



# Physikalisches Grundpraktikum

## Versuchsprotokoll

### M12 - Saitenschwingung

**Versuchsort: NEW 14'211**

**Versuchsbetreuer: Dr. M. Busch**

Robert Riemann (521085)

Versuchspartner: Thomas Murach (517771)

28. Juni 2008

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                                  |          |
|----------|------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Versuchsziel</b>                                              | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Auswertung</b>                                                | <b>2</b> |
| 2.1      | Frequenz in Abhängigkeit von der Mode . . . . .                  | 3        |
| 2.2      | Frequenz in Abhängigkeit von der Saitenlänge . . . . .           | 3        |
| 2.3      | Frequenz in Abhängigkeit von der Zugspannung . . . . .           | 4        |
| 2.4      | Verifizierung der Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge . . . | 5        |
| <b>3</b> | <b>Diskussion der Ergebnisse</b>                                 | <b>5</b> |
| 3.1      | Lineare Massendichte . . . . .                                   | 5        |
| 3.2      | Phasengeschwindigkeit . . . . .                                  | 5        |

# Abbildungsverzeichnis

|   |                                                                            |   |
|---|----------------------------------------------------------------------------|---|
| 1 | Frequenz $f_n$ in Abhängigkeit von der Mode $n$ . . . . .                  | 3 |
| 2 | Frequenz $f_1$ in Abhängigkeit von der reziproken Saitenlänge $l^{-1}$ . . | 4 |
| 3 | Frequenz $f_1$ in Abhängigkeit von der Wurzel der Zugspannung $F^{0,5}$    | 4 |
| 4 | Messprotokoll Teil a . . . . .                                             | 6 |
| 5 | Messprotokoll Teil b . . . . .                                             | 7 |

## 1 Versuchsziel

Das Ziel des Versuches "Saitenschwingung" ist die experimentelle Bestimmung der Phasengeschwindigkeit  $c$  der Transversalwelle der schwingenden Saite sowie der linearen Massendichte  $\mu$ . Desweiteren kann die Gültigkeit der Formel zur Berechnung der Wellenlänge  $\lambda_n$  verifiziert werden.

Weitere Information sind der Versuchsbeschreibung im [Skript] (S. 54 ff.) zu entnehmen.

## 2 Auswertung

Die Frequenz  $f$ , oder genauer  $f_n$  in Bezug auf die  $n$ -te Mode, der Transversalschwingung einer Saite ist abhängig von der Saitenlänge  $l$ ,

der Zugspannung  $F_0$ , sowie der linearen Massendichte  $\mu$ .

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \quad (1)$$

Durch die Variation der Länge, der Zugspannung oder der Mode bei festgehaltenen Restgrößen ist es nun möglich, die lineare Massendichte zu bestimmen.

Weiterhin kann die Phasengeschwindigkeit  $c$  ermittelt werden.

$$c = \lambda_n f_n = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \quad (2)$$

Hierbei bezeichnet  $\lambda_n$  die Phasengeschwindigkeit, welche sich mit Gl. (1) und Gl. (2) zu

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (3)$$

ergibt.

Für die lineare Regression innerhalb der Auswertung wird  $f_n$  stets auf der Ordinate abgetragen. Somit bestimmt die Unsicherheit der Frequenz maßgeblich das Ergebnis der Regression. Die Unsicherheit setzt sich hierbei aus zwei erfassbaren Teilen zusammen. Der Tonfrequenzgenerator zeigt die Erregerfrequenz in Abhängigkeit vom Wertebereich auf eine bis zwei Nachkommastellen an. Nun ist die Resonanzfrequenz der Saite gerade doppelt so groß, womit sich auch der Anzeigefehler  $u_{\text{LSD}}$  (Last Significant Digit) verdoppelt. Schließlich kommen noch der zufällige Fehler hinzu. So ergibt sich für die mehrmalige Frequenzmessung einer speziellen Konfiguration<sup>1</sup> eine Abweichung von  $\approx 1,43 \text{ Hz}$  für die Erregerfrequenz. Für die Bestimmung der zufälligen Unsicherheit wird das Intervall halbiert, da sich der Erwartungswert voraussichtlich nahe der Intervallmitte befindet und anschließend wieder verdoppelt, da die Frequenz der Saite gerade das doppelte der Erregerfrequenz ist.

