Institut für Physik der Humboldt-Universität zu Berlin

Physikalisches Grundpraktikum

Versuchsprotokoll

M9 - Reversionspendel

Versuchsort: NEW 14'316 Platz 1

Versuchsbetreuer: Dr. P. Schäfer

Robert Riemann; Matr.Nr.: 521085

Versuchspartner: Thomas Murach; Matr.Nr.: 517771

15. Juni 2008

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Versuchsziel

Das Ziel des Versuches "Reversionspendel" ist die Bestimmung der Gravitationskonstante. Hierzu wird die Veränderung der Periodendauer eines Pendels bei kontrollierter Massenumverteilung untersucht. Schließlich wird die Gültigkeit einer getroffenen, systematischen Korrektur verifiziert.

Weitere Information sind der Versuchsbeschreibung im [Skript] zu entnehmen.

2 Auswertung

Folgend wird zunächst einmal die Periodenlänge T ohne systematische Korrekturen bestimmt. Es gilt laut [Skript]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}} \tag{1}$$

Also ist zunächst die Bestimmung von l_r sowie T nötig.

2.1 Bestimmung der reduzierten Pendellänge

Die Pendellänge l_r wird mit einem Längennormal l_0 verglichen.

$$l_0 = (0{,}9784 \pm 0{,}0001)\,\mathrm{m} \tag{2}$$

Die Differenz l_d zwischen Längennormal l_0 und der tatsächlichen Länge l_r kann nun mit einer Messuhr gemessen werden. Da dies 6 mal erfolgt ist kann nun der Mittelwert gebildet und an Hand der Standardabweichung s die zufällige Unsicherheit u_{l_d}, z bestimmt werden. Der systematische Messfehler wird als vergleichbar mit dem einer Bügelmessschraube angenommen, deren Fehler dem [MAD] zu entnehmen ist.

$$\begin{aligned}
\bar{l}_d &= 0{,}797\,333 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} && (3)\\
u_{l_d}, z &= \frac{45{,}8984\,\mu\mathrm{m}}{\sqrt{6}} = 18{,}738\,\mu\mathrm{m} && (4)\\
u_{l_d}, s &= 5\,\mu\mathrm{m} + \bar{l}_d \cdot 10^{-5} = 5{,}078\,\mu\mathrm{m} && (5)\\
u_{l_d} &= 19{,}4\,\mu\mathrm{m} && (6)\\
l_d &= (7{,}973\,33 \pm 0{,}000\,19)\,\mathrm{mm} && (7)
\end{aligned}$$

Nun können l_0 und l_d addiert werden, wobei sich auch deren Fehler pythagoräisch addieren.

$$l_r = (0{,}9864 \pm 0{,}0001)\,\mathrm{m} \tag{8}$$

2.2 Bestimmung der Periodendauer

Um eine Übersicht zu erhalten, wurde zunächst die Periodendauer in Abhängigkeit der Position der verschiebbaren Masse bestimmt. Dies erfolgte für beide möglichen Aufhängungen (I: Fixgewicht unten, II: Fixgewicht oben). Da sich die Graphen aus (1) in der Umgebung der Ringmarke 35 stärker schneiden, wurde für die Bestimmung der Periodenlänge auch dieser Schnittpunkt ausgewählt.

Um die Periodendauer nun ermitteln zu können, wird noch einmal vor und hinter dem Schnittpunkt gemessen. Dies wird für beide Graphen durchgeführt, wobei versucht wird dem Schnittpunkt möglichst sehr nahe zu kommen. Man erhält folglich 4 Punkte.

Aus den 4 Punkten lassen sich nun 2 Geraden berechnen, die schließlich zum Schnitt gebracht

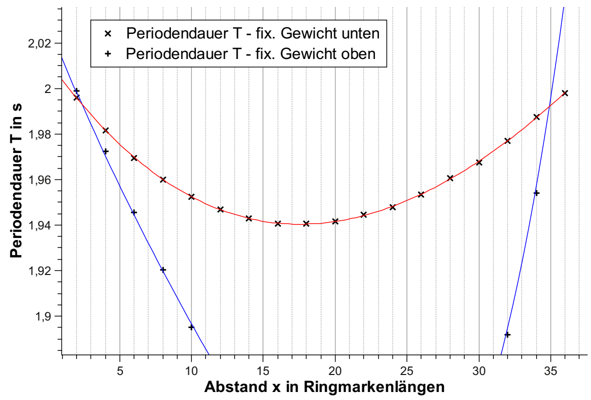


Abbildung 1: Periodendauer in Abhängigkeit der Position der verschiebbaren Masse

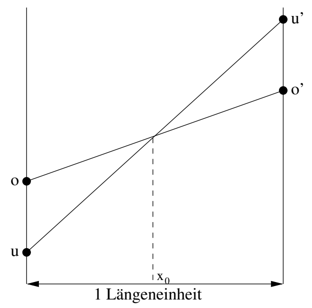


Abbildung 2: Schematische Darstellung der 4 Punkte (u/u' in Pos. I; o/o' in Pos. II)

werden. Mit bekanntem x_0 kann nun durch Einsetzen in einer der Gleichungen auch die Periodendauer T des Schnittpunktes berechnet werden.

