HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR PHYSIK

Mathematische Grundlagen, WS 2013/14

Vorlesung: Prof. Dr. L. Schimansky-Geier
Übungen: S. Christ, J. Kromer, B. Sonnenschein, Dr. A. Straube
URL: http://people.physik.hu-berlin.de/~straube (→ Teaching → WS 2013/14 Mathe)

Übungsblatt 9: Elementare Vektoralgebra

Ausgabe: 05.12.2013 Abgabe: Ü Do 12.12; Ü Fr. 13.12

---

1. Aufgabe (3 Punkte) Skalar- und Vektorprodukt

Beweisen Sie, dass

$$\text{a)}\;\; (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3\,, \quad \text{b)}\;\; (\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}\,,$$

wobei $\mathbf{A} = A_1\mathbf{e}_1 + A_2\mathbf{e}_2 + A_3\mathbf{e}_3$ und $\mathbf{B} = B_1\mathbf{e}_1 + B_2\mathbf{e}_2 + B_3\mathbf{e}_3$.

2. Aufgabe (3 Punkte)

Berechnen Sie a so, dass die Vektoren $\mathbf{A} = 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 5\mathbf{e}_3$ und $\mathbf{B} = 3\mathbf{e}_1 + a\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$ senkrecht zu einander sind.

3. Aufgabe (3 Punkte)

Berechnen Sie die Projektion von $\mathbf{A} + \mathbf{C}$ in der Richtung von $\mathbf{B}$ für $\mathbf{A} = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{B} = \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$ und $\mathbf{C} = 3\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$.

4. Aufgabe (3 Punkte) Winkel zwischen Vektoren

Ermitteln Sie den Winkel zwischen den Vektoren

$$\mathbf{A} = (2+\sqrt{3})\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \;\;\text{und}\;\; \mathbf{B} = \mathbf{e}_1 + (2+\sqrt{3})\mathbf{e}_2\,.$$

5. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie den Einheitsvektor, der senkrecht zu den Vektoren $\mathbf{A} = (1,2,3)$ und $\mathbf{B} = (4,5,6)$ ist.

6. Aufgabe (3 Punkte)

Beweisen Sie, dass

$$\text{a)}\;\; \mathbf{r}\times\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \omega(\mathbf{a}\times\mathbf{b}) \;\;\text{und}\;\; \text{b)}\;\; \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \omega^2\mathbf{r} = 0$$

für $\mathbf{r} = \mathbf{a}\cos\omega t + \mathbf{b}\sin\omega t$ gilt, wobei $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ beliebige konstante nicht kollineare Vektoren sind und ω ein konstanter Skalar ist.