



## Mathematische Grundlagen, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier

Übungen: S. Christ, J. Kromer, B. Sonnenschein, Dr. A. Straube

URL: <http://people.physik.hu-berlin.de/~straube> (→ Teaching → WS 2013/14 Mathe)

### Übungsblatt 8: Bestimmtes Integral und Deltafunktion

Ausgabe: 28.11.2013

Abgabe: Ü Do 05.12; Ü Fr. 06.12

#### 1. Aufgabe (2 Punkte) Bestimmtes Integral

Bestimmen Sie die folgenden Integrale

$$\text{a) } \int_0^{T/4} a \cos(\omega t) dt, \quad \text{b) } \int_0^{\infty} x \exp(-x) dx,$$

#### 2. Aufgabe

(a) Zeigen Sie explizit am folgenden Beispiel (6 Punkte)

$$F(\alpha) = \int_0^1 \arctan\left(\frac{x}{\alpha}\right) dx,$$

dass Differentiation und Integration vertauschbar sind.

Hinweis: Vergleichen Sie dazu die Ableitung des bestimmten Integrals  $\frac{dF(\alpha)}{d\alpha}$  mit dem Ergebnis des bestimmten Integrals für  $\frac{\partial \arctan(x/\alpha)}{\partial \alpha}$ .

(b) Beweisen Sie die Relation (fakultativ, wird nicht bewertet)

$$\frac{d}{dy} \int_{a(y)}^{b(y)} f(x, y) dx = \int_{a(y)}^{b(y)} \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dx + \frac{db(y)}{dy} f(b(y), y) - \frac{da(y)}{dy} f(a(y), y).$$

#### 3. Aufgabe (8 Punkte)

Berechnen Sie die bestimmten Integrale

$$\text{(a) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{2} + \sin x},$$

mittels der Substitution  $x = 2 \arctan z$ , sowie

$$\text{(b) } \int_{-\infty}^{\ln(3/5)} \frac{dx}{\sinh x}$$

unter Verwendung von  $x = 2 \operatorname{atanh} z$ . Beachte auch dass  $\operatorname{atanh}(3/5) = \ln 2$ .

[bitte wenden]

4. **Aufgabe** (fakultativ, wird nicht bewertet; in der Übung zu besprechen) Deltafunktion

(a) Zeigen Sie, dass

$$\delta_\epsilon(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2}$$

eine Darstellung der Deltafunktion ist.

(b) Beweisen Sie ferner die Relation

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x).$$