$$T(x_0) = \frac{(u'-u)(u-o)}{u-u'+o'-o} + u \equiv \frac{v}{w} + u \equiv T \quad (9)$$

Die Unsicherheit der Punkte u_p geht aus der systemtischen Unsicherheit des Zeitmessgerätes hervor. Deren LSD beträgt 0,001 s. Hinzukommt 1 s Falschgang pro Tag. Bei rund 30 s Messdauer für 15 Perioden ergibt sich folgender Fehler, der auf alle Punkte übertragen werden kann:

$$u_p = 7{,}057 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s} \quad (10)$$

Die Werte für eine Periode ergeben sich nach (4) also zu:

$$\begin{aligned} u &= (1{,}987\,60 \pm 0{,}000\,07)\,\mathrm{s} && (11)\\ u' &= (1{,}992\,20 \pm 0{,}000\,07)\,\mathrm{s} && (12)\\ o &= (1{,}997\,07 \pm 0{,}000\,07)\,\mathrm{s} && (13)\\ o' &= (1{,}991\,87 \pm 0{,}000\,07)\,\mathrm{s} && (14)\\ & && (15) \end{aligned}$$

Nun wird an Hand der Fehlerfortpflanzungsgesetze, angewandt auf (9), der Fehler für T ermittelt.

$$u_T = \frac{u_p}{w^2}\sqrt{[(u'+o-2u)w - v + w^2]^2 + [(u-o)w+v]^2 + [(u-u')w+v]^2 + v^2} \quad (16)$$

Man erhält somit als Ergebnis für die Periodendauer:

$$T = (1{,}991\,796 \pm 0{,}000\,080)\,\mathrm{s} \quad (17)$$

Nun kann (1) nach g umgestellt werden. Nach Einsetzen und Anwenden der Fehlerfortpflanzungsgesetzte ergibt sich die Gravitationsbeschleunigung g nun zu:

$$g = (9{,}8157 \pm 0{,}0011)\,\mathrm{m/s^2} \quad (18)$$

2.3 Systematische Korrektur

In der bisherigen Rechnung wurde der Auftrieb des Pendels mit der Dichte $\rho = 8000\,\mathrm{kg/m^3}$ in Luft mit der Dichte $\rho_L = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3}$ nicht berücksichtigt. Desweiteren enthält sie eine Näherung für kleine Auslenkwinkel φ_0. In beiden Fällen ist eine Korrektur möglich. Man erhält folgende Gleichung (Details siehe [Skript]):

$$g_c = g\left(1 + \frac{\varphi_0^2}{8} + \frac{\rho_L}{\rho}\right) \quad (19)$$

Die Maximalamplitude im Experiment wird mit 2,1 cm angegeben. Da die Pendellänge bekannt ist kann nun über den Arkustangens φ_0 bestimmt werden.

$$\varphi_0 = \arctan\frac{2{,}1\,\mathrm{cm}}{l_r} = 0{,}021 \quad (20)$$

Nun lässt sich der Korrekturterm und die korrigierte Gravitationsbeschleunigung bestimmen. Die Unsicherheit ändert sich hierbei nicht.

$$g_c = (9{,}8178 \pm 0{,}0011)\,\mathrm{m/s^2} \quad (21)$$

3 Verifizierung der Korrektur für kleine Winkel

Nach (21) müsste die Periodendauer mit φ_0 zum Quadrat ansteigen. Die Messdaten der Maximalauslenkung in cm und den daraus resultierenden Periodendauern T lassen sich nun in einem Diagram veranschaulichen.

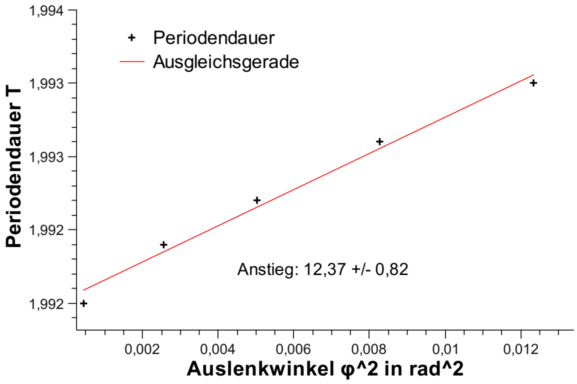


Abbildung 3: Periodendauer in Abhängigkeit der Maximalauslenkung

Die Diskussion des Anstiegs (theoretisch 16) fehlt.

