelle 2: Trägheitsmoment in Abhängigkeit von $\sin^2 \gamma$

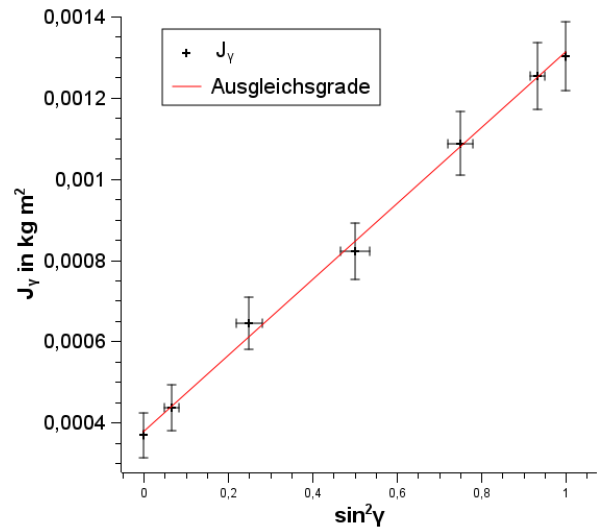


Abbildung 2: Trägheitsmoment in Abhängigkeit von $\sin^2 \gamma$

In Abb. (2) ist der lineare Zusammenhang gut zu erkennen. Allerdings ließen die großen Fehlerbalken auch andere Zusammenhänge (Parabeln, etc.) zu.

2.2.2 Vergleich zwischen experimentell bestimmten und theoretischem Wert

Nach Gleichung (5) liefert die Gerade (Lineare Regression) aus Abb. (2) nun direkt J_Z (Offset) sowie $J_Y - J_Z$ als Anstieg.

$$\begin{aligned} J_Z &= J_{\gamma=0^\circ} = (3.78 \pm 0.37) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \\ J_Y &= J_{\gamma=90^\circ} = (13.12 \pm 0.79) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

Weiterhin lassen sich beide Trägheitsmomente inklusive Unsicherheit auch aus ihren geometrischen Abmaßen heraus berechnen (siehe [Skript]).

Methode	$J_{\gamma=0^\circ}$ in dg m^2	$J_{\gamma=90^\circ}$ in dg m^2
Mit Eichkurve	3.69 ± 0.56	13.02 ± 0.84
Aus Abb. (2)	3.78 ± 0.37	13.12 ± 0.79
theor. Wert	3.29 ± 0.02	12.88 ± 0.09

Tabelle 3: Vergleich der Ergebnisse für J

Alle Messwerte überlappen sich. Es zeigt sich, dass die theoretisch berechneten Werte eine größere Genauigkeit aufweisen können.

Wäre nach einem einzigen Ergebnis gefragt worden, hätte man an dieser Stelle ein gewichtetes Mittel errechnen können, wobei jedoch noch zu diskutieren wäre, in wie weit die Ergebnisse der ersten beiden Zeilen aus (3) sich nicht gegenseitig bedingen.

Literatur

- [Skript] Physikalisches Grundpraktikum, Optik und Elektrodynamik, Humboldt-Universität 2005
- [MAP] Physikalisches Grundpraktikum, Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik, Humboldt-Universität 2007
- [Paetec] Formeln und Tabellen. 9. Auflage. Paetec. Berlin 2001.

Versuchsplatte 1
28.5.08

$$m_1 = 247,1 \text{ g} \pm 0,1 \text{ g}$$

$$m_2 = 1354,5 \text{ g} \pm 0,1 \text{ g}$$

Thomas Murach, 517771
Robert Riemann, 521085

Dauer T für 10 Schwingungen:

ohne Zusatzmasse: $T_{01} = 4,77 \text{ s}$
 $T_{02} = 4,71 \text{ s}$

mit Zusatzmassen:

	T_1	T_2
$r_1 = 0 \text{ cm}$	4,95 s	4,98 s
$r_2 = 1,5 \text{ cm}$	5,12 s	5,13 s
$r_3 = 3 \text{ cm}$	5,70 s	5,65 s
$r_4 = 4,5 \text{ cm}$	6,52 s	6,41 s
$r_5 = 6 \text{ cm}$	7,49 s	7,56 s
$r_6 = 7,5 \text{ cm}$	8,57 s	8,55 s

Dicke der Stifte der Durchmesser: $d = 3 \text{ mm}$
 innerer Abstand der Stifte: $d_i = 2,7 \text{ mm}$
 äußerer Abstand der Stifte: $d_a = 3,3 \text{ mm}$

φ	T_{01}	T_{02}
$\varphi = 0^\circ$	5,92 s	5,92 s
$\varphi = 15^\circ$	6,11 s	6,13 s
$\varphi = 30^\circ$	6,77 s	6,68 s
$\varphi = 45^\circ$	7,13 s	7,17 s
$\varphi = 60^\circ$	7,78 s	7,78 s
$\varphi = 75^\circ$	8,14 s	8,16 s
$\varphi = 90^\circ$	8,27 s	8,28 s

Durchmesser D_s der Scheibe: $D_s = 4,81 \text{ cm}$
 Durchmesser D_z des Zylinders: $D_z = 4,41 \text{ cm}$
 Höhe h des Zylinders: $h = 9,99 \text{ cm}$

/ Murach

Abbildung 3: Messprotokoll