

## Elektrostatik/Magnetostatik (P2a, Teil 2), SS 2013

Vorlesung: Prof. Dr. H. Winter, Prof. Dr. I. Sokolov

Übungen: Dr. M. Busch, Dr. J. Seifert, C. Schmeltzer, Dr. A. Straube

URL: <http://www.hu-pgd.de> (→ Lehre → Elektrostatik/Magnetostatik)

### Übungsblatt 10: Elektrische Felder, Energie und Ladungverteilungen

Ausgabe: 18.06.2013

Abgabe: Vor Beginn der Übung am 25.06.2013

#### 1. Aufgabe: (6 Punkte) Homogen geladene Kugel

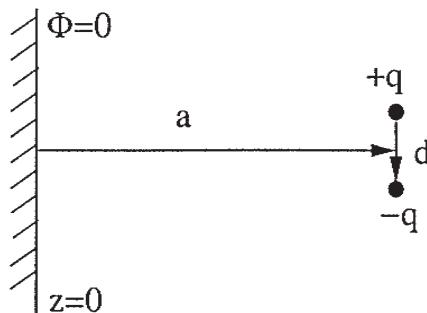
- a) Bestimmen Sie das Potential und das elektrische Feld einer homogen geladenen Kugel mit Gesamtladung  $Q$  und Radius  $R$  durch direktes Lösen der Poisson-Gleichung ( $\Delta\Phi = -\rho/\epsilon_0$ ) in Kugelkoordinaten. Um die Integrationskonstanten zu finden, verwenden Sie als Randbedingungen  $|\Phi(r)| < \infty$ ,  $\Phi(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ; für  $r = R$  müssen  $\Phi(r)$  und  $\Phi'(r)$  stetig sein.

Hinweis: Es ist aus Symmetriegründen  $\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(r, \vartheta, \varphi) = \Phi(r)$  (Zentralpotential) und die Poisson-Gleichung reduziert sich auf eine gewöhnliche Differentialgleichung mit dem Laplace-Operator

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr}.$$

- b) Rechnen Sie die Energie  $W$  des elektrischen Feldes aus und schätzen Sie den klassischen Radius eines Elektrons ab. Hinweis: Wenden Sie die Beziehung  $W = mc^2$  an.

#### 2. Aufgabe: (5 Punkte) Dipol über Metallocberfläche



Betrachten Sie einen Dipol, bestehend aus zwei entgegengesetzten Ladungen  $\pm q$  im Abstand  $d$ , wobei  $d$  parallel zur Metallocberfläche ausgerichtet ist. Der Mittelpunkt zwischen den Ladungen ist mit dem Abstand  $a$  von einer geerdeten Metallocberfläche entfernt (siehe Abbildung).

- a) Geben Sie für diese Konfiguration das elektrische Potential an einem beliebigen Punkt  $\mathbf{r}$  exakt und in Dipolnäherung an.
- b) Nutzen Sie die Dipolnäherung, um die auf der Oberfläche induzierte Flächenladungsdichte und die induzierte Ladung zu bestimmen.

[bitte wenden]

**3. Aufgabe:** (4 Punkte) Ladungsverteilung

Eine Kugelschale mit Innenradius  $a$  und Außenradius  $b > a$  mit Mittelpunkt im Ursprung trägt die Ladungsdichte  $\rho(r) = A/r$  für  $a < r < b$ . Zusätzlich wird im Ursprung eine Punktladung  $Q$  angeordnet. Wie muss  $Q$  in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$  und  $A$  gewählt werden, damit das elektrische Feld in der Kugelschale überall den gleichen Betrag hat?

**4. Aufgabe:** (keine Pflichtaufgabe, 4 Zusatzpunkte) Abgeschirmtes Potential

Bestimmen Sie die Ladungsverteilung, die das (abgeschirmte) Yukawa-Potential

$$\Phi(r) = \frac{q}{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

erzeugt.