$$u_{f_n} = \sqrt{(1 \text{ Hz})^2 + (u_{\text{LSD}})^2} \quad (4)$$

Wird im speziellen Falle die Länge  $l$  festgehalten, so ist jene bei  $l_0 = (0,600 \pm 0,001) \text{ m}$

<sup>1</sup>angehängtes Gewicht: 1 kg; Kerbe: 3; Länge: 0,6 m; Mode: 1

fixiert. Die Ungenauigkeit ergibt sich hierbei aus der Größtfehlerabschätzung, im Wesentlichen auf Grundlage der Ablesegenauigkeit des Maßbandes.

Wird andererseits die Zugspannung  $F$  festgehalten, so befindet sich die Masse  $m_0 = 1 \text{ kg}$  in der dritten Kerbe, was zu einer Kraft von  $3 \cdot 1 \text{ kg} \cdot g$  mit  $g$  als Gravitationsbeschleunigung führt. Hinzu kommt allerdings noch die mit  $0,52 \text{ N}$  angegebene Kraft, welche der Hebel selbst verursacht. Die Zugspannung wird als fehlerfrei angenommen.

$$F_0 = 3 \cdot 1 \text{ kg} \cdot g + 0,52 \text{ N} \quad (5)$$

## 2.1 Frequenz in Abhängigkeit von der Mode

Zunächst werden die Frequenzen der einzelnen Moden gemessen. Die Moden selbst sind diskrete Werte und damit echt fehlerfrei.

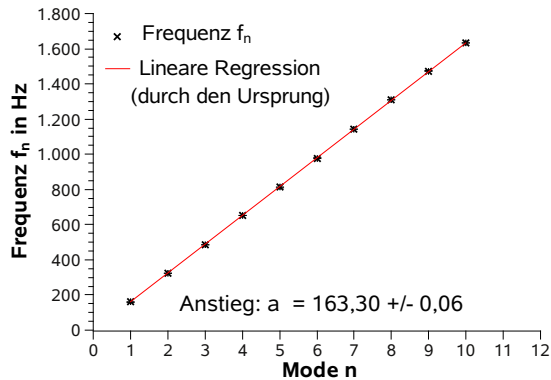


Abbildung 1: Frequenz  $f_n$  in Abhängigkeit von der Mode  $n$

Als Ergebnis der linearen Regression erhält man den Anstieg  $a = (163,30 \pm 0,06)/\text{s}$ , der sich nach Gl. (1) zu

$$a = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \frac{1}{2l_0} \quad (6)$$

ergibt.

Nun kann nach  $\mu$  umgestellt werden. Der Fehler  $u_\mu$  ergibt sich aus der Ungenauigkeit der Länge  $l_0$  sowie der Ungenauigkeit des Anstiegs

| $n$ | $f_n$ in Hz | $u_{f_n}$ in Hz |
|-----|-------------|-----------------|
| 1   | 160,42      | 1,18            |
| 2   | 324,6       | 1,2             |
| 3   | 486         | 1,2             |
| 4   | 651,4       | 1,2             |
| 5   | 812,2       | 1,2             |
| 6   | 978,2       | 1,2             |
| 7   | 1143,2      | 1,2             |
| 8   | 1310,4      | 1,2             |
| 9   | 1473,2      | 1,2             |
| 10  | 1632,4      | 1,2             |

Tabelle 1: Frequenz  $f_n$  in Abhängigkeit von der Mode  $n$

a.

$$\mu = \frac{F_0}{4l_0^2 a^2} \quad (7)$$

$$u_\mu = 2\mu \sqrt{\left(\frac{u_{l_0}}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{u_a}{a}\right)^2} \quad (8)$$

$$\mu_1 = (0,780 \pm 0,003) \text{ g/m} \quad (9)$$

Die Phasengeschwindigkeit  $c$  kann nun mit Gl. (2) berechnet werden.