Der Zusammenhang im Bereich der immernoch relativ kleinen Winkel ist offensichtlich wirklich linear in φ_0^2 zu sein. Für ein weitergehendes, genaueres Ergebnis wären wohl allerdings mehr Messwerte erforderlich.

3.1 Ergebniseinschätzung

Man findet auf der Internetpräsenz[1] der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt lokalisierte Werte für die Gravitationsbeschleunigung, die an dieser Stelle als Referenzwert g_r dienen sollen. Dort ist auch der Wert für die Umgebung von Adlershof zu finden:

$$g_r = (9{,}812\,654 \pm 0{,}000\,041)\,\mathrm{m/s^2} \approx 9{,}813\,\mathrm{m/s^2}$$

Jener Wert liegt leider nicht im Intervall des im Experiment bestimmten g_c. Das der Wert g, also die Beschleunigung ohne Korrektur, näher am Referenzwert gewesen wäre, führt an dieser Stelle nicht zu der Überlegung, dass die getroffenen Korrekturen falsch sein müssen, sondern vielmehr dazu, dass etwaige, nicht beachtete systematische Messfehler zu ein Verschiebung des Resultates nach oben hin geführt haben müssen. Jene zu finden, wäre nun der nächste Schritt in Richtung der Verbesserung des Messergebnisses.

[1] http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php

Literatur und Programme

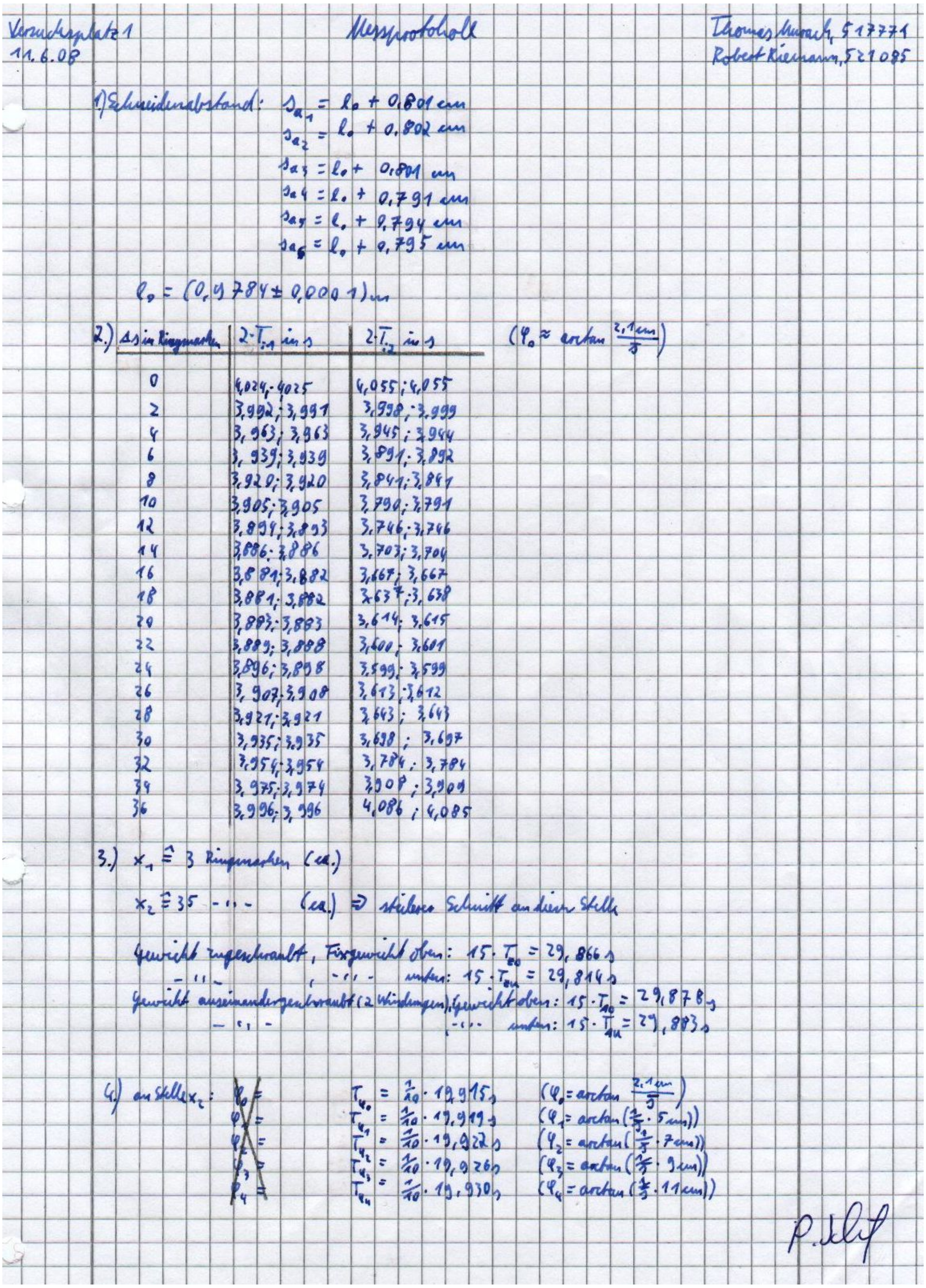
[Skript] Physikalisches Grundpraktikum, Optik und Elektrodynamik, Humboldt-Universität 2005

[MAD] Physikalisches Grundpraktikum, Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik, Humboldt-Universität 2007

[Paetec] Formeln und Tabellen. 9. Auflage. Paetec. Berlin 2001.

[SDAV] SciDAVis Version 0.1.3, freie Daten-Analyse-Software, im Internet unter http://scidavis.sourceforge.net

[Maple] Maple 11, Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc., 2007.



Versuchsplatz 1
11.6.08

Messprotokoll

Thomas Mirach, 517771
Robert Kiemann, 521085

1) Schneidenabstand: $s_{a_1} = l_0 + 0{,}801\,cm$
$s_{a_2} = l_0 + 0{,}802\,cm$
$s_{a_3} = l_0 + 0{,}801\,cm$
$s_{a_4} = l_0 + 0{,}791\,cm$
$s_{a_5} = l_0 + 0{,}794\,cm$
$s_{a_6} = l_0 + 0{,}795\,cm$

$l_0 = (0{,}9784 \pm 0{,}0001)\,m$

2.) $(\varphi_0 \approx \arctan \frac{2{,}1\,cm}{5})$

Δs in Ringmarken	$2 \cdot T_{:1}$ in s	$2 \cdot T_{:2}$ in s
0	4,024; 4025	4,055; 4,055
2	3,992; 3,991	3,998; 3,999
4	3,963; 3,963	3,945; 3,944
6	3,939; 3,939	3,891; 3,892
8	3,920; 3,920	3,841; 3,841
10	3,905; 3,905	3,790; 3,791
12	3,894; 3,893	3,746; 3,746
14	3,886; 3,886	3,703; 3,704
16	3,881; 3,882	3,667; 3,667
18	3,881; 3,882	3,637; 3,638
20	3,883; 3,883	3,614; 3,615
22	3,889; 3,888	3,600; 3,601
24	3,896; 3,898	3,599; 3,599
26	3,907; 3,908	3,613; 3,612
28	3,921; 3,921	3,643; 3,643
30	3,935; 3,935	3,698; 3,697
32	3,954; 3,954	3,784; 3,784
34	3,975; 3,974	3,908; 3,909
36	3,996; 3,996	4,086; 4,085

3.) $x_1 \hat{=} 3$ Ringmarken (ca.)

$x_2 \hat{=} 35$ - " - (ca.) ⇒ stäbiger Schnitt an dieser Stelle

Gewicht zugeschraubt, Fixgewicht oben: $15 \cdot T_{20} = 29{,}866\,s$
- " - , - " - unten: $15 \cdot T_{2u} = 29{,}814\,s$
Gewicht auseinandergeschraubt (2 Windungen), Gewicht oben: $15 \cdot T_{10} = 29{,}878\,s$
- " - , - " - unten: $15 \cdot T_{1u} = 29{,}883\,s$

4) an Stelle x_2: ~~$\varphi_0 =$ $\varphi_1 =$ $\varphi_2 =$ $\varphi_3 =$ $\varphi_4 =$~~

$T_{\varphi_0} = \frac{1}{10} \cdot 19{,}915\,s$ $(\varphi_0 = \arctan \frac{2{,}1\,cm}{5})$
$T_{\varphi_1} = \frac{1}{10} \cdot 19{,}919\,s$ $(\varphi_1 = \arctan(\frac{1}{5} \cdot 5\,cm))$
$T_{\varphi_2} = \frac{1}{10} \cdot 19{,}922\,s$ $(\varphi_2 = \arctan(\frac{1}{5} \cdot 7\,cm))$
$T_{\varphi_3} = \frac{1}{10} \cdot 19{,}926\,s$ $(\varphi_3 = \arctan(\frac{1}{5} \cdot 9\,cm))$
$T_{\varphi_4} = \frac{1}{10} \cdot 19{,}930\,s$ $(\varphi_4 = \arctan(\frac{1}{5} \cdot 11\,cm))$

P. Schl

Abbildung 4: Messprotokoll