HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Mathematische Grundlagen, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: S. Christ, J. Kromer, B. Sonnenschein, Dr. A. Straube
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2013/14 Mathe)

Übungsblatt 6: Regel von L'Hospital, Taylor-Reihe

Ausgabe: 14.11.2013 Abgabe: Ü Do 21.11; Ü Fr. 22.11

---

1. Aufgabe (8 Punkte) Grenzwert

Berechnen Sie die folgende Grenzwerte mit der Regel von L'Hospital:

a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+x-12}{x^2+4x-21}$, e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x-2^x}{x}$,

b) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{1/x}$, f) $\lim\limits_{x\to\infty} x \ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$,

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\exp x}{x^n}$, g) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln\sqrt{x}}\right)$,

d) $\lim\limits_{x\to\pi/2} \left(\dfrac{\cos x}{x-\pi/2}\right)$, h) $\lim\limits_{x\to 0} (1+\sin 4x)^{\cot x}$.

2. Aufgabe (4 Punkte) Fehlerabschätzung

Berechnen Sie mit Hilfe der Taylor-Formel den Wert von $\ln(1.01)$. Berücksichtigen Sie dabei in der Reihenentwicklung von $\ln(1+x)$ Terme bis zur quadratischen Ordnung in x. Führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.

3. Aufgabe (6 Punkte) Maclaurin- und Taylor-Reihe

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die ersten vier Terme ihrer Taylor-Entwicklung um den Punkt x_0:

a) $f(x) = \exp(x)\sin(x)\,,\ x_0 = 0\,;$ d) $f(x) = \sin x\,,\ x_0 = \pi/6\,,$

b) $f(x) = \arctan x\,,\ x_0 = 0\,;$ e) $f(x) = \dfrac{1}{x}\,,\ x_0 = 1\,;$

c) $f(x) = \ln(1+\cosh x)\,,\ x_0 = 0\,;$ f) $f(x) = (x-1)\exp(x)\,,\ x_0 = 1\,.$

4. Aufgabe (2 Punkte) Taylor-Entwicklung

Finden Sie für die Funktion $f(x) = x^4 + x - 2$ die Reihenenticklung um den Punkt $x_0 = 1$.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Rechnen Sie die folgende Summe aus:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}\,.$$

Hinweis: Wenden Sie die Reihenentwicklung einer logarithmischen Funktion an.