$$c_1 = (195,964 \pm 0,002) \text{ m/s} \quad (10)$$

## 2.2 Frequenz in Abhängigkeit von der Saitenlänge

Weiterhin kann auch die Länge der Saite variiert werden. Im Experiment wurde die Frequenz der ersten Mode ( $n = 1$ ) bestimmt. Die Kraft wurde konstant bei  $F_0$  belassen. Die Längenungenauigkeit bestimmt sich äquivalent zur  $l_0$ . Die Unsicherheit von  $\frac{1}{l}$  ergibt sich zu:

$$u_{\frac{1}{l}} = \frac{u_l}{l^2} \quad (11)$$

Als Ergebnis der linearen Regression erhält man den Anstieg  $a = (97,4 \pm 0,1) \text{ m/s}$ , der sich nach Gl. (1) zu

$$a = \underbrace{\sqrt{\frac{F_0}{\mu}}}_{c} \frac{n}{2} \quad (12)$$

ergibt.

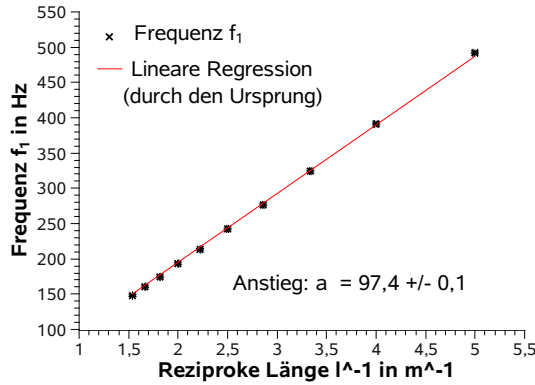


Abbildung 2: Frequenz  $f_1$  in Abhängigkeit von der reziproken Saitenlänge  $l^{-1}$

| $l$ in m | $u_l$ in m | $f_1$ in Hz | $u_{f_1}$ in Hz |
|----------|------------|-------------|-----------------|
| 1,5385   | 0,0024     | 148,0200    | 1,1834          |
| 1,6667   | 0,0028     | 160,4400    | 1,1834          |
| 1,8182   | 0,0033     | 174,4800    | 1,1834          |
| 2,0000   | 0,0040     | 192,8000    | 1,1834          |
| 2,2222   | 0,0049     | 214,0000    | 1,2000          |
| 2,5000   | 0,0063     | 242,4000    | 1,2000          |
| 2,8571   | 0,0082     | 276,8000    | 1,2000          |
| 3,3333   | 0,0111     | 324,0000    | 1,2000          |
| 4,0000   | 0,0160     | 391,6000    | 1,2000          |
| 5,0000   | 0,0250     | 491,6000    | 1,2000          |

Tabelle 2: Frequenz  $f_1$  in Abhängigkeit von der reziproken Saitenlänge  $l^{-1}$

Nun kann ohne Weiteres die Phasengeschwindigkeit  $c$  berechnet werden.

$$c = \frac{2a}{n} \quad (13)$$

$$u_c = \frac{2}{n} u_a \quad (14)$$

$$c_2 = (194,839 \pm 0,001) \text{ m/s} \quad (15)$$

### 2.3 Frequenz in Abhängigkeit von der Zugspannung

Schließlich kann noch die Abhängigkeit der Frequenz von der Zugspannung untersucht werden. Hierbei wird wieder die erste Mode ( $n = 1$ ) benutzt. Die Länge beträgt nun wieder konstant  $l_0$ . Die Zugspannung wird als fehlerfrei angenommen.

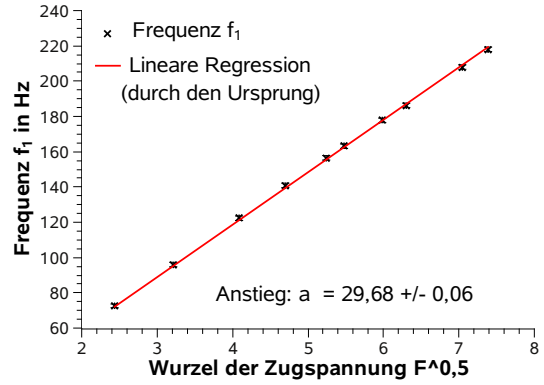


Abbildung 3: Frequenz  $f_1$  in Abhängigkeit von der Wurzel der Zugspannung  $F^{0,5}$

| $F^{0,5}$ in m | $f_1$ in Hz | $u_{f_1}$ in Hz |
|----------------|-------------|-----------------|
| 2,4325         | 72,6600     | 1,2000          |
| 3,2145         | 95,8600     | 1,2000          |
| 4,0880         | 122,2800    | 1,2000          |
| 4,7020         | 140,7600    | 1,2000          |
| 5,2446         | 156,5400    | 1,2000          |
| 5,4735         | 163,2800    | 1,2000          |
| 6,3065         | 186,3000    | 1,2000          |
| 7,0417         | 207,8600    | 1,2000          |
| 7,3818         | 218,0000    | 1,2000          |
| 5,9872         | 177,9200    | 1,2000          |

