HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Probeklausur Mathematische Grundlagen, WS 2011/12

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: Dr. A. Straube, S. Martens
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching)

Ausgabe: 13.02.2012 Besprechung: 17.02.2012 Bearbeitungszeit: 90 min

---

1. **Aufgabe** (3 Punkte)

   Geben Sie von der komplexen Zahl

   $$z = \frac{5-4i}{2+i}$$

   den Imaginär- und Realteil an.

2. **Aufgabe** (4 Punkte)

   Geben Sie alle Lösungen von z in der Eulerdarstellung an:

   $$z^3 = 1 - i$$

3. **Aufgabe** (6 Punkte)

   Berechnen Sie den Grenzwert der Funktionen

   $$\text{(a)} \quad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x-1}}\,,$$
   $$\text{(b)} \quad \lim_{x\to 0} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x\,.$$

4. **Aufgabe** (7 Punkte)

   Entwickeln Sie die folgende Funktion um die Stelle $x_0 = 0$ bis einschließlich zur 4. Ordnung in einer Potenzreihe und geben Sie das allgemeine Glied dieser Entwicklung an

   $$f(x) = \arctan(x)\,.$$

5. **Aufgabe** (6 Punkte) Gradient, Divergenz, Rotation

   Gegeben seien die folgende Felder in x, y, z Raum:

   $$\phi(x,y,z) = \frac{1}{r}\,, \qquad \vec{A} = \cos(y)\,\vec{e}_x + \sin(x)\,\vec{e}_y + z\cdot\,\vec{e}_z\,,$$

   wobei $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Bestimmen Sie den Gradienten von ϕ so wie die Divergenz und Rotation von $\vec{A}$.

[bitte wenden]

6. **Aufgabe** (6 Punkte) Determinante, Inverse Matrix

   Gegeben sei die folgende Matrix:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} .$$

   i) Berechnen Sie die Determinante $\det(M)$.

   ii) Berechnen Sie die inverse Matrix M^{-1}.

   iii) Prüfen Sie, dass tatsächlich $M^{-1} \cdot M = M \cdot M^{-1} = E$, wobei E die Einheitsmatrix ist.

7. **Aufgabe** (6 Punkte) Eigenwerte und Eigenvektoren

   Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} .$$

8. **Aufgabe** (8 Punkte) Differentialgleichung

   Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichung:

$$\text{(a)} \quad \frac{dz}{dt} - \frac{1}{t^2 - 2t - 3} = 0 \,, \qquad \text{(b)} \quad \frac{dy}{dx} - y - \exp(-x) = 0 \,.$$

Extra Aufgabe, keine Pflichtaufgabe: Wenn Sie diese Aufgabe nicht machen (bzw. nicht schaffen), werden Ihnen keine Punkte abgezogen. Wenn Sie die Aufgabe schaffen, kriegen Sie extra Punkte.

9. **Aufgabe** (5 Punkte) Hauptachsen-/Ähnlichkeitstransformation

   Führen Sie die Matrix N aus der Aufgabe 7 mittels Hauptachsentransformation in ihre Diagonalform über. Überprüfen Sie das Ergebnis.