HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Mathematische Grundlagen, WS 2011/12

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: Dr. A. Straube, S. Martens
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching)

Übungsblatt 5: Kurvendiskussion, Regel von L'Hospital, Taylor-Reihe

Ausgabe: 11.11.2011 Abgabe: 18.11.2011

---

1. **Aufgabe** (6 Punkte) Kurvendiskussion

   Führen Sie eine Kurvendiskussion für die folgenden Funktionen durch

   $$\text{a)}\quad f(x) = x^2 \exp(-x) + 5, \qquad \text{b)}\quad f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 2x + 1}\,.$$

2. **Aufgabe** (8 Punkte) Grenzwert

   Berechnen Sie die folgende Grenzwerte mit der Regel von L'Hospital:

   $$\text{a)}\quad \lim_{x\to 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 4x - 21}\,, \qquad \text{e)}\quad \lim_{x\to 0} \frac{3^x - 2^x}{x}\,,$$

   $$\text{b)}\quad \lim_{x\to \infty} x^{1/x}\,, \qquad \text{f)}\quad \lim_{x\to \infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\,,$$

   $$\text{c)}\quad \lim_{x\to \infty} \frac{\exp x}{x^n}\,, \qquad \text{g)}\quad \lim_{x\to 1} \left(\frac{2x}{x-1} - \frac{1}{\ln\sqrt{x}}\right)\,,$$

   $$\text{d)}\quad \lim_{x\to \pi/2} \left(\frac{\cos x}{x - \pi/2}\right)\,, \qquad \text{h)}\quad \lim_{x\to +0} (1 + \sin 4x)^{\cot x}\,.$$

3. **Aufgabe** (4 Punkte) Fehlerabschätzung

   Berechnen Sie mit Hilfe der Taylor-Formel den Wert von $\ln(1.012)$. Berücksichtigen Sie dabei in der Reihenentwicklung von $\ln(1+x)$ Terme bis zur quadratischen Ordnung in x. Führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.

4. **Aufgabe** (6 Punkte) Maclaurin- und Taylor-Reihe

   Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die ersten vier Terme ihrer Taylor-Entwicklung um den Punkt x_0:

   $$\text{a)}\quad f(x) = \exp(x)\sin(x)\,,\ x_0 = 0\,; \qquad \text{d)}\quad f(x) = \sin x\,,\ x_0 = \pi/6\,,$$

   $$\text{b)}\quad f(x) = \arctan x\,,\ x_0 = 0\,; \qquad \text{e)}\quad f(x) = \frac{1}{x}\,,\ x_0 = 1\,;$$

   $$\text{c)}\quad f(x) = \ln(1 + \cosh x)\,,\ x_0 = 0\,; \qquad \text{f)}\quad f(x) = (x-1)\exp(x)\,,\ x_0 = 1\,.$$

5. **Aufgabe** (2 Punkte) Taylor-Entwicklung

   Finden Sie für die Funktion $f(x) = x^4 + x - 2$ die Reihenenticklung um den Punkt $x_0 = 1$.