



## Mathematische Grundlagen, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier

Übungen: S. Christ, J. Kromer, B. Sonnenschein, Dr. A. Straube

URL: <http://people.physik.hu-berlin.de/~straube> (→ Teaching → WS 2013/14 Mathe)

### Übungsblatt 4: Komplexe Zahlen-II, Funktionen, Kurvendiskussion

Ausgabe: 31.10.2013

Abgabe: Ü Do 07.11; Ü Fr. 08.11

#### 1. Aufgabe (4 Punkte) Rechenoperationen

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{5}{3-4i} + \frac{10}{4+3i}, \quad \text{b)} & \left| \frac{2-4i}{5+7i} \right|^2, \\ \text{c)} & \left( \frac{1-i}{1+i} \right)^{10}, \quad \text{d)} & \frac{i+i^2+i^3+i^4+i^5}{1+i}. \end{array}$$

#### 2. Aufgabe (4 Punkte) Komplexe Zahl in Polarform

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in polarer Form dar:

$$\text{a)} -3(\sqrt{3}+i), \quad \text{b)} -5i, \quad \text{c)} 2(i-1), \quad \text{d)} -4.$$

#### 3. Aufgabe (6 Punkte) Wurzel

Berechnen Sie alle Wurzeln und stellen sie graphisch dar.

$$\text{a)} (4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i)^{1/2}, \quad \text{b)} (\sqrt{3}-i)^{1/3}, \quad \text{c)} i^{1/4}.$$

#### 4. Aufgabe (10 Punkte) Identitäten

Beweisen Sie die folgenden Beziehungen:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sin(x \pm y) = \sin(x) \cos(y) \pm \cos(x) \sin(y), \\ \text{b)} \tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x) \tan(y)}, \\ \text{c)} \arctan(x) \pm \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x \pm y}{1 \mp xy}\right), \\ \text{d)} \sinh(x \pm y) = \sinh(x) \cosh(y) \pm \cosh(x) \sinh(y), \\ \text{e)} \cosh(x \pm y) = \cosh(x) \cosh(y) \pm \sinh(x) \sinh(y), \end{array}$$

Hinweis: Nutzen Sie die Exponentialdarstellung der trigonometrischen bzw. der hyperbolischen Funktionen.

#### 5. Aufgabe (6 Punkte) Kurvendiskussion

Führen Sie eine Kurvendiskussion für die folgenden Funktionen durch

$$\text{a)} f(x) = x^2 \exp(-x) + 5, \quad \text{b)} f(x) = \frac{x-2}{x^2-2x+1}.$$