Tabelle 3: Frequenz  $f_1$  in Abhängigkeit von der Wurzel der Zugspannung  $F^{0,5}$

Als Ergebnis der linearen Regression erhält man den Anstieg  $a = (29,4 \pm 0,1) \text{ m/s}$ , der sich nach Gl. (1) zu

$$a = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{\mu}}}_{c} \frac{n}{2l} \quad (16)$$

ergibt.

Hiermit ist es nun auch wieder möglich die lineare Massendichte  $\mu$  zu bestimmen.

$$\mu = \frac{n^2}{4l^2 a^2} \quad (17)$$

$$u_\mu = 2\mu \sqrt{\left(\frac{u_{l_0}}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{u_a}{a}\right)^2} \quad (18)$$

$$\mu = (0,788 \pm 0,004) \text{ g/m} \quad (19)$$

## 2.4 Verifizierung der Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge

Aus den Messdaten in Abb. (4) können die Positionen der Schwingungsknoten entnommen. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Knoten entspricht der halben Wellenlänge. Also ergibt sich mit Gl. (3) für den Abstand  $r_n$  zwischen zwei Knoten:

$$r_n = \frac{l}{n} \quad (20)$$

Laut diesem Zusammenhang müssten alle Knotenabstände gleich weit voneinander entfernt sein. Den Messdaten ist direkt zu entnehmen, dass die Abstände weitestgehend gleich groß sind. Abweichung können mit Unzulänglichkeiten bei der Messung erklärt werden.

Außerdem sollten unter Einbezug der Endpunkte  $n - 1$  Knoten in der  $n$ -ten Mode zu finden sein. Dies ist auch gegeben. Jedoch muss hierbei beachtet werden, dass nicht immer alle Knoten genau bestimmt werden konnten und demnach nicht im Protokoll aufgeführt sind. Daher fehlen teilweise ein bis zwei Knotenpunkte.

Da beide Voraussetzungen erfüllt sind, ist Gl. (3) im Bereich unserer Messgenauigkeit gültig.

## 3 Diskussion der Ergebnisse

### 3.1 Lineare Massendichte

Zunächst kann das gewichtete Mittel beider Werte für  $\mu$  berechnet werden.

| Methode           | Ergebnis in g/m   |
|-------------------|-------------------|
| Variation von $n$ | $0,780 \pm 0,003$ |
| Variation von $l$ | $0,788 \pm 0,004$ |
| gew. Mittel       | $0,783 \pm 0,003$ |
| Referenzwert      | 0,78              |

Tabelle 4: Übersicht der Ergebnisse für die Massendichte  $\mu$

Bei Variation von  $n$  erhält man ein sehr gutes Ergebnis verglichen mit dem bei der Variation von  $l$ . Dies mag an den geringen Störeinflüssen liegen, da die Versuchsanordnung keine Änderung bei Variation der Mode widerfährt.

## 3.2 Phasengeschwindigkeit

| Methode           | Ergebnis in m/s |
|-------------------|-----------------|
| Variation von $n$ | $196,0 \pm 0,3$ |
| Variation von $l$ | $194,8 \pm 0,2$ |

Tabelle 5: Übersicht der Ergebnisse für die Phasengeschwindigkeit  $c$

Die Intervalle der Messergebnisse überlappen sich nicht. So hätten möglicherweise noch systematische Korrekturen gemacht werden müssen. Um ein richtiges Ergebnis zu erhalten, müsste demnach das Experiment genau auf etwaige Störeinflüsse, wie z.B. Reibung, untersucht werden. Natürlich wurden auch Näherungen gemacht, die möglicherweise das Ergebnis wesentlich verändern. So muss der Hebel exakt horizontal sein, was so nicht genau zu gewährleisten war. Möglicherweise verändert auch der Draht während der Messung seine Länge auf Grund von Temperaturschwankungen.

## Literatur und Programme

- [Skript] Physikalisches Grundpraktikum, Optik und Elektrodynamik, Humboldt-Universität 2005
- [MAD] Physikalisches Grundpraktikum, Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik, Humboldt-Universität 2007
- [Paetec] Formeln und Tabellen. 9. Auflage. Paetec. Berlin 2001.
- [SDAV] SciDAVis Version 0.1.3, freie Daten-Analyse-Software, im Internet unter <http://scidavis.sourceforge.net>
- [Maple] Maple 11, Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc., 2007.







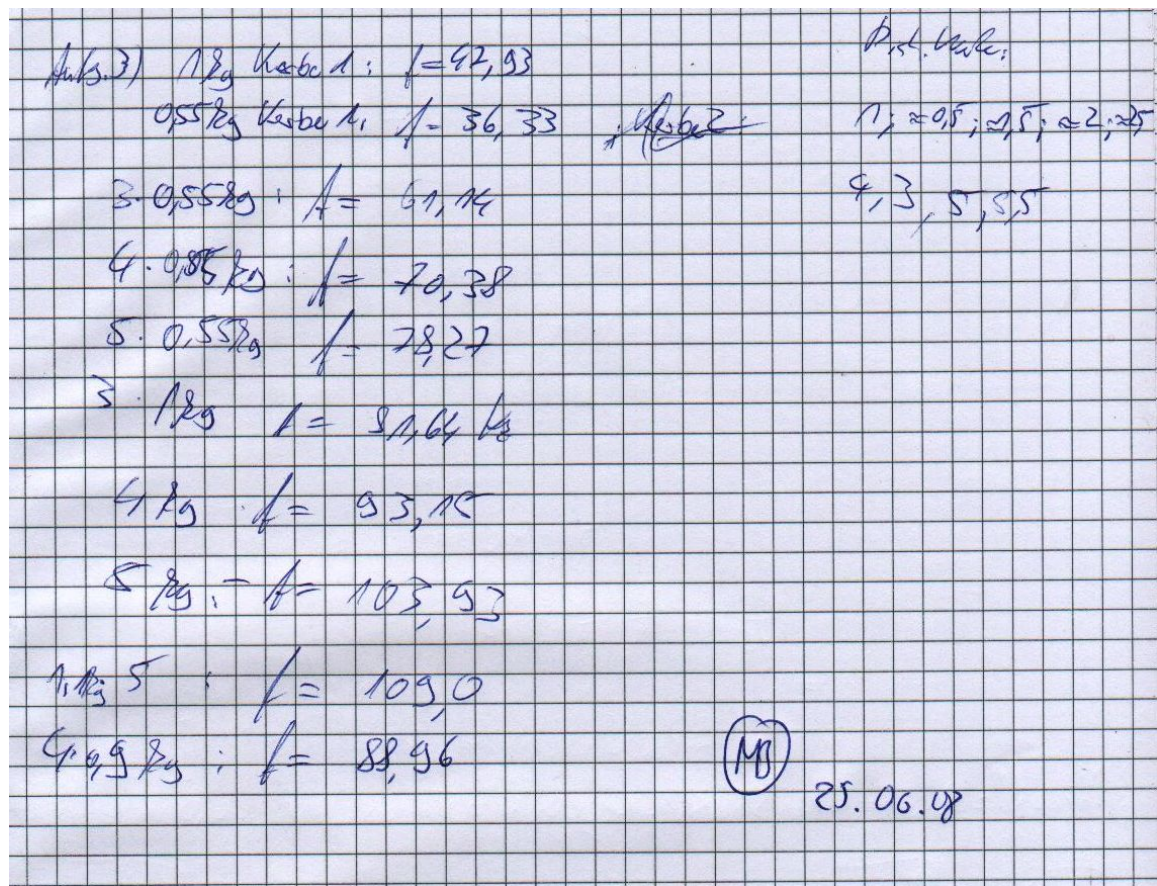


Abbildung 5: Messprotokoll